修士論文

スーパーカミオカンデにおけるニュートリノ反応シミュレーションの評価研究

東北大学大学院理学研究科
物理学専攻

長谷川敦士

平成 9 年

Contents

1 序論 **1**

1.1 本研究の目的 1

1.2 ニュートリノ反応における物理量 2

1.3 大気ニュートリノ問題における大気ニュートリノ反応シミュレーションの重要性 . . . 4

1.4 陽子崩壊探索における大気ニュートリノ反応シミュレーションの重要性 6

1.5 スーパー神岡実験 9

1.5.1 検出原理 9

1.5.2 実験施設 11

2 BNL 7-foot 泡箱 $\nu_\mu d$ 反応実験 **14**

2.1 観測原理 14

2.2 BNL 7-foot 泡箱実験 15

2.2.1 ビームライン 15

2.2.2 泡箱 16

2.3 測定データ 17

2.3.1 写真解析 17

2.3.2 運動学的適合 18

2.3.3 DST (Data Summary Tape) 19

3 ニュートリノ反応シミュレーション **21**

3.1 シミュレーションの概説 21

3.1.1 準弾性散乱 22

3.1.2 単一 π 中間子生成反応 22

3.1.3 スーパー神岡実験における単一 π 中間子生成事象の定義 23

3.1.4 多重 π 中間子生成反応 23

3.1.5 標的の扱い 24

4 データ解析 **26**
4.1 実験データの概要 . . . 26
4.2 有効体積による選別 . . . 26
4.3 荷電カレント反応の分離 . . . 26
4.4 荷電カレント反応へのバックグラウンド反応の混入 . . . 27
4.4.1 中性カレント反応の混入 . . . 27
4.4.2 neutron によるバックグラウンドイベント . . . 28
4.4.3 荷電粒子の弾性散乱によるイベント . . . 28
4.5 荷電カレント反応の物理量 . . . 28
4.5.1 荷電カレント反応の一次反応点の分布 . . . 28
4.5.2 プロング数の分布 . . . 29
4.5.3 P_{vis} および θ_{vis} 分布 . . . 29
4.6 反応チャンネルごとの分離 . . . 29

5 準弾性散乱反応 **35**
5.1 準弾性散乱反応 $\nu_\mu n \to \mu^- p$ . . . 35
5.2 準弾性散乱反応の分離 . . . 35
5.3 準弾性散乱シミュレーション . . . 39
5.4 基本的物理量の分布の比較 . . . 39

6 単一 π 中間子粒子生成反応 **44**
6.1 単一 π 中間子生成反応 . . . 44
6.2 反応の分離 . . . 45
6.2.1 $\nu_\mu p \to \mu^- p\pi^+$ 反応の分離 . . . 45
6.2.2 $\nu_\mu n \to \mu^- n\pi^+$, $\nu_\mu n \to \mu^- p\pi^0$ 反応の分離 . . . 46
6.2.3 Adler Frame の定義 . . . 48
6.3 基本的物理量の分布 . . . 49
6.3.1 $\nu_\mu p \to \mu^- p\pi^+$ 反応 . . . 49
6.3.2 $\nu_\mu n \to \mu^- p\pi^0$, $\nu_\mu n \to \mu^- n\pi^+$ 反応 . . . 50

7 結論 **63**
7.1 まとめ . . . 63
7.2 反応チャンネルの割合 . . . 64

A HulthénWaveFunction **68**

B 生成 π 中間子の角度分布 **69**

C 単一 π 中間子生成反応の散乱振幅の計算 **71**

D バックグラウンド混入の評価 **73**

D.1 準弾性散乱反応 73

D.2 $\nu_\mu d \to \mu^- p \pi^+$ イベント 73

D.3 $\nu_\mu d \to \mu^- p \pi^0$ イベント 74

D.4 $\nu_\mu d \to \mu^- n \pi^+$ イベント 74

Chapter 1

序論

1.1 本研究の目的

宇宙線が大気圏上層において，大気中の核子と反応をおこして生成するニュートリノを大気ニュートリノとよぶ．現在，この大気ニュートリノの観測値が，理論から予想される値とくいちがっているという，大気ニュートリノ異常問題が知られている．この問題に対し，ニュートリノに質量を仮定した，ニュートリノ振動による説明が考えられている．スーパー神岡実験では，大気ニュートリノを観測することによってニュートリノ振動の可能性について研究をおこなっている．この研究においては，大気ニュートリノのフラックスの絶対値を知ることが難しいため，観測値と理論によるシミュレーションによる結果の比による比較がなされる．よって，理論値を示すシミュレーションには高い信頼性が要求される．

大気ニュートリノ反応はスーパー神岡実験における核子崩壊事象のバックグラウンド事象となる．これは，核子崩壊の終状態の粒子がニュートリノ反応のものとおなじになる場合が存在することによる．これらの反応では，検出された粒子の不変質量と運動量の偏りを用いてニュートリノによる事象か，核子崩壊による事象かを識別する．よって大気ニュートリノ反応のシミュレーションには高い精度が要求される．

本研究は，現在スーパー神岡実験で用いられている大気ニュートリノ反応のモンテカルロシミュレーションの結果を，米 Brookhaven National Labolatry（BNL）でおこなわれた，ニュートリノビームを用いて行なわれた実験の泡箱写真解析データと比較し，シミュレーションについての信頼性の評価を行なうものである．

BNL の実験は約 1.6GeV にピークを持つミューニュートリノビームを用いておこなわれた．標的兼検出器としては 7 フィート重水素泡箱を用いており，撮影された写真は約 180 万枚程度である．この今回の解析の結果による，ニュートリノビームのエネルギー分布を Figure 1.1に示す．

この泡箱実験のニュートリノビームのエネルギー分布は，大気ニュートリノのエネルギー分布に近いため，シミュレーションの信頼性を評価するのに適している． Figure 1.2に Ogawa[21] による大気ニュートリノのフラックス量の計算値を示す．

評価としては，準弾性散乱，単一 π 中間子生成過程の事象について，それぞれ運動量分布などの

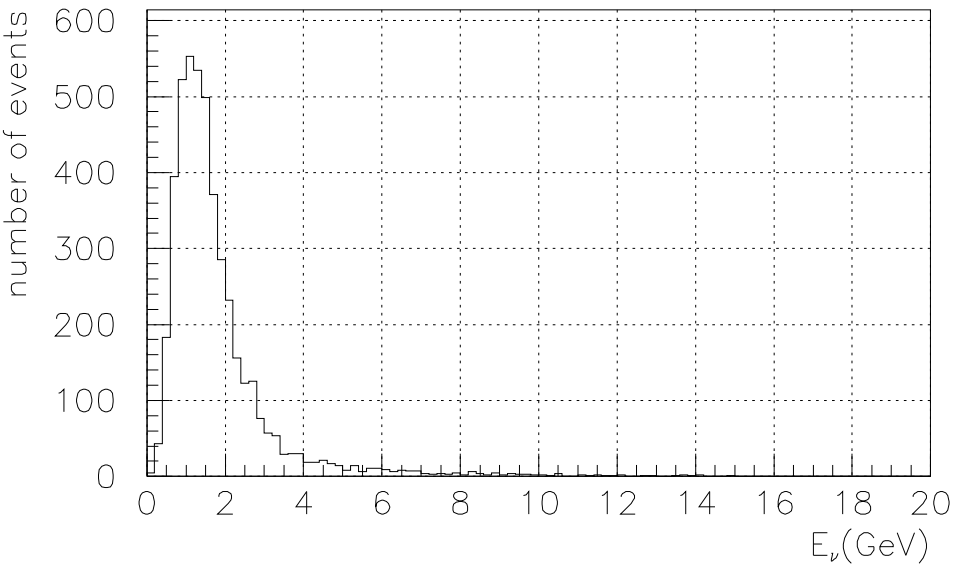

Figure 1.1: ニュートリノエネルギー分布 (準弾性散乱，単一 π 中間子生成反応)

比較をおこなった．

1.2 ニュートリノ反応における物理量

ニュートリノによる準弾性散乱，深非弾性散乱を解析する際に用いる力学変数について説明する．

Figure 1.3は $\nu_\mu N \to \mu^- X$ の反応を示すダイアグラムである．

図に示したような変数を考えたとき，q を W^+ の 4 元運動量として，次の Q^2 を定義する．

$$\begin{aligned} Q^2 &= -q^2 \\ &= -(k-k')^2 \\ &= 2E_\nu E_\mu - 2\vec{P}_\nu \cdot \vec{p}_\mu - m_\mu^2 \\ &= 2E_\nu(E_\mu - p_{\mu L}) - m_\mu^2 \end{aligned} \tag{1.1}$$

ただし，

E_ν, E_μ : ニュートリノ，μ^-のエネルギー

$\vec{p}_\nu, \vec{p}_\mu$: ニュートリノ，μ^-の運動量

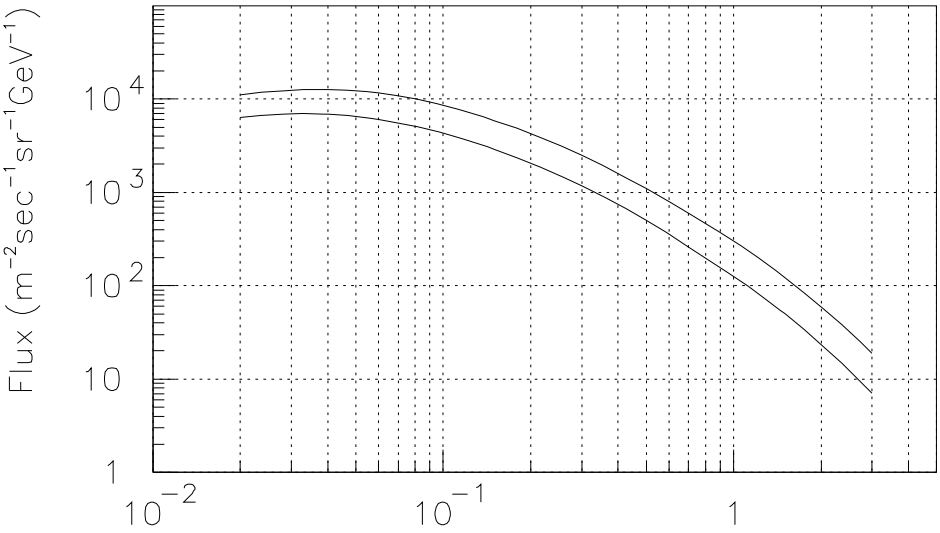

Figure 1.2: Ogawa による大気ニュートリノフラックスの計算値

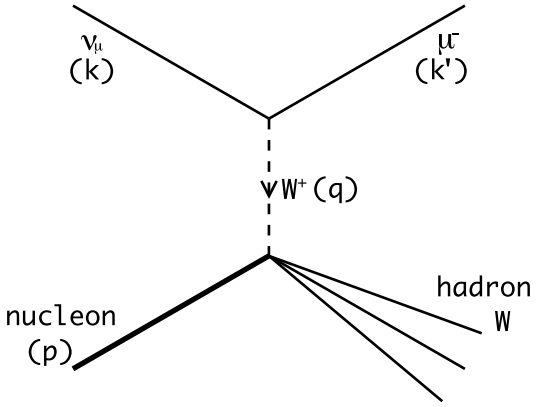

Figure 1.3: ニュートリノによる散乱のダイアグラム．括弧内は 4 元運動量

$p_{\mu L}$ ： μ^-の運動量の入射ニュートリノ方向成分

m_μ ： μ^-の質量

である．また，W^+ の運ぶエネルギー ν は，

$$\begin{aligned} \nu &= \frac{p(k-k')}{M} \\ &= E_\nu - E_\mu \end{aligned} \tag{1.2}$$

ただし，

$$M \quad : \quad \text{核子の質量}$$

である．
また，Bjorken のスケーリング変数 x，y，v は，

$$x = \frac{Q^2}{2M\nu} \tag{1.3}$$

$$y = \frac{\nu}{E_\nu} \tag{1.4}$$

$$v = x \cdot y \tag{1.5}$$

で定義される．
また，反応でできたハドロン系の不変質量は，

$$W = \sqrt{M^2 + 2M\nu - Q^2} \tag{1.6}$$

となる．

1.3 大気ニュートリノ問題における大気ニュートリノ反応シミュレーションの重要性

地球の大気圏には一次宇宙線として陽子やヘリウム原子核が降り注いでいる．これらが，大気と相互作用をおこし，二次粒子として π や K などの中間子が生成される．これらの中間子は，寿命が短く，地表へ到達する前に以下のような崩壊モードでレプトンとニュートリノに崩壊する．

$$\begin{aligned} p, He, \cdots + A_{air} \rightarrow \quad & \pi^{\pm}, K^{\pm}, K^0, \cdots \\ & \pi^+ \quad \rightarrow \mu^+ + \nu_\mu \\ & \qquad \mu^+ \rightarrow \mathrm{e}^+ + \nu_\mathrm{e} + \bar{\nu}_\mu \\ & \pi^- \quad \rightarrow \mu^- + \bar{\nu}_\mu \\ & \qquad \mu^- \rightarrow \mathrm{e}^- + \bar{\nu}_\mathrm{e} + \nu_\mu \\ & K \quad \rightarrow \mu + \nu_\mu \\ & . \\ & . \end{aligned}$$

Experiment	Exposure (ktyr)	$R(\mu/\mathrm{e})$
Kamiokande(sub-GeV)	8.3	$0.60^{+0.06}_{-0.05}$
Kamiokande(multi-GeV)	8.2	$0.60^{+0.06}_{-0.05}$
IMB-3	7.7	0.54 ± 0.05
Sudan-2	1.5	0.64 ± 0.17
Frejus	1.56	1.00 ± 0.15
NUSEX	0.4	$0.99^{+0.36}_{-0.25}$
Super-K(sub-GeV)	20	$0.635^{+0.096}_{-0.095}$
Super-K(multi-GeV)	20	$0.604^{+0.148}_{-.0.141}$

Table 1.1: 大気ニュートリの観測報告： $R(\mu/\mathrm{e})$ は観測値とシミュレーションによる理論値との比．

これらの崩壊により，共に 2 つのフレーバーのニュートリノ，電子ニュートリノ ν_e， $\bar{\nu}_\mathrm{e}$ とミューニュートリノ ν_μ， $\bar{\nu}_\mu$ が生成される．これらを大気ニュートリノとよぶ．

大気ニュートリノのフラックスは，一次宇宙線の組成や宇宙線 μ 粒子の測定などをもとに，理論計算がなされている．しかし，その計算方法により絶対値には 30% 程度のばらつきがある．

そこで，直接その絶対値を評価することをしないで， ν_e と ν_μ の比に注目する．すると，上の崩壊様式から，理論的に $\nu_\mathrm{e} : \nu_\mu = 1 : 2$ でであることがわかる．この比の値は，どの計算方法においても 5% の精度で一致している．

大気ニュートリノは，現在までに数ヶ所の研究施設で観測がなされている．これらの報告を Table 1.1にまとめる．

$R(\mu/\mathrm{e})$ とは， ν_μ， $\bar{\nu}_\mu$ と思われる事象と ν_e， $\bar{\nu}_\mathrm{e}$ と思われる事象との比について，さらに実験とシミュレーションとの比をとったものである．

この値が 1 に近いほど，実験とシミュレーションの結果が一致しているといえる． Table 1.1において， Kamiokande， IMB や Sudan-2 に関しては $R(\mu/\mathrm{e})$ は大きく 1 から外れている．この現象は，我々が理解し得ない新しい現象が大気ニュートリノに潜んでいることを意味するものであり，大気ニュートリノ異常とよばれている．しかし， Frejus と NUSEX においてはシミュレーションと実験結果はよく一致している．大気ニュートリノ異常の一つの解釈としてして，ニュートリノ振動が考えられる．

ニュートリノ振動とは，ニュートリノに質量を仮定した場合に予想されるフレイバーの混合現象である．質量 m_1， m_2 を持つ 2 種類のニュートリノを考える．このとき，質量の固有状態 1， 2 とフレイバーの固有状態 e， μ との間に θ をパラメータとして以下のような混合状態が生じると考える．

$$\begin{pmatrix} \nu_\mathrm{e} \\ \nu_\mu \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\theta & \sin\theta \\ -\sin\theta & \cos\theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \nu_1 \\ \nu_2 \end{pmatrix}$$

このとき， ν_μ が真空において，発生点から距離 L 離れたときにそのままのフレイバーでいる確率は，

$$P(\nu_\mu \to \nu_\mu) = 1 - \sin^2\theta \sin^2\left(\frac{1.27\Delta m^2 L}{E_\nu}\right) \tag{1.7}$$

となる．ここで，

$$\begin{aligned} E_\nu &: \nu_\mu\text{のエネルギー}(\mathrm{GeV}) \\ \Delta m^2 &: \nu\text{の質量の自乗差，}|m_1^2 - m_2^2|(\mathrm{eV}^2) \end{aligned}$$

である．

ニュートリノは，$1.27\Delta m^2 L/E_\nu \sim 1$ で振動が始まると考えられる．大気ニュートリノの場合，大気圏から地表までにおいて飛程は $10 \sim 10^4$km，エネルギーは 1GeV 程度である（Figure 1.2）．よって $\Delta m^2 = 10^{-1} \sim 10^{-4}\mathrm{eV}^2$ であれば，大気ニュートリノにおいてニュートリノ振動が観測されると期待できる．

ニュートリノ振動の評価には，観測値と理論による計算値との比をとっており，シミュレーションの結果には高い信頼生と精度が要求される．

1.4 陽子崩壊探索における大気ニュートリノ反応シミュレーションの重要性

現在自然界において，基本的な相互作用として重力，強い力，弱い力，電磁気力が知られている．1960 年代，Glashow，Weinberg，Salam らによって，この 4 力のうちの 2 力，すなわち電磁相互作用と弱い相互作用を統一する電磁弱理論が提案された．

この理論はゲージ場が $SU(2)_L \otimes U(1)_r$ の群構造をもつゲージ理論で，この理論からは，中性カレント，ゲージ粒子（$W^\pm, Z$）などの存在が予言された．ゲージ場とは相互作用を媒介する場であり，ゲージ理論とはゲージ対称性とよばれる対称性をもった理論である．その後，中性カレントは，ニュートリノ実験 [9] によって，$W^\pm, Z$ 粒子は CERN の陽子反陽子衝突実験 [26] によってそれぞれ発見され，その正しさが実験的にも証明された．

一方，強い相互作用は $SU(3)_C$ の群構造を持つゲージ理論により，実験を非常によく説明することに成功している．

以上の理論をもとに，素粒子物理学において標準模型と呼ばれる理論が構成され，現在のところはほぼすべての素粒子実験の結果が説明されている．しかし，これらの理論はすべて独立した理論であり，各々の相互作用はそれぞれ独立した結合定数を持つ．このためこれら 3 つの相互作用を，一つの群上で一つの結合定数で統合しようと考えられた．これが大統一理論（GUTs）である．

GUT としてはさまざまなモデルがあるが，$SU(3) \times SU(2) \times U(1)$ を部分群としてもつ，最小のものとして $SU(5)$ があげられる．$SU(5)$ ゲージ対称性をもつモデルは George と Glashow[8] によって提案され，Minimal$SU(5)$GUT とよばれる．

標準理論では，各世代についてそれぞれ，$\begin{pmatrix} u_i \\ d_i \end{pmatrix}_L$ ，u_{R_i} ，d_{R_i} ，$\begin{pmatrix} \nu_e \\ e^- \end{pmatrix}_L$ ，e_R^- （i はカラーを表す）の 15 のフェルミオン場が存在しているが，これらを彼らのモデルでは $5^* + 10$ 次元表現に以下のように当てはめることができる．

$$5^* \qquad \Phi_{L_a} = \begin{pmatrix} d_1^c \\ d_2^c \\ d_3^c \\ e^- \\ -\nu_e \end{pmatrix}_L$$

$$10 \quad \Phi_L^{ab} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 & u_3^c & -u_2^c & -u^1 & -d^1 \\ -u_3^c & 0 & u_1^c & -u^2 & -d^2 \\ u_2^c & -u_1^c & 0 & -u^3 & -d^3 \\ u^1 & u^2 & u^3 & 0 & -e^+ \\ d^1 & d^2 & d^3 & e^+ & 0 \end{pmatrix}_L$$

（添字は色の自由度を，c は荷電反転を示す）

このように，標準模型ではそれぞれ独立であったレプトンとクォークを一つにまとめることができる．これによって，これらの粒子の間の遷移の可能性，すなわちクォークがレプトンに遷移することによっておこる，核子の崩壊が予言された．

ゲージボソンとしては，グルオン（8 個），$W\pm$，Z^0，γ，そして X（6 個）と Y（6 個）の計 24 個を持つ．これらは以下のように示される．

$$A = \begin{pmatrix} G_1^1 - \frac{2B}{\sqrt{30}} & G_2^1 & G_3^1 & \bar{X}^1 & \bar{Y}^1 \\ G_1^2 & G_2^2 - \frac{2B}{\sqrt{30}} & G_3^2 & \bar{X}^2 & \bar{Y}^2 \\ G_1^3 & G_2^3 & G_3^3 - \frac{2B}{\sqrt{30}} & \bar{X}^3 & \bar{Y}^3 \\ X_1 & X_2 & X_3 & \frac{W^3}{\sqrt{2}} + \frac{3B}{\sqrt{30}} & W^+ \\ Y_1 & Y_2 & Y_3 & W^- & \frac{W^3}{\sqrt{2}} + \frac{3B}{\sqrt{30}} \end{pmatrix}$$

ここで，G_j^i はグルオンを示す．また，W^3 と B については，

$$\begin{aligned} Z^0 &= -\sin\theta_W B + \cos\theta_W W^3 \\ \gamma &= \cos\theta_W B + \sin\theta_W W^3 \end{aligned}$$

という関係がある．X，Y はそれぞれ $\pm\frac{4}{3}$，$\pm\frac{1}{3}$ の電荷を持ち，質量は大統一理論のスケールとほぼ同じ，そしてバリオン数（B）とレプトン数（L）を両方とも持つような粒子である．

これらの粒子が媒介することで，Figure 1.4に示されるようなファインマンダイアグラムに示されるような遷移が可能となり，$p \to e^+ + u\bar{u}$ or $d\bar{d}$ という，核子のレプトンとメソンへの崩壊モードが許される．

このうち核子の寿命は，もっとも分岐比の大きい $p \to e^+ + \pi^0$ モードに対して，

$$\tau(p \to e^+ + \pi^0) \cong 3.7 \times 10^{29\pm0.7} \left(\frac{M_X}{2 \times 10^{14} GeV} \right)^4 yrs.$$

	粒子	spin		超対称性粒子	spin
q	quarks	1/2	$\tilde{q}$	squarks	0
l	leptons	1/2	$\tilde{l}$	sleptons	0
g	gluon	1	$\tilde{g}$	gluino	1/2
W,Z	weak bosons	1	$\tilde{W}$,$\tilde{Z}$	weanos,neutralinos	1/2
γ	photon	1	$\tilde{\gamma}$	photino	1/2
H	Higgs bossons	0	$\tilde{H}$	Higgsinos	1/2
G	graviton	1	$\tilde{G}$	gravitino	3/2

Table 1.2: 標準理論の粒子とその超対称性粒子

と表すことができる．ここで，X の質量 M_X は，$M_X = 2.0^{+2.1}_{-1.0} \times 10^{14}$GeV と見積もられている．この値を用いて計算した場合，陽子崩壊寿命は最長でも 3.3×10^{31} 年ということになる．しかし，これまでにおこなわれてきた陽子崩壊実験より，このモードに対して寿命の下限は 2.6×10^{32} 年であるということがわかっている．このため，このモデルは否定される．そして，もう一つ大きな問題として GUT では三つの力の結合定数が単一のエネルギースケールで収束しなければならないが，実験の結果より Minimal$SU(5)$GUT においては集束しないことがわかった．

このように，Minimal$SU(5)$GUT では実験を説明できなかったため，超対称性 (SUper SYmmetry) を導入した SUSY-GUT が提案された．SUSY を仮定した場合には，すべての粒子には統計の異なるパートナー粒子，すなわちフェルミオンにはボソンの，ボソンにはフェルミオンのパートナーが存在すると考える (Table 1.2) ．

SUSY を仮定した GUT モデルでは，R パリティという対称性を導入する必要がある．R パリティは，一般の粒子については正，超対称性粒子は負であると定義し，核子崩壊においてもこの量は保存されるとする．そうしない場合核子の寿命が短くなりすぎてしまうからである．

超対称性は 1TeV 付近で壊れていると考えられ，超対称性粒子は TeV 付近の大きな質量を持つことが予言されている．また，このモデルでは GUT スケールは超対称性を仮定しない場合よりも高くなる．X の質量も $M_X \sim 10^{16}$GeV 程度となり，直接に X や Y などの粒子を媒介して崩壊するモード (Figure 1.4) に対する寿命は $10^{35\pm1}$ 年程度になる．しかし，中間に SUSY 粒子を含むような崩壊モードを考えると，$p \to K^+ + \bar{\nu}_\mu$ といった K 粒子を含むようなモードの寿命は $10^{29\pm2}$ 年程度になると予測されている．

実験事象を説明する GUT としては，より大きな群として $SO(10)$ をとったモデルが提案されている．$SO(10)$ を壊す方法は何種類もあり，中間状態として $SU(5)\otimes U(1)$，$SU(4)\otimes SU(2)\otimes SU(2)$，$SU(3)^C_3 \otimes U(1)' \otimes SU(2)_L \otimes SU(2)_R$ などを経由するものもある．また，対称性の破れ方から $B-L$ (バリオン数 - レプトン数) が保存しないような崩壊モードも可能となる．例えば，$SU(4)\times SU(2)\times SU(2)$ を経る場合では，

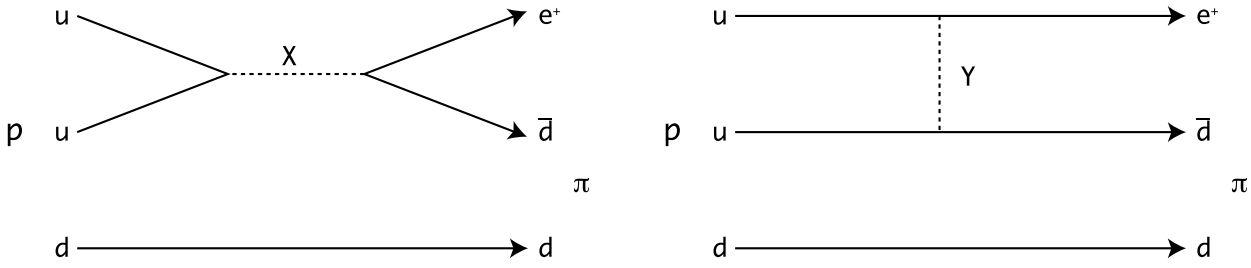

Figure 1.4: X , Y を媒介する崩壊の代表的なダイアグラム

$$
\begin{aligned}
p &\rightarrow e^- + \pi^+ + \pi^+, \quad \mu^- + \pi^+ + \pi^+, \quad e^- + K^+ + \pi^+ \\
n &\rightarrow e^- + \pi^+, \quad \mu^- + \pi^+, \quad e^- + K^-, \quad \mu^- + K^+
\end{aligned}
$$

などがある [4] .

これらの寿命はどれも 10^{31} から 10^{34} 年程度と予言され実験とは矛盾しない . また , $p \rightarrow e^+ + \pi^0$ モードは , 分岐比が $B - L$ を破るようなモードの $10 \sim 1000$ 分の 1 程度で , 寿命は 10^{32} から 10^{34} 年と予言されている . これらの $SU(10)$ モデルでは , 中間状態のエネルギースケールのとり方によって , Minimal $SU(5)$ GUT では合わせることのできなかった $\sin^2\hat{\theta}_W$ の値を実験値と合わせることや , 結合定数を収束させることができる .

以上のように , 多くの GUT のモデルで核子のメソンとレプトンへの崩壊が大きな分岐比を持つことが予想される . したがって , それらのメソンが崩壊することで生成する π 粒子の観測が重要となる . このため , スーパー神岡実験において大気ニュートリノによる π 粒子生成反応について詳しく調べることは , 核子崩壊事象選択法の決定 , および大気ニュートリノバックグラウンド評価のために重要である .

1.5 スーパー神岡実験

ここでは , スーパー神岡実験の概要について説明する .

1.5.1 検出原理

スーパー神岡実験は , 水チェレンコフ検出器であり , 水中のチェレンコフ光を検出する .

チェレンコフ光とは , 荷電粒子が屈折率 n の媒質中を媒質中の光速 c/n (c : 真空での光速 , $3.0 \times 10^8 \mathrm{m/s}$) より速い速度 v で運動した時 , 粒子の進行方向に対して

$$\cos\theta = \frac{1}{n\beta} (\beta = \frac{v}{c}) \tag{1.8}$$

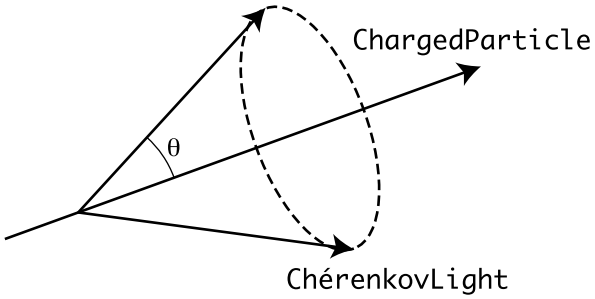

Figure 1.5: チェレンコフ光

Particle	Threshold Momentum (MeV/c)
e	0.573
μ	118.5
$\pi^{\pm}$	156.5
$K^{\pm}$	553.8

Table 1.3: 粒子が水中でチェレンコフ光を出すための運動量の下限値

の方向に，粒子が放出する青白い光のことである（Figure 1.5）．

チェレンコフ光は 1934 年に P.A.Čerenkov により発見され， I.M.Frank と I.E.Tamm によって物理的な説明がなされた．スーパー神岡実験では，媒質として水（$n = 1.34$）を用いて，発生したチェレンコフ光を光電子増倍管で検出する．

チェレンコフ光は，前述のように粒子が $\beta \geq 1/n$ でなければ発生しないので，観測できる粒子の運動量には Table 1.3のような下限値（臨界エネルギー）が存在することになる．

チェレンコフ光の放出角度は，$\beta \sim 1$ のときに最大となり，水の場合このとき $\theta \cong 42^{\circ}$ となる．

チェレンコフ光から発生する光子の数は，以下の式で与えられるような関係をもつ．

$$\frac{d^2N}{dxd\lambda} = 2\pi Z^2\alpha\left(1 - \frac{1}{n^2\beta^2}\right)\frac{1}{\lambda^2} \tag{1.9}$$

ただし，

$\frac{d^2N}{dxd\lambda}$ ： 単位波長，単位飛程あたりに放出される光子数

N : チェレンコフ光の光子数

x : 荷電粒子の飛程距離

λ : チェレンコフ光の波長

Z ： 荷電粒子の電荷

α ： 微細構造定数（$1/137$）

大きさ	$41\mathrm{m} \times 39\mathrm{m}\phi$	
全質量	$50,000\mathrm{t}$	
有効体積	$32,000\mathrm{t}$	超新星爆発観測
	$22,000\mathrm{t}$	核子崩壊，太陽ニュートリノ観測
光電子増倍管	$11,146$ 本	内水槽
光電面比率	40%	内水槽

Table 1.4: スーパー神岡実験用検出器の仕様

n ： 物質の屈折率

β ： 粒子の速度/真空中の光速 (v/c)

である．

式 1.9より，$\beta \sim 1$ の相対論的極限において，$Z = 1$ の荷電粒子が水中を $1\mathrm{cm}$ 進むあいだに放出する光子数は，光電子増倍管の有感領域の範囲で約 340 個となることがわかる．

この光子を検出器の壁面の光電子増倍管でとらえる．光電子増倍管はタンク内の水をとりかこむように，タンク内の全壁面に内側を向いて設置してある．この光電子増倍管でチェレンコフ光がつくるリングを認識することが可能である．各光電子増倍管で得られた光電子数と時間情報から事象の空間再構成を行ない，その事象の発生点，運動量，粒子の種類を決定する．

スーパー神岡実験において，検出器は水分子中の核子が崩壊する事象によって生成された荷電粒子を，放出するチェレンコフ光を測定することで観測する．これによって核子崩壊事象を検出する．

また，ニュートリノは検出器内の水分子の核子と弱い相互作用を起こす．この際に発生する荷電粒子を，放出するチェレンコフ光を測定することによって観測する．これによってニュートリノ反応の事象を検出する．

1.5.2 実験施設

スーパー神岡実験は，核子崩壊の探索，ニュートリノ問題の解明や超新星ニュートリノの観測等を目的としている実験である．

この実験は岐阜県吉城群神岡町の神岡鉱山内の地下約 $1{,}000\mathrm{m}(2{,}700\mathrm{m.w.e.}^{1})$ に建設された，$50{,}000$ トンの純水タンクと，$11{,}200$ 本の 20 インチ光電子増倍管 (PMT) を備えた水チェレンコフ型検出器を用いておこなわれる．1996 年 4 月より実験は開始され，現在も観測を続けている．

これはスーパー神岡実験の前身である，神岡実験に比べ光電子増倍管数で 10 倍，有効体積で 20 倍の規模であり，世界最大規模の実験である．Table 1.4にスーパー神岡実験用検出器の主な仕様をまとめる．

このように，検出器が地下に建設されているのは，測定の大きなバックグラウンドとなる宇宙線中の μ 粒子をできるだけ減らすためである．地表での μ 粒子の強度が約 $10^{9}\mathrm{m}^{-2}\mathrm{yrs}^{-1}$ であるのに対

[1] meter water equivarence：水換算深度

し，地下 1,000m 地点ではその強度を約 10^{-5} の $10^4\mathrm{m}^{-2}\mathrm{yrs}^{-1}$ 程度まで減らすことができる．

また，地磁気の影響によって光子の入射位置により光電子増倍管の増幅率がかわるので，タンク壁面には地磁場を打ち消すためのヘルムホルツコイルが巻かれている．タンク上面は溶接により密封されているが，これはバックグラウンドとなるラドンが外から入るのを防ぐためである．

スーパー神岡実験検出器は Figure 1.6に示されるように内水槽と外水槽からなる二重構造となっている．これは直径 39.3m，高さ 41.4m の完全に気密の保たれたステンレス製の水槽内に，スーパーモジュールとよばれる，20 インチ光電子増倍管を装備したステンレス製の構造体を含む形をしている．このスーパーモジュールによりタンクは外水槽と内水槽とに分けられるが，タンク内の純水は外，内水槽を自由に行き来できる．

内水槽はこの検出器の主となる部分で，内壁には 20 インチ光電子増倍管が内向きに取り付けられており，側面に 7,650 本，上面，下面にはそれぞれ 1,748 本で計 11,146 本，約 1本/0.5m^2 の割合となる．これは内壁の全表面積の約 40% である．この値は photo coverage と呼ばれる．また，光の反射と，外水槽からの光の侵入を防ぐために内水槽面にはブラックシートが張られている．

外水槽には 8 インチの光電子増倍管が外向きに 1,885 本，集光効率と感度をあげるためのウェーブレングスシフターと共に取り付けられている．外水槽面には光の収集効率をあげるために反射率の高いタイベックシートが張られている．この外水槽は，検出器外部から飛来する荷電粒子による事象（大部分は宇宙線 μ 粒子事象）の識別や，粒子が検出器外へ出ていったかの同定を目的としており，さらにタンク外の岩盤からの γ 線を遮蔽し，それによるバックグラウンド事象の除去にも役立っている．

このようにスーパー神岡実験検出器は巨大な検出器であるため，荷電粒子が発するチェレンコフ光の測定に際する水の透過率の影響が大きくなる．また，水中に発生するバクテリアが光電子増倍管の表面に付着すると集光率が低下するために，このバクテリアの除去も必要である．加えて水中に含まれる Rn などの放射性物質は，観測においてバックグラウンドとなるのでなるべく取り除くことが望まれる．以上の要請からスーパー神岡用検出器においては，タンク内の純水を常に純化装置を用いて純化させる．

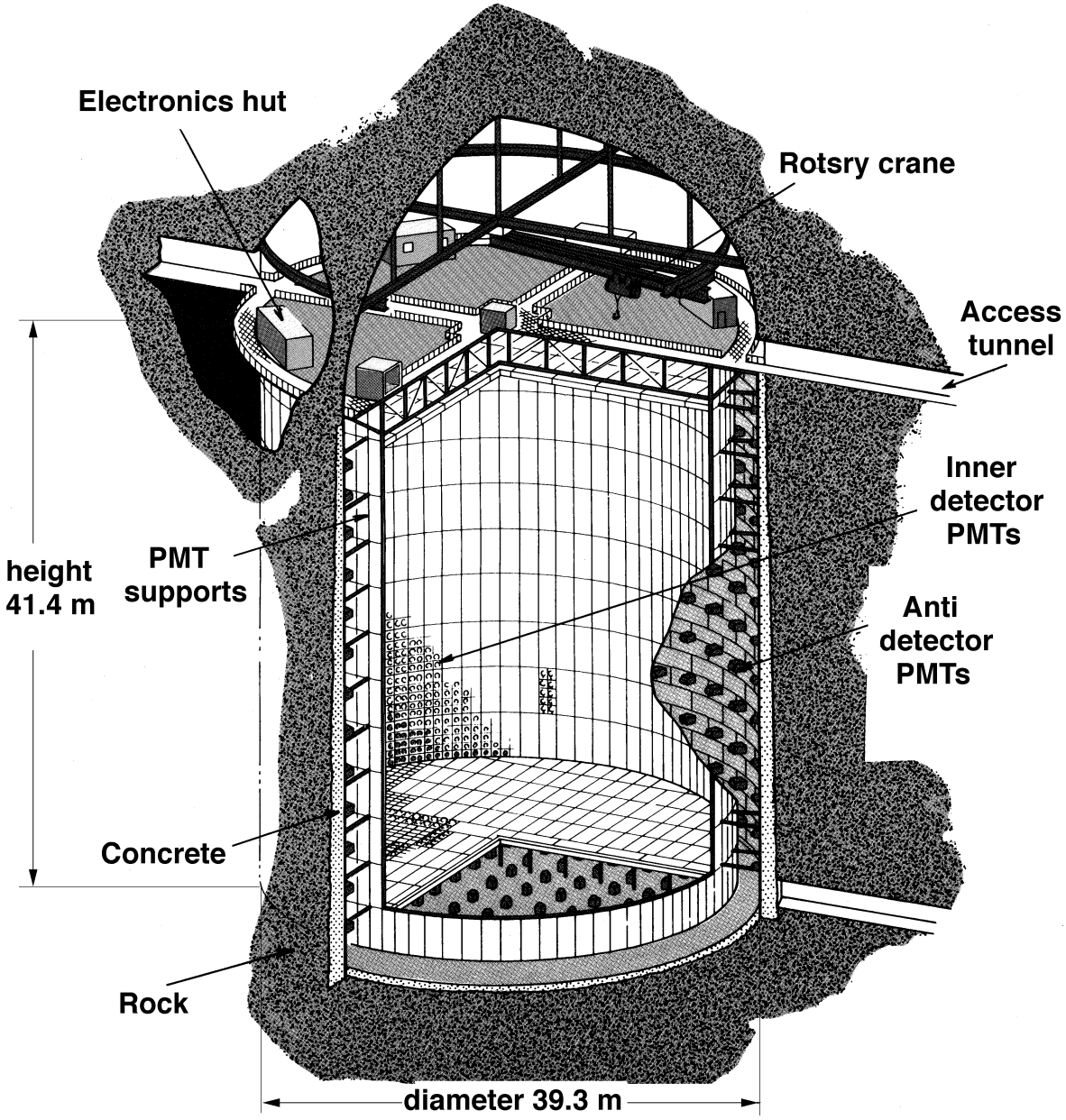

Figure 1.6: スーパー神岡実験用検出器

Chapter 2

BNL 7-foot 泡箱 $\nu_\mu d$ 反応実験

この章では，本研究で解析する Brookheaven National Labolatory（BNL）における，7-foot 泡箱を用いた $\nu_\mu d$ 反応の実験について説明する．

なお，この実験の詳細については Sagawa[25] や，Higuchi[11] なども参照されたい．

2.1 観測原理

ここでは泡箱実験の原理について説明する。

泡箱は 1952 年に Glaser によって発明され，その後 Alvarez らによって実用化された．1950 年代後半からは高エネルギー物理学実験において，最も重要な飛跡検出器のひとつとして活躍した．

密封した容器に一定の圧力のもとで液体を入れ，それを温めるとある温度（沸点）において沸騰がおこる．沸点は圧力に依存する．液体を沸点近くに保って，急激に減圧すると沸騰がおこるはずである．しかし，一般にそこですぐには沸騰せず，不安定な平衡状態を保つ．この状態を加熱状態とよぶ．

物質中を荷電粒子が通過すると，原子や分子がイオン化される．イオン化の際に反跳電子である δ 線が，液体の原子や分子と衝突し，局所的に加熱する．その結果状態がくずれ，それを核として泡が発生すると考えられている．

泡の発生する割合は，液体の温度，圧力と荷電粒子の種類とその運動量によってきまる．粒子の通過線上に発生する単位長さあたりの泡の数は，泡密度とよばれ荷電粒子の粒子識別に用いられる．

泡箱実験ではこの原理を利用する．泡箱に高エネルギーの粒子を入射して，泡箱内の液体と反応をおこさせる．ここで，荷電粒子が生成されると，泡が発生する．発生した泡の大きさが数十 ~ 数百 μm 程度になったときに，写真が撮影される．写真は通常 3 台以上のカメラで同時に撮影され，泡箱写真測定解析装置によって立体再構成される．

泡箱の特徴は，ターゲットと検出器が兼ねられていることである．また，検出器が前後左右全立体角 4π の空間にあるため，どちらの方向に発生する荷電粒子でも検出可能である．

しかし泡箱では検出器自身では特定の反応を同定して写真をとることはできない．そのため，断面積の小さい反応の研究においては，大量の写真撮影が必要となり，効率が悪い．

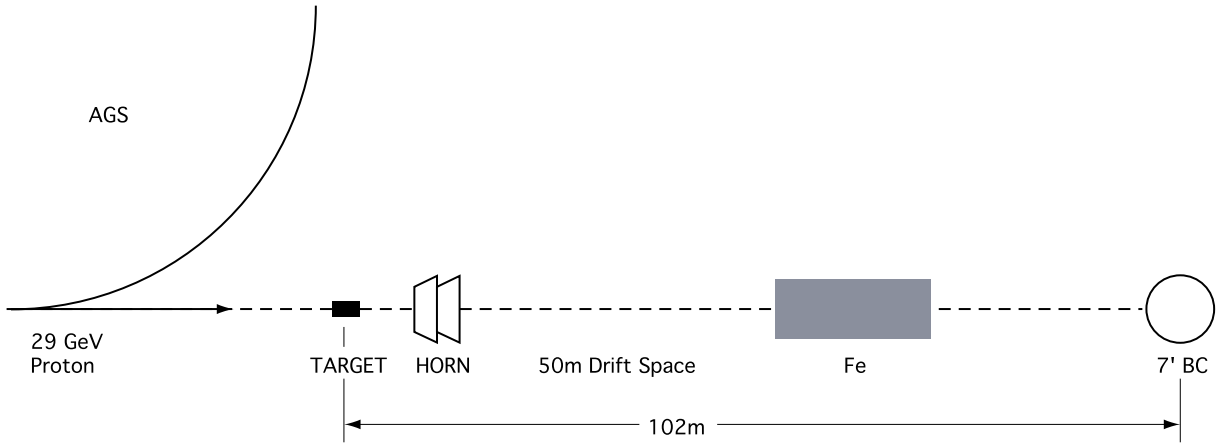

Figure 2.1: BNL 7-foot 泡箱実験

この欠点は，オンライン粒子検出器との組合せ（複合型泡箱）によって補われた．しかし，大型ドリフトチェンバーなどのオンライン飛跡検出器の発展や，衝突型加速器による素粒子実験の主流化にともない，泡箱実験は 1980 年代後半から中止されていっており，現在は行われていない．

2.2 BNL 7-foot 泡箱実験

ここでは、 BNL(Brookheaven National Labolatry) においておこなわれた、 7-foot 泡箱を用いた νD（ニュートリノ-重水素）反応実験の概略について説明する。

実験は，まず 33GeV 陽子加速器によって加速された陽子をターゲットに衝突させ，K^+，π^+ を発生させる．その後，それらの粒子が崩壊して得られる ν_μ を液体重水素を入れた泡箱へ入射させ，写真撮影を行う（Figure 2.1）．

その写真からニュートリノ事象（イベント）を選びだし，生成された粒子にそってできた泡の飛跡（トラック）を測定し，これを 3 次元立体空間に再構成して，事象データの形で記録装置に保存する．

2.2.1 ビームライン

BNL の陽子加速器（Alternating Gradient Synchrotron）は，円周が約 800m で，陽子を約 33GeV/c まで加速することができる．この実験では，陽子は約 29GeV/c まで加速され，平均強度は 8×10^{12}ppp (proton per pulse) である．

加速された陽子は，1.4 秒周期でターゲットであるサファイア（Al_2O_3）に入射される．ここで大量の K 及び π 粒子が生成される．その後，集束装置である Horn によってこれらの二次粒子を集束させる．Horn は二段階になっており，加速器のビームに同期して大電流のパルス（$>$ 100kA）が

流される．この電流の方向によって正，負のどちらの荷電粒子を集束させるかが決まる．ここでは，正電荷の粒子（K^+，π^+）が集束され，Horn を通った後はほぼ平行なビームになる．

さらに，50m ほどのドリフトスペースを飛行する間に K^+ や π^+ は，

$$\begin{aligned} K^+ &\rightarrow \mu^+\nu_\mu \\ \pi^+ &\rightarrow \mu^+\nu_\mu \end{aligned}$$

の崩壊をおこし，ここでニュートリノが得られる．なお，K^+ は，

$$K^+ \rightarrow \mathrm{e}^+ + \nu_\mathrm{e}$$

の崩壊も起こすが，この崩壊の割合は 1.55×10^{-5} と低い．

ドリフトスペースの下流には，長さ 30m の厚い鉄を置き，ニュートリノ以外の粒子を吸収させる．Horn から泡箱までの距離は約 100m である．

到達するニュートリノのエネルギー分布は Figure 1.1に示すように 1.6GeV 付近にピークをもつ連続分布となる．

2.2.2 泡箱

泡箱は内直径が約 2.1m，深さが 3.6m の円筒形をしている．上部に三台のカメラが配置され，底部には直径約 56cm のピストンが設置されている． Figure 2.2に泡箱の構造を示す．図中の点線部分が有効体積となる．

各カメラの回りにはリング上にキセノンフラッシュランプが置かれる．そこからの光が，泡箱内部に張られたスコッチライト[1]によって反射され，カメラに入射する．

ニュートリノビームの入射に同期して，泡箱底部のピストンが引き下げられる．その結果，泡箱内の重水素液体が減圧され，泡の生成がおこる．それと同時に写真が撮影される．ここで，途中に粒子飛跡の泡があるとそこで光が散乱され，写真上に記録される．

泡箱内には液体重水素 D_2 が入れられているが，これには分子数で約 13% の水素が混入していた．この効果は後の実際の事象の解析の際に議論する．

また，荷電粒子の電荷の正負および運動量の測定のために，超電導磁石により泡箱の z 軸方向（カメラ側からピストン側）に約 25kGauss の磁場がかけられている．

この実験では泡箱内に 6 枚のステンレススチール板を設置して，これによって得られる情報を μ と π の識別，γ の観測などに利用する．このステンレススチール板は厚さ 5cm のものと 1.27cm のものがそれぞれ 3 枚ずつとなっている．荷電カレント反応によって生じる μ^- が 99% 以上の確率でステンレススチール板を貫通するのに対して，π^- が板 6 枚を貫通する可能性は 20% 以下となる．これは π^- の collision length が板 6 枚の 2/3 に相当することによる．このことを利用して，μ^- と π^- の識別をおこなう．

[1] 米国 3M 社商標．微細なビーズ玉を敷き詰めたもので，光を入射した方向に反射する

泡箱の内容積は約 $12\mathrm{m}^3$ であるが，カメラで撮影できる部分は約 $9\mathrm{m}^3$ となる．さらに，ステンレススチール板を入れたことにより，カメラで撮影できる部分は最終的に $5\mathrm{m}^3$ となる．

泡箱に入射するニュートリノビームの方向は，ターゲットの位置と泡箱の位置とから幾何学的に求めることができる．その関係式は以下のようになる．泡箱内の反応のおこった場所 $(x, y, z)[\mathrm{cm}]$ に対して，ビームの方向を azimuthal angle φ（xy 平面での方位角），dip angle λ（xy 平面からの伏角）とすると，

$$\varphi(x,y) = \tan^{-1}\left(\frac{-x\sin 30^\circ + y\cos 30^\circ}{x\cos 30^\circ + y\sin 30^\circ + X_0}\right) + \phi_0 \tag{2.1}$$

$$\lambda(z) = \tan^{-1}\left(\frac{z-165}{L}\right) - 0.0017453293 \tag{2.2}$$

と与えられる（φ，λ 共に単位は radian）．

ただし，

$$\begin{aligned} X_0 &= 6840(\mathrm{cm}) \\ L &= \sqrt{(-x\sin 30^\circ + y\cos 30^\circ)^2 + (x\cos 30^\circ + y\sin 30^\circ + X_0)^2} \\ \varphi_0 &= 0.5166175(\mathrm{rad}) \end{aligned}$$

である．

この式を用いて，解析の際にニュートリノビームの入射方向を決定する．

2.3 測定データ

ここでは，本研究で用いた，上の実験による測定データについて説明する．

2.3.1 写真解析

ここでは，同一事象を異なった 3 方向から撮影した写真を立体再構成して，事象データを作る方法を説明する．

撮影された写真は，まず人間によって，ニュートリノイベントの候補のものが選ばれる（スキャン）．

ここで選ばれた写真は，測定にかけられる．まず，測定者によって 3 視野のトラックの関連づけがおこなわれる．各トラックは，反応点を含め $8 \sim 10$ 点が記録される．各視野ごとにこの操作をおこなう．

測定の結果は，オンライン接続された計算機に入力される．測定データは，3 次元空間における各粒子の運動量の大きさと，方向のデータとして再構成される．この操作には，TVGP（Three View Geometry Program）という立体再構成用のソフトウェアが用いられる．

反応チャンネル	標的粒子	拘束条件
$\nu_\mu d \to \mu^- p p_s$	n	3
$\nu_\mu d \to \mu^- p \pi^+ n_s$	p	3
$\nu_\mu d \to \mu^- p \pi^0 p_s$	n	0
$\nu_\mu d \to \mu^- n \pi^+ p_s$	n	0

Table 2.1: 本解析で用いた反応モードと拘束条件

このとき，各粒子は，一次反応点であれば p ， K ， π ， μ または e であると仮定する．この仮定にもとづいて各々の粒子である場合の運動量が決められる．ここにおいても TVGP が用いられる．TVGP は泡箱内の各点での磁場成分と粒子のエネルギー損失を考慮して各トラックの運動量を計算する．

2.3.2 運動学的適合

立体再構成によって得られた各粒子の運動量情報にもとづいて，イベントを構成する，反応前の粒子系と反応後の粒子系の間のエネルギー保存則と運動量保存則とを拘束条件として，特定の反応への適合 (fitting) を試みる．

一般に反応前後で，全粒子の質量と運動量が既知の場合，拘束条件はエネルギーについて 1，運動量の各成分についてそれぞれ 1 で合計 4 となる．(4 Constraint: 4C)

しかしニュートリノ反応実験ではこの実験のように wide band beam を用いた場合は，入射ニュートリノの運動量の方向は既知であってもその大きさはわからない．よって，反応後の全粒子の運動量と質量とが判明した場合でも拘束条件は 3 つとなる．(3 Constraint: 3C)

さらに，ニュートリノ実験において反応後の粒子の中に中性粒子が 1 個生じた場合，その粒子に質量を仮定してもその運動量の 3 成分は未知である．この場合，拘束条件は 0 となる．(0 Constraint: 0C)

このために，それぞれの反応チャンネルについてその拘束条件によって行なう fit がかわってくることになる．

本研究で解析に用いた反応チャンネルとその拘束条件を Table 2.1に示す．

p_s ， n_s とは重水素 D_2 の原子核を構成する陽子と中性子の二つの核子のうち，ニュートリノとの反応に直接関与しなかった方の核子である．それぞれ Spectator Proton ， Spectator Neutron とよばれる．

4C ， 3C の fit には SQUAW プログラムを用いた． SQUAW は運動量とエネルギー保存則を拘束条件として事象に対して fit をおこなう． SQUAW によって反応の仮定が与えられる．

重水素原子核の構成要素である二つの核子は， fermi motion により原子核内で同じ大きさで逆向きの 100MeV/c 程度の運動量を持つ．また，この実験のような GeV 程度のエネルギー領域の実験においては，重水素原子核において単独の標的核子 Target Nucleon だけがニュートリノと反応し，

対となる Spectator Nucleon はほとんど反応に関与しないと考えられる．このため， Spectator Nucleon は反応後に反応前に持っていた運動量のまま核外にでてくるとみなす．このために，観測される Spectator Nucleon が持つ運動量を，核内にて Target Nucleon が持っていた運動量であると考える．

実際には，反応によって生じた粒子と Spectator Nucleon との間に弾性散乱がおこることが考えられる．このために実際にもっていた運動量と必ず同じになるわけではないが，系のなかでの運動量は変えないのでこのことは fitting には影響しない．

しかし， fitting をおこなう際には， Target Nucleon が反応前に持っていた未知の運動量を考慮しなくとも，反応前には Spectatro Nucleon は静止していて，反応によるニュートリノからの運動量移行によって動き始めたかのようにみなすことができる．こうすることで，反応前には Target Nucleon は静止していたかのように取り扱うことができる．ただし，これによって移行運動量 Q^2 の大きさがかわってくるので注意が必要である．

fitting の際には，実際に測定された Spectator Proton については運動量としてその値が用いられる．しかし，運動量が小さすぎて測定されなかった Spectatr Proton と，観測されない Spectator Neutron についてはその運動量として $0 \sim 45\mathrm{MeV/c}$ の値を用いる．

2.3.3 DST（Data Summary Tape）

以上のような再構成の結果， BNL と東北大学とのあいだにおいて，共通の DST（Data Summary Tape）というフォーマットにデータがまとめられた．今回解析に用いたデータはこの，写真によるスキャン，測定，立体再構成を終えた DST である．

この DST はイベントごとに，

- ID block
  実験番号，泡箱写真のロール番号などの識別情報．
- Vertex block
  反応点の種類（1 次反応点， 2 次反応点），座標，測定トラック数など．
- Track block
  測定トラックの長さ，粒子識別コード，各トラックにおける粒子の種類，運動量，電荷などの情報．
- Fit block
  SQUAW によって fit されたトラックにおいて，トラック数， χ^2 などの fit のパラメータ．
  各トラックについて粒子の質量，運動量，電荷．

という形式で保存されている．
このようにしてまとめられているデータの総数は 14,774 であった．

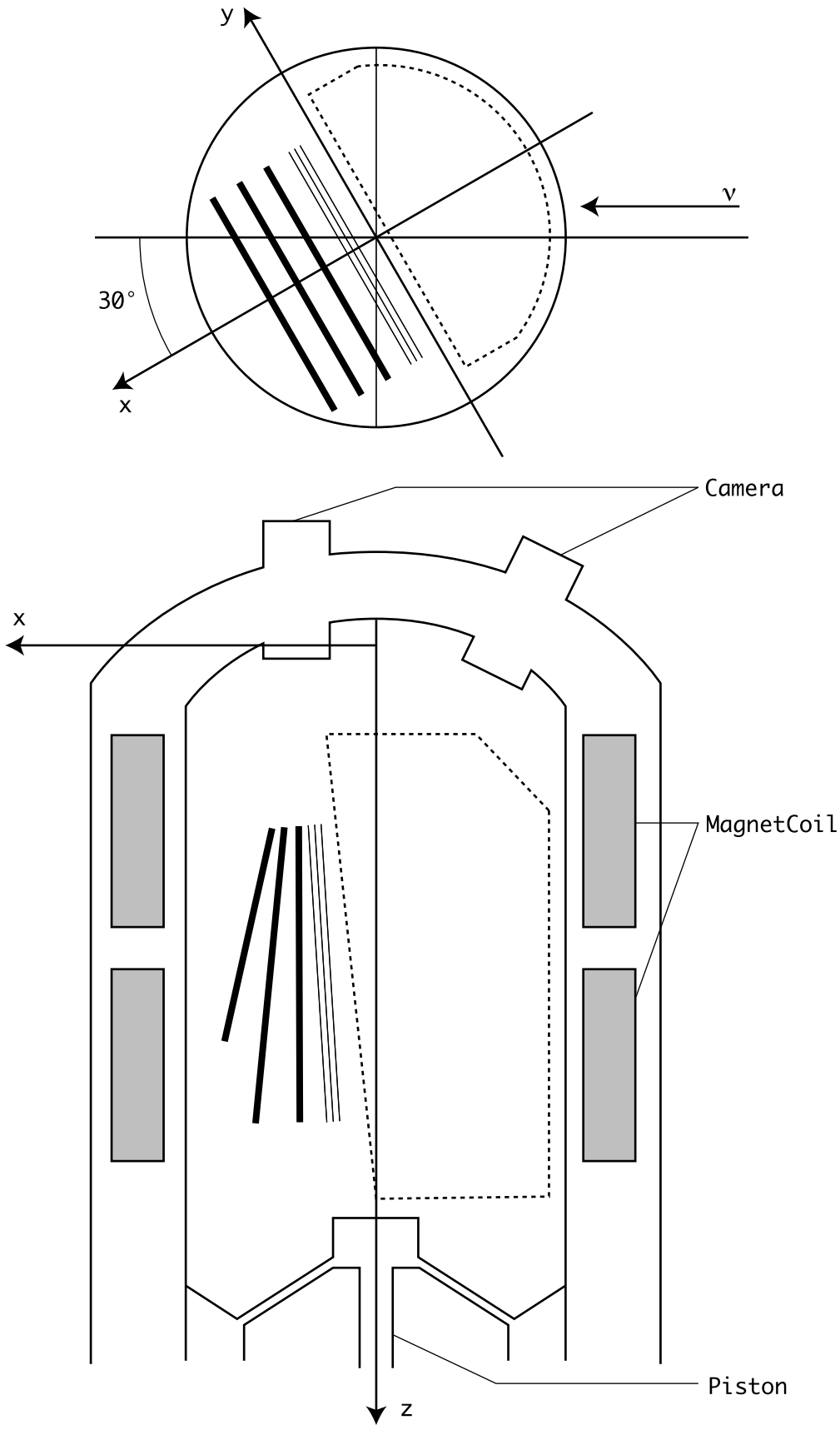

Figure 2.2: BNL 7-foot 泡箱．点線は有効体積．座標軸は泡箱内で定義した座標系

Chapter 3

ニュートリノ反応シミュレーション

この章では，スーパー神岡実験におけるニュートリノ反応シミュレーションについて述べる．

3.1 シミュレーションの概説

このモンテカルロ法によるシミュレーションは Nakahata[20]， Hayato[12] ら神岡実験，スーパー神岡実験の共同実験者によって作成された．このシミュレーションは外部から入射したニュートリノが，検出器によって検出されるまでをシミュレートする．シミュレーションは大きく分けて次の三つの部分からなる．

1. 粒子生成部
   ここでは，ニュートリノ反応によって発生する事象を決定し，それによって生成した各粒子について，運動量やその方向などの情報を作成する．ここではまず，素過程であるニュートリノによる反応によって，検出器外から入射したニュートリノが水との反応をおこす過程を決定する．次に，そこで生成される粒子とその運動量が決められる．また，もし中の ^{16}O 核内で反応がおきた場合，生成された粒子が，核内で再び反応を起こす過程を決定する．

2. 粒子追跡部
   ここでは，生成された粒子が水中でどのように振舞うかを決定する．生成された粒子の水中での運動を，粒子毎にシミュレートする．このうち電磁相互作用については，高エネルギー物理学実験で広く用いられている EGS というシミュレーションツールを用いる． EGS では考慮されていない，チェレンコフ光の発生過程については， Koshio[16] の開発したものを用いる．ハドロンの反応については，別に専用に開発されたシミュレータを用いる．また，チェレンコフ光が発生した後の光子の追跡についても，検出器内で追跡するシミュレーションをおこなう．

3. 粒子検出部
   ここでは，光電子増倍管により光子が検出され，その信号が測定機器によって処理される過程をシミュレートする．この際，光電子増倍管の暗電流によるバックグラウンドノイズなどを考

慮に入れる．この過程を経て最終的に事象は，各光電子増倍管の光量と時間情報となって記録される．

さて，粒子生成部は，

- 反応チャンネルの選択
- 各チャンネルごとに生成される粒子と，その物理量の決定（移行運動量 q の計算，粒子の散乱の計算）
- 事象が ^{16}O 内部でおこった場合，核子内部での反応のシミュレート

とにわけられる．

以下では，粒子生成部の内容について説明する．

3.1.1 準弾性散乱

ニュートリノと核子の荷電カレント反応において，$\nu_\mu + n \to \mu^- + p$, $\bar{\nu}_\mu + p \to \mu^+ + n$ のように π 中間子などの発生を伴わない，終状態のハドロンが核子だけである反応を準弾性散乱反応とよぶ．

準弾性散乱反応は反応における移行運動量 q が決定されれば終状態の kinematics は一意に決まる．

この移行運動量 q^2 が決定されることで，核子の form factor を決めることができ，その結果散乱断面積を求めることができる．

3.1.2 単一 π 中間子生成反応

ここで用いられている単一 π 中間子生成反応は，Feynman，Kislinger，Ravndal によるモデルをもとに，Rein，Shegal が行った計算方法 [23] を用いる．この計算法によって，単一 π 中間子生成反応の散乱断面積，粒子の運動が決められる．

このモデルにおいては，π 中間子の生成に関して，共鳴状態を経る反応とそうでない反応とを区別して計算がなされる．共鳴状態を経るような反応のダイアグラムを Figure 3.1に示す．

共鳴を起こす反応においては次のような 2 段階に分かれた反応過程を考える．

1. ニュートリノによって核子が励起され，レプトンと，核子の共鳴状態を作る．

$$\nu N \to l N^*$$

2. 共鳴が π 中間子と核子とに崩壊する．

$$N^* \to N' \pi$$

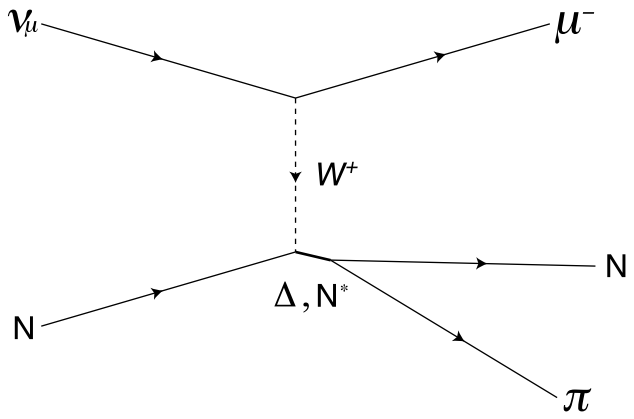

Figure 3.1: Resonant Single π production

これらの 2 つのステップにわけて，まずステップ 1 の行列要素を計算し，それにステップ 2 の割合をかけることで計算をおこなう．

中間状態としては，Table 3.1に示す 18 種類の共鳴状態を考慮する．これは単一 π 中間子生成反応が最も顕著な，$2.0\mathrm{GeV/c^2}$ までの質量をもつ共鳴である．

これらの共鳴の散乱振幅を足し合わせて行列要素を求め，それを用いて散乱断面積を計算するという手順をとる．

また，共鳴とは干渉を起こさない反応についても独立に散乱断面積を計算し，最終的に足し合わせて全散乱断面積を求める．

3.1.3 スーパー神岡実験における単一 π 中間子生成事象の定義

ところで，スーパー神岡実験では，このシミュレーションに中間状態である共鳴の質量 W として，$W < 1.4\mathrm{GeV/c^2}$ という制限を課している．これは，W が大きくなる入射ニュートリノのエネルギーが大きな領域では複数の π 中間子が生成される反応の散乱断面積が大きくなることによる [12]．ただし，計算においては Table 3.1に示す共鳴全てについて考慮する．それは，共鳴の質量は幅を持っているために，$1.4\mathrm{GeV/c^2}$ より大きな質量の共鳴のしみだしが考えられるからである．

今回，この W の制限による効果を評価するために，この共鳴の質量の上限を $W < 2.0\mathrm{GeV/c^2}$ としても計算を行った．このことについては後に Chapter 6で説明する．これより高い W の，他の共鳴によるしみだしも考えられるがここではそれは考慮しない．

3.1.4 多重 π 中間子生成反応

多重 π 中間子生成反応は Fermi Lab. における実験結果をもとに得られた π 中間子の多重度を用いる．粒子 c の平均多重度を $< n_c >$ とする．このとき，

$$< n_{\pi^+} >=< n_{\pi^0} >=< n_{\pi^-} >$$

Resonance Symbol $L_{2i,2j}(mass)$	Central mass value M [MeV/c^2]	Total width Γ_0 [MeV]	Elasticity $\chi_E = \pi N$ branching ratio
$P_{33}(1234)$	1234	124	1
$P_{11}(1450)$	1450	370	0.65
$D_{13}(1525)$	1525	125	0.56
$S_{11}(1540)$	1540	270	0.45
$S_{31}(1620)$	1620	140	0.25
$S_{11}(1640)$	1640	140	0.60
$P_{33}(1640)$	1640	370	0.20
$D_{13}(1670)$	1670	80	0.10
$D_{15}(1680)$	1680	180	0.35
$F_{15}(1680)$	1680	120	0.62
$P_{11}(1710)$	1710	100	0.19
$D_{33}(1730)$	1730	300	0.12
$P_{13}(1740)$	1740	210	0.19
$P_{31}(1920)$	1920	300	0.19
$F_{35}(1920)$	1920	340	0.15
$F_{37}(1950)$	1950	340	0.40
$P_{33}(1960)$	1960	300	0.17
$F_{17}(1970)$	1970	325	0.06

Table 3.1: シミュレーションで考慮している共鳴状態

を仮定して，

$$< n_\pi >= 0.09 + 1.83 \ln W^2$$

とする．ただし，W は終状態のハドロン系の質量である．

π 中間子の多重度の平均値から実際の多重度を決めるには，BEBC で得られた NKO scaling の分布を用いる [3]．

3.1.5 標的の扱い

核子は fermion であるために，原子核内においては fermi momentum を持つ．スーパー神岡実験において，標的となる ^{16}O については Figure 3.2のような分布の形をもつ，約 200MeV/c の運動量を持つ [20]．

ここでは BNL における重水素泡箱実験との比較を行うので核子の fermi motion としては，重水素中での fermi motion を記述する，Hulthén function（Appendix A）の分布に従う運動量を与える．

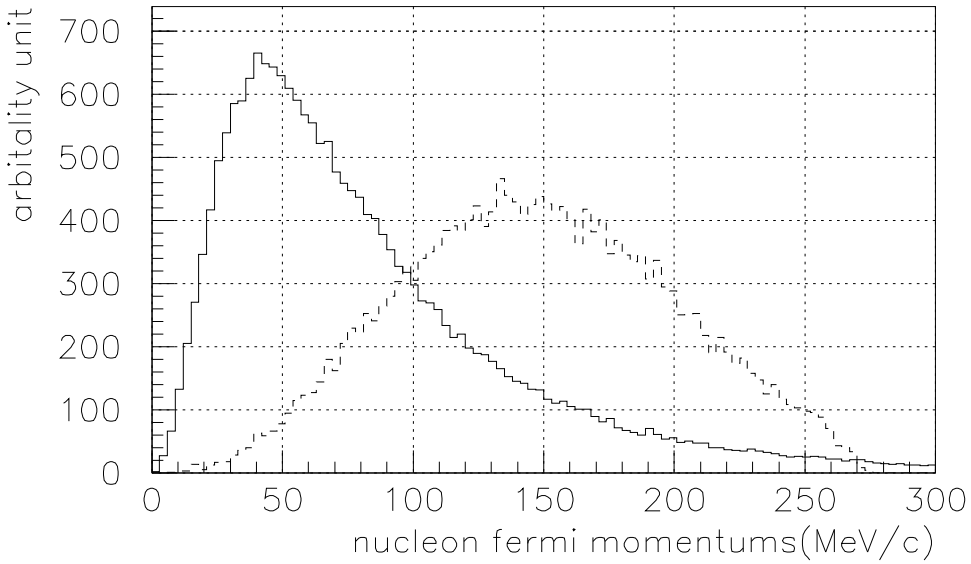

Figure 3.2: 核内のフェルミ運動量：破線が ^{16}O，実線が D_2

Chapter 4

データ解析

この章では，実験データの選別と，その解析方法について述べる．

今回ニュートリノ-重水素反応における準弾性散乱，単一 π 中間子生成反応について解析をおこなう．これらの反応は共にニュートリノと核子間の荷電カレント反応であるので，実験結果から荷電カレント反応の分別をおこなう．この章では荷電カレント反応イベントの分離の手順を示す．

4.1 実験データの概要

実験のデータは，1979 年から 1980 年にかけてアメリカ合州国の Brookhaven 国立研究所（BNL）において，東北大学と BNL との共同研究としてニュートリノビームを用いて行なわれた重水素（D_2）泡箱実験の結果である．

ビームニュートリノとしては Figure 1.1のような，1.6GeV 近辺にピークをもつエネルギースペクトルを持つ ν_μ を用いた．この結果は Chapter.2で述べたような DST の形で保存されている．

4.2 有効体積による選別

まず，Figure 2.2に示した，泡箱内部の点線内に第一反応点のあるイベント (事象) を解析対象とする．よってここから外れるイベントは除外する．これは，泡箱内で測定条件の良い部分だけを選ぶためである．この選別によって残ったイベント総数は，$10,453$ イベントであった．

4.3 荷電カレント反応の分離

今回対象とする準弾性散乱，単一 π 中間子生成反応は，共にニュートリノと核子との荷電カレント反応である．荷電カレント反応とは，荷電をもつ W ボソンの交換を伴う相互作用のことである．

このため，まず実験データから荷電カレント反応のイベントの選別をおこなう．荷電カレント反応の定義として以下の条件を満たすイベントとする．

1. 重水素中に反応点を持つ，2 プロング（2 トラック）以上の反応であること

荷電カレント反応では必ず μ^- が生じるので，標的核子が中性子の場合は 2 プロング，陽子の場合は 3 プロング以上の反応が荷電カレント反応であるといえる．

2. μ^- の候補となりうる負電荷の粒子が 1 個以上存在すること
   μ^- の候補とは，泡箱中で二次反応をせず，泡箱内のスチール板による情報との矛盾がないものをいう．

3. 全荷電粒子の合成運動量 $\vec{P}_{vis}$ の大きさが $150\mathrm{MeV/c}$ 以上であること
   これは低エネルギーのバックグラウンドを除くためのものである．

4. 全荷電粒子の合成運動量がニュートリノビームとなす角度 θ_{vis} が 50° 以下であること
   ニュートリノ荷電カレント反応では，一般に μ^- が大きな運動量をもって前方にでやすい．よって $\vec{P}_{vis}$ の方向はニュートリノビーム方向に近いと考えられる．この条件によって，ニュートリノ中性カレント反応やビーム方向からずれて入射してきた粒子によるバックグラウンド反応が除かれる．

5. イベントが 3 プロングイベントの場合，外部から泡箱内部に侵入した荷電粒子の弾性散乱による仮定にフィットしないこと
   もし，荷電粒子が泡箱内に入射して弾性散乱をおこなうバックグラウンドイベントの場合，入射の粒子がわかるので反応の拘束条件は 4 となる．この場合，このイベントは識別できるのでこれを取り除く．

この条件を満たすイベントは $9,648$ イベントである．これは全データの 65.3% にあたり，有効体積内において 92.0% を占める．

この手順を Figure 4.1に示す．

4.4 荷電カレント反応へのバックグラウンド反応の混入

ここでは，荷電カレント反応の選別におけるバックグラウンドイベントと中性カレント反応イベントの混入について議論する．

4.4.1 中性カレント反応の混入

中性カレント反応としては，以下の反応が考えられる．

$$\begin{aligned}
\nu_\mu d(n) &\rightarrow \nu_\mu n\pi^0 p_s \\
\nu_\mu d(n) &\rightarrow \nu_\mu p\pi^- p_s \\
\nu_\mu d(p) &\rightarrow \nu_\mu p\pi^0 n_s \\
\nu_\mu d(p) &\rightarrow \nu_\mu n\pi^+ n_s
\end{aligned}$$

これらの反応は，μ^- に対応する負の荷電トラックがない場合は荷電カレント反応の仮定から除外される．π^- が存在し，負の荷電トラックがあり，粒子識別の結果 μ^- 粒子の仮定に適合した場合，$\mu^- pp_s$ イベントや $\mu^- p\pi^+$ イベントへの混入が考えられる．

Sagawa[25] によるとこれら混入は 0.5% 程度あると見積もられた．

4.4.2 neutron によるバックグラウンドイベント

ニュートリノによる反応であると誤視される可能性のあるバックグラウンド反応としては，neutron による，

$$\begin{aligned} nd(p) &\rightarrow pp\pi^- n_s \\ nd(n) &\rightarrow pp\pi^- \pi^- p_s \end{aligned}$$

反応が考えられる．この反応は，拘束条件が 1 となる．

入射 neutron は泡箱上流でのニュートリノ反応の 2 次生成粒子で，このために，運動量が小さく入射方向もニュートリノビームの方向からずれていることが考えられる．

しかし，ニュートリノ方向から入射し，じゅうぶん大きな運動量をもったイベントであるとき，π^- が μ^- 粒子の仮定に適合した場合，$\mu^- p\pi^+$ イベントなどへの混入が考えられる．

Sagawa[25] によるとこれら混入は無視できる程度の量となるという結果が得られた．

4.4.3 荷電粒子の弾性散乱によるイベント

荷電粒子の重水素中の陽子による弾性散乱として，次のような反応が考えられる．

$$\begin{aligned} \pi^{\pm} d(p) &\rightarrow \pi^{\pm} p n_s \\ K^{\pm} d(p) &\rightarrow K^{\pm} p n_s \\ \overset{(-)}{p}\, d(p) &\rightarrow pp n_s \end{aligned}$$

これらの反応は拘束条件が 4 となる．そのため，拘束条件 4 の fitting によって反応を決めることができるのでとりのぞくことができる．

4.5 荷電カレント反応の物理量

4.5.1 荷電カレント反応の一次反応点の分布

Figure 4.2に反応の一次反応点の分布を示す．これらの反応点は全て有効体積の中に含まれる．有効体積内において，反応点のかたよりはあまりみられない．

プロング数	イベント数
2	4374
3	4422
4	445
5	337
6	36
7	31
8	1
9	2

Table 4.1: 荷電カレント反応のプロング数の分布

4.5.2 プロング数の分布

一次反応点から測定された，有効体積内の荷電トラックの本数（プロング数）に対するイベント数をTable 4.1に示す．

この実験のような低エネルギーニュートリノ反応においては，プロング数は少なく，荷電カレント反応のうち，約 93% が 2， 3 プロング反応である．

4.5.3 P_{vis} および θ_{vis} 分布

荷電カレント反応の分離の条件に用いた P_{vis} および θ_{vis} の分布を Figure 4.3， Figure 4.4に示す．Figure 4.5には P_{vis} と θ_{vis} の scatter plot を示す． Figure 4.6にはシミュレーションによる P_{pis} と θ_{vis} の scatterplot を示す．これによると， θ_{vis} の大きいものは P_{vis} が小さいことがわかる．これは次の 2 つの理由が考えられる．

1. 観測できなかった中性粒子があるために P_{vis} が小さく，ニュートリノの方向からずれた場合
2. 泡箱外でのニュートリノ反応による二次生成粒子による反応で，もともとの入射運動量が小さく，入射方向もニュートリノ方向からずれている場合

今回の解析では $\theta_{vis} < 50^\circ$ のものを用いた．シミュレーションによると，準弾性散乱，単一 π 中間子生成反応のイベントのうち， 98.5% が $\theta_{vis} < 50^\circ$ の範囲に入った．

4.6 反応チャンネルごとの分離

今回，

$$\begin{aligned} \nu_\mu n &\rightarrow \mu^- p \\ \nu_\mu p &\rightarrow \mu^- p\pi^+ \\ \nu_\mu n &\rightarrow \mu^- p\pi^0 \end{aligned}$$

$$\nu_\mu n \quad \rightarrow \quad \mu^- n \pi^-$$

の各チャンネルのイベントを分離して，それぞれの解析をおこなう．これらのイベントの分離については，次章以降で扱う．

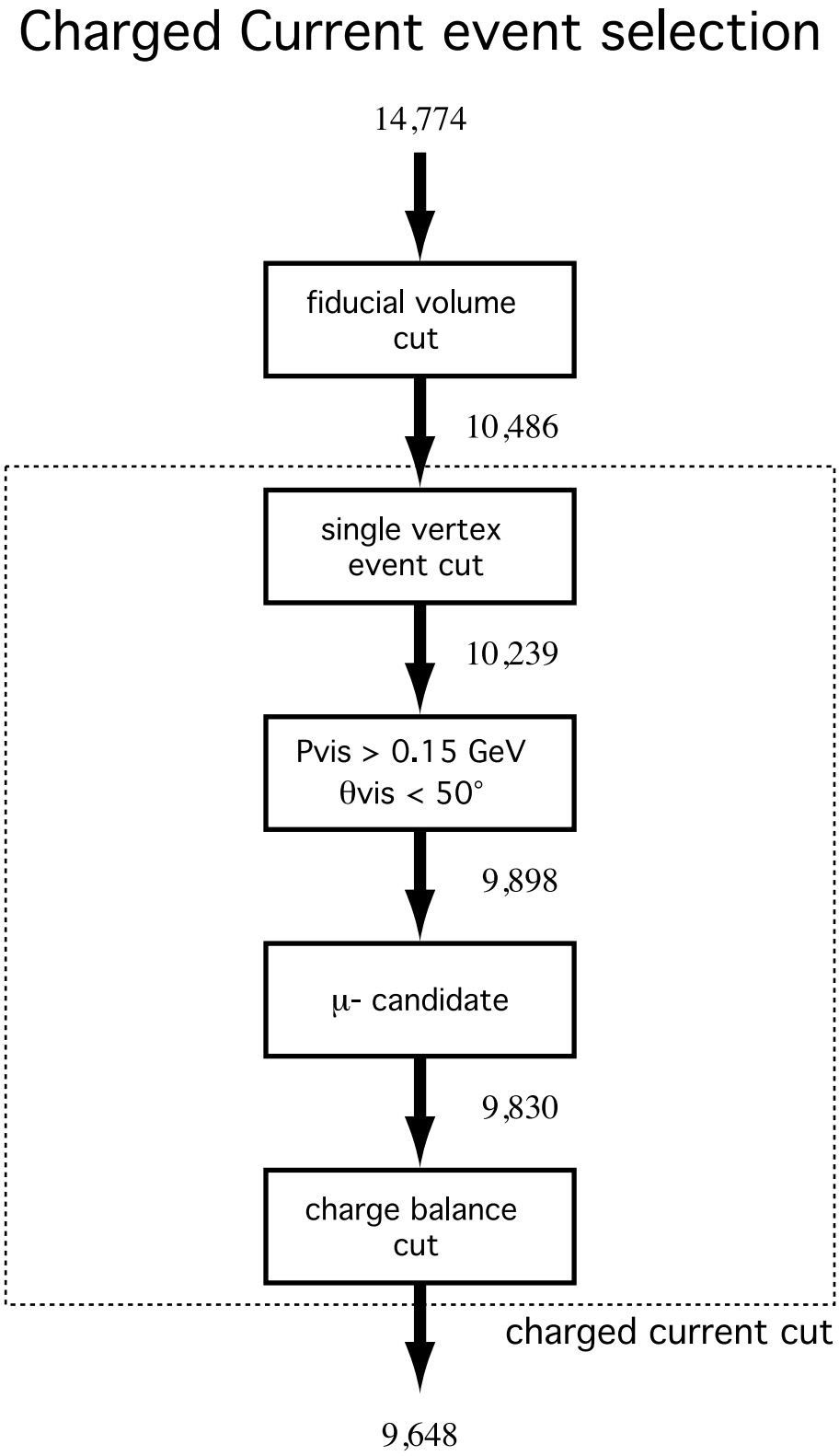

Figure 4.1: Charged Current event のイベントセレクション

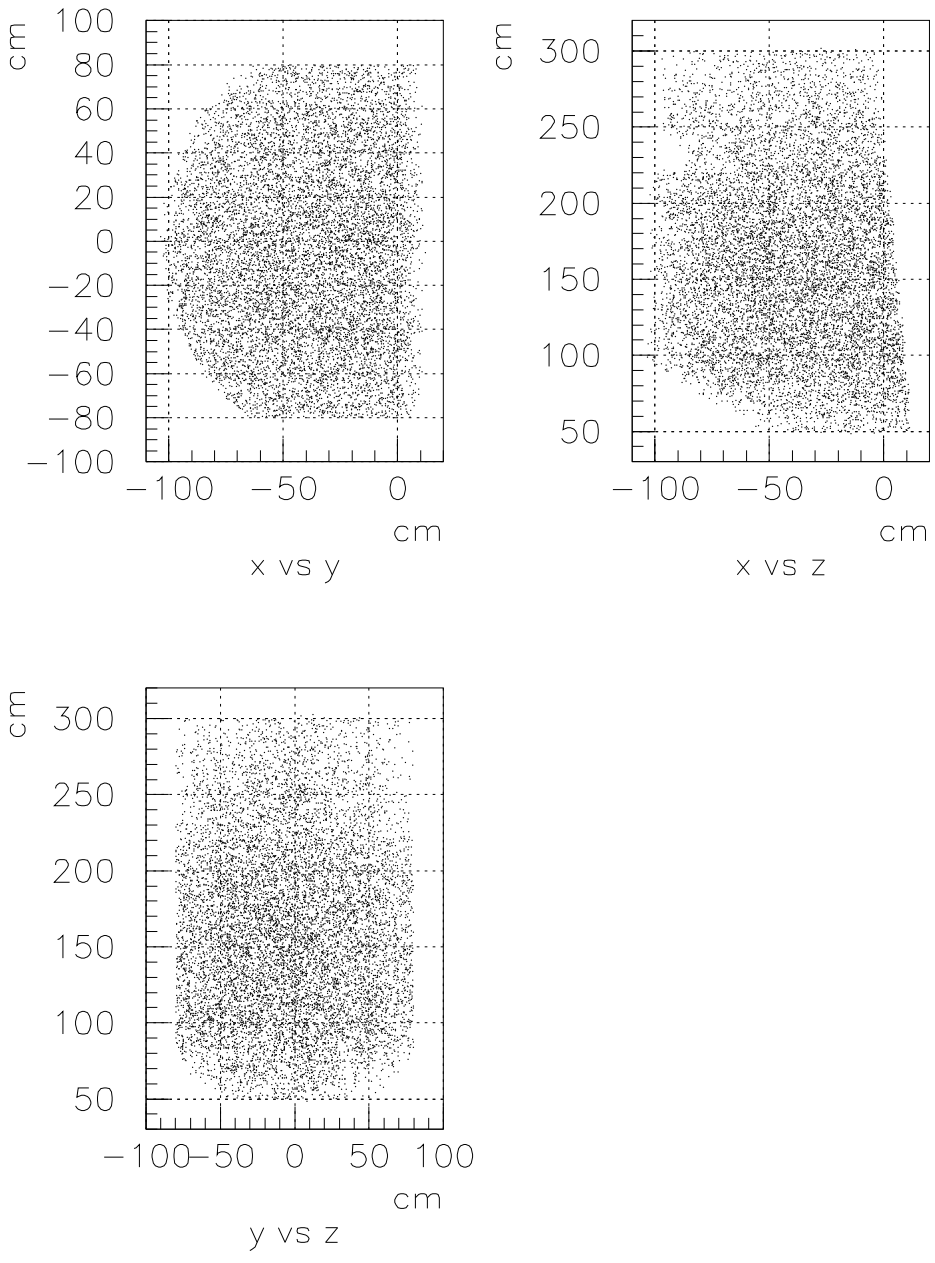

Figure 4.2: 泡箱内の一次反応点の分布

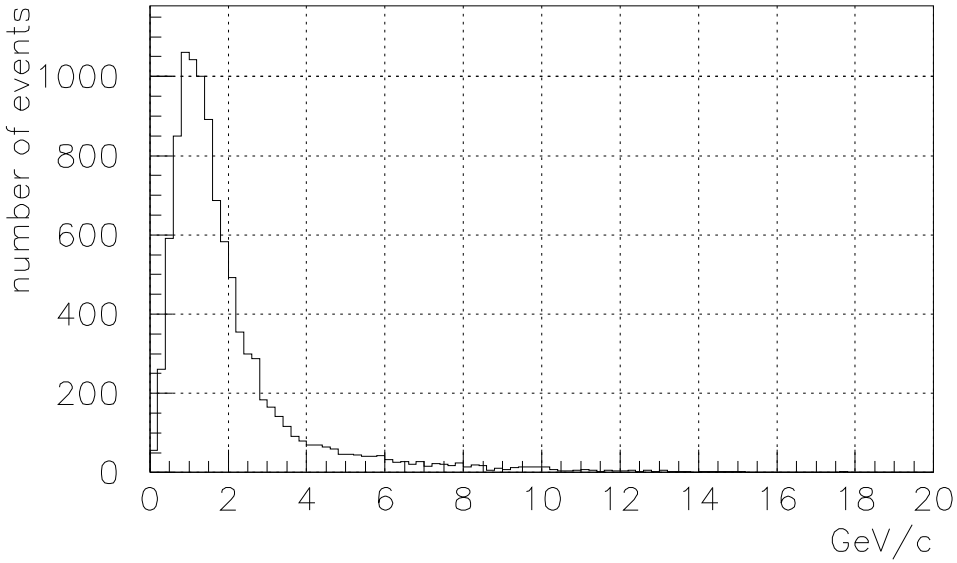

Figure 4.3: P_{vis} 分布

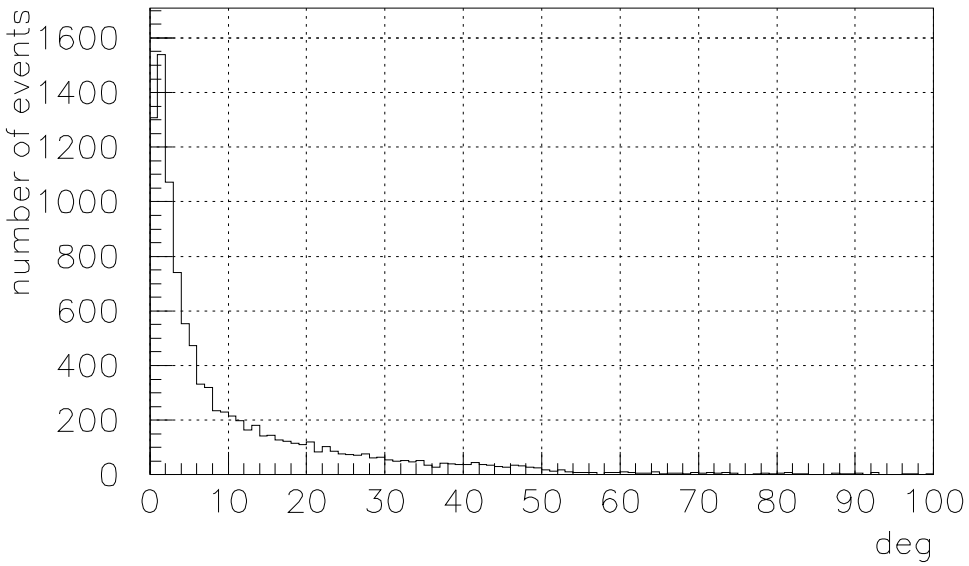

Figure 4.4: θ_{vis} 分布

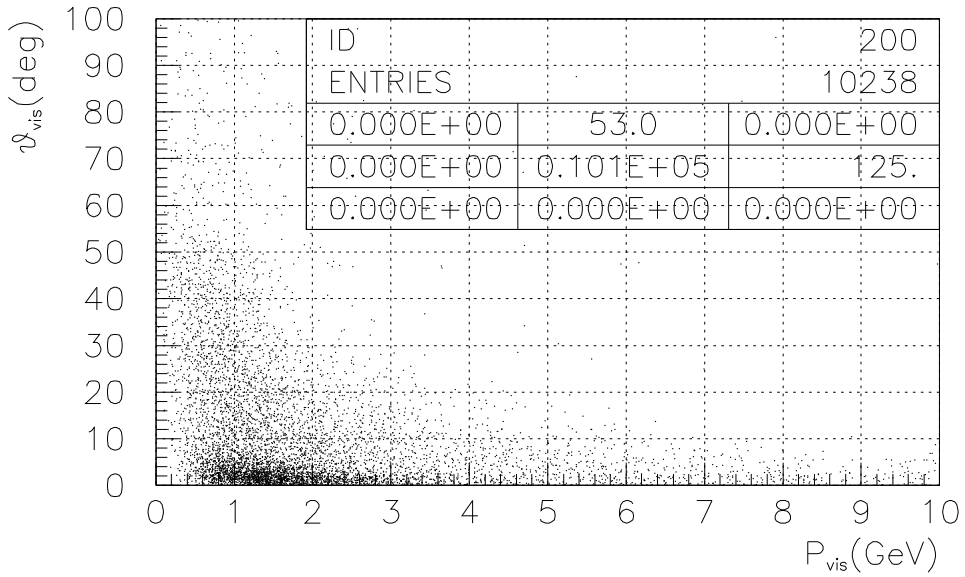

Figure 4.5: P_{vis}とθ_{vis} の分布 (観測値)

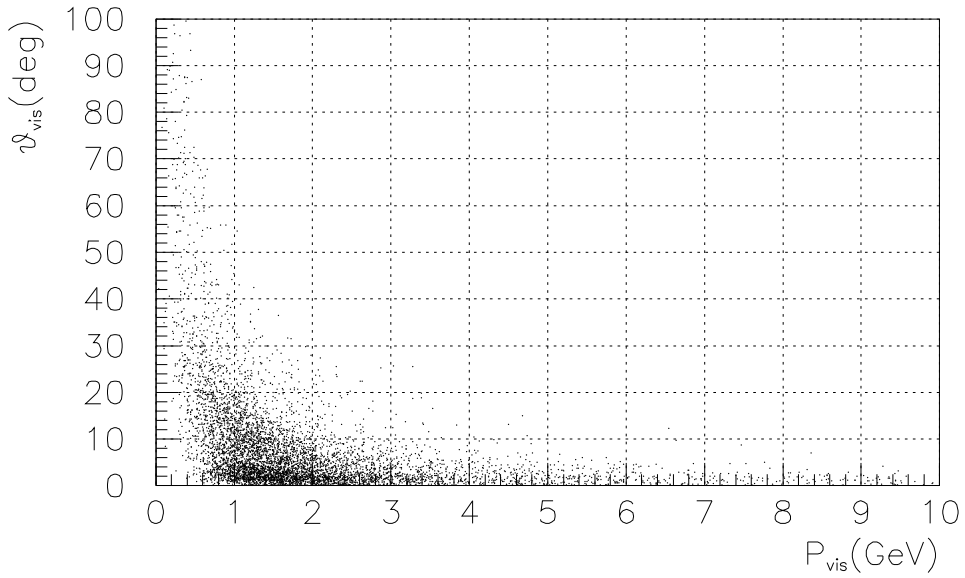

Figure 4.6: P_{vis}とθ_{vis} の分布 (シミュレーション)

Chapter 5

準弾性散乱反応

この章ではニュートリノによる準弾性散乱反応 $\nu_\mu n \to \mu^- p$ についての解析を行う．

5.1 準弾性散乱反応 $\nu_\mu n \to \mu^- p$

一般にニュートリノ荷電反応では，Figure 5.1のように，核子中の d クォークと W^+ とが，弱い相互作用

$$W^+ + d \to u$$

をして，その結果終状態にいくつかの粒子が生成される．ところが，Q^2 が小さい場合，中性子中の d クォークが W^+ と相互作用をするが，終状態には陽子のみとなる場合が考えられる（Figure 5.2）．これがニュートリノ準弾性散乱反応である．

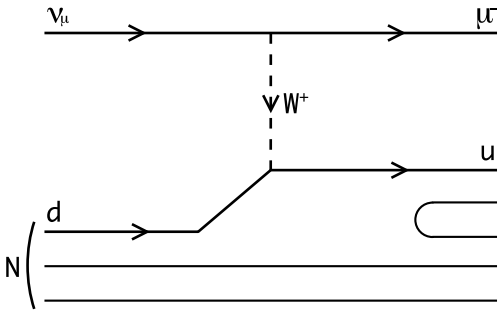

Figure 5.1: 一般のニュートリノ荷電カレント反応

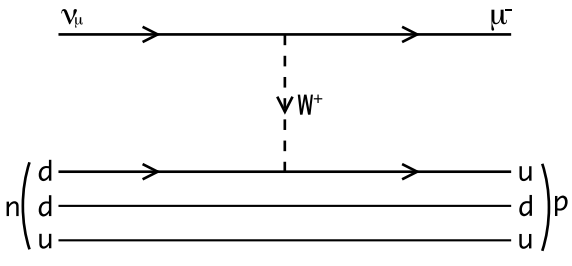

Figure 5.2: 準弾性散乱反応

5.2 準弾性散乱反応の分離

準弾性散乱反応は

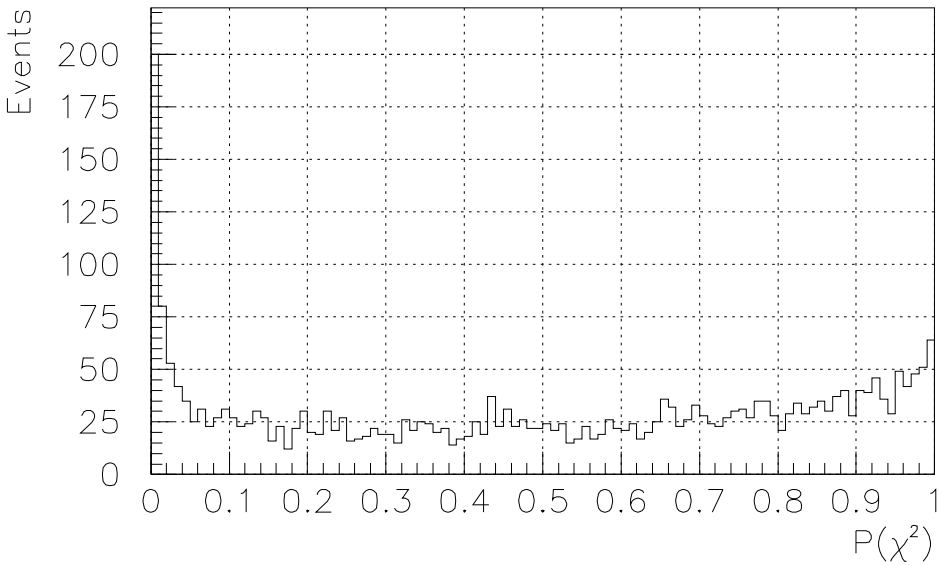

Figure 5.3: $\nu_\mu n \to \mu^- p$ 反応の $P(\chi^2)$ 分布

$$\nu_\mu n \to \mu^- p$$

という反応であるが，泡箱実験では標的に重水素を用いるので，標的に付随する陽子 (Spectator Proton:p_s) が存在する．そのため実際には

$$\nu_\mu n \to \mu^- p p_s$$

という反応としても観測される．どちらにしても，この反応は反応結果が全て荷電粒子であるので， 3C fit によって反応の仮定がなされる．

Figure 5.3にこの 3C fit に対する χ の Probability $P(\chi^2)$ 分布を示す． 3C fit に対して， $P(\chi^2)$ 分布は一様であるはずである．ところが $P(\chi^2) < 1\%$ に鋭いピークがみられる．これはバックグラウンド反応の混入によるものであると考えられる．そこで， $P(\chi^2) < 1\%$ であるイベントをとりのぞく．これにより，解析に用いる $\nu_\mu n \to \mu^- p$ 反応は 2,751 イベントとなった．

さて， Spectator Proton は運動量が小さいので，泡箱実験においては観測されないことが多い． Spectator Proton が観測されなかった場合， $\mu^- p p_s$ 反応は 2 プロング反応として測定される．この際 P_s の運動量は SQUAW による fitting 時に，適当な値が決められる．観測された場合， $\mu^- p p_s$ 反応は 3 プロング反応として測定される．

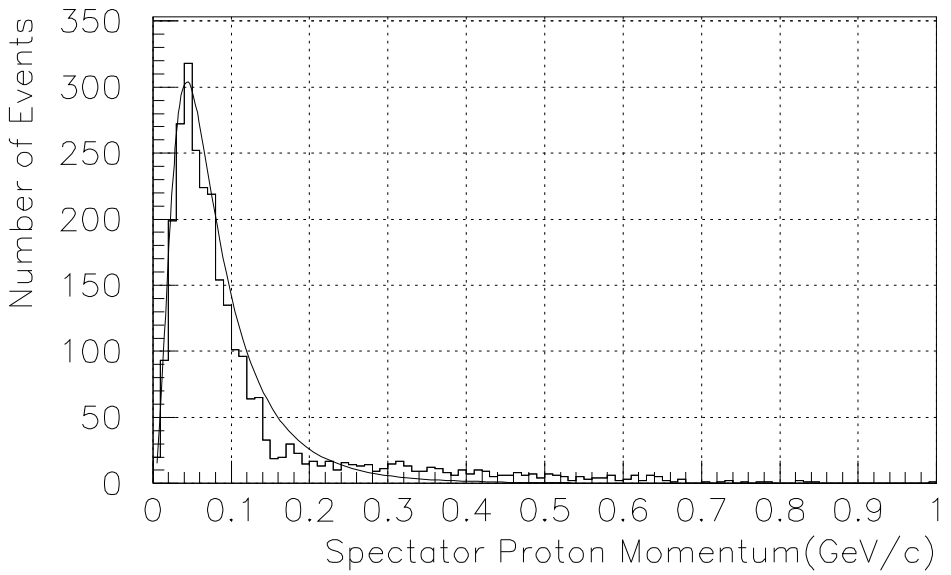

Figure 5.4: Spectator Proton の運動量分布．曲線は HulthénWave Function による分布を実験値のイベント数で規格化したもの

この場合 2 個の陽子が測定されるが，これらの陽子はどちらが反応に関与した Recoil Proton で，どちらが Spectator Proton であるかは運動学的には区別し得ないものである．しかし，重水素中の核子の運動を記述する Hulthé Function によると重水素中の陽子の運動量は最大でも 300MeV/c 程度であると見積もられる．そこで，測定された運動量が大きな方を Recoil Proton，小さな方を Spectator Proton と定めた．

Figure 5.4に Spectator Proton の運動量の分布を示す．ここには，3 プロングイベントとして観測されたイベントの，実測された P_s の値と，イベントが 2 プロングイベントとして観測され，fit によって与えられた P_s の値が含まれる．また，曲線で示した関数は Hulthén Wave Function によるものである．

$|\vec{P}_s| < 300\mathrm{MeV/c}$ においては実験データと Hulthén Wave Function との分布はよくあっている．

一方 $|\vec{P}_s| > 300\mathrm{MeV/c}$ において実験データの方が多くなっている．これは，Recoil Proton が Spectator Proton に衝突して，Spectator Proton に運動量を与えたためであると考えられる．

シミュレーションにおいて与えられる標的核子の運動量としては，この Hulthén Wave Function の分布に従う量を用いる．大きさはこの運動量分布に従い，自由な方向を持つ運動量を仮定して，それを標的の核子の運動量としてもちいる．

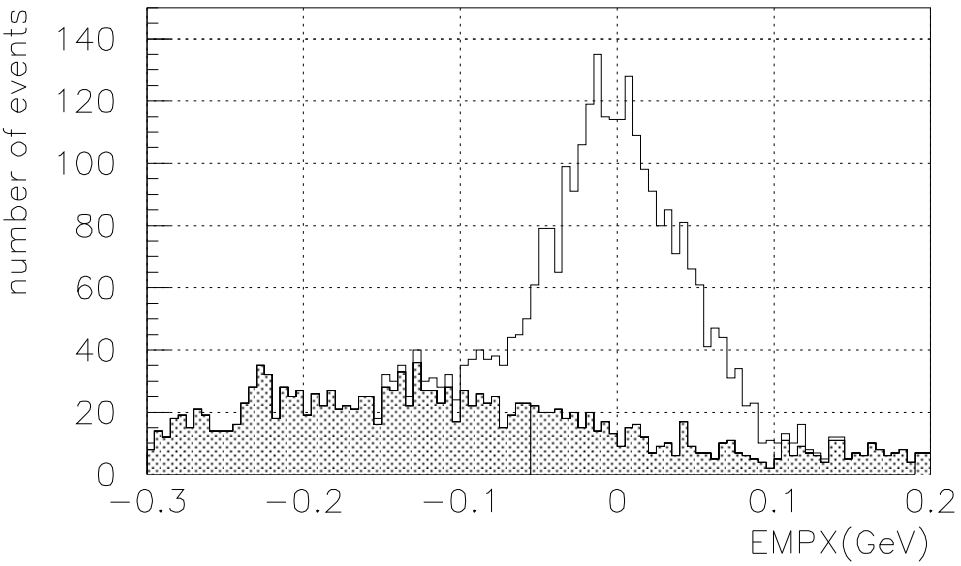

Figure 5.5: 泡箱実験 2 プロングイベントの EMPX 分布 白抜き部が $\nu_\mu n \to \mu^- p$ イベント

次に，準弾性散乱の 2 プロングイベントに対して，中性粒子の存在を調べるために $EMPX$（Energy Minus P X）という量を導入して，これを調べる．$EMPX$ は次のように定義される．

$$EMPX \equiv E_{\mu^-} + E_p - (P_{\mu l} + P_{pl}) - M_n \tag{5.1}$$

ただし，添字の μ^-，p と n はそれぞれ終状態における μ^-，Recoil Proton である p および標的である n をあらわす．P_l とは各々の運動量のニュートリノビームの入射方向成分のことである．

準弾性散乱のように中性粒子の損失がない場合，重水素中での核子の運動量を無視し，かつ各トラックに対し正しい運動量を定めれば，$EMPX$ は測定誤差の範囲内で完全に 0 となる．もし中性粒子の損失がある場合は負の値となる．正の値は物理的にとりえない値である．

Figure 5.5に全 2 プロングイベントの $EMPX$ 分布を示す．白抜き部分がが準弾性散乱の $EMPX$ 分布である．これは全 2 プロングイベントから準弾性散乱反応として選ばれたものを白抜きとしている．

白抜き部分における分布の幅は，測定誤差または重水素中での核子の内部運動量によるものと考えられる．分布は正負に均等にひろがっており，特にかたよりはみられない．このため，2 プロングの準弾性散乱にはイベントの損失，あるいは混入は特にみられないといえる．

準弾性散乱反応の主なバックグラウンド反応は $\nu_\mu d \to \mu^- p \pi^0 p_s$ 反応である．Higuchi[11] によ

ると，この反応は，$\nu_\mu d \to \mu^- pp_s$ 反応に $5 \pm 1\%$ 程度混入すると見積もられた．

5.3 準弾性散乱シミュレーション

シミュレーションとしては，入射ニュートリノとして実験結果のニュートリノの運動量分布に基づくニュートリノの運動量 (Figure 5.6) を用いる．これに対して，標的には先にも述べた Hulth'en Wave Function に基づく運動量を与えた中性子を想定する．この条件で，実験データの 2,751 イベントに対し，統計誤差がほぼ無視できる量である，300,000 イベントのシミュレーションのデータを作成した．なお，各物理量の比較においては，ヒストグラムの面積を実験データに正規化して，実験データにのみ誤差を表示してある．誤差は統計誤差である．

スーパー神岡実験では，核子の form factor のパラメータである axial vector massM_A として，Miller[19] による，$M_A = 1.01\mathrm{GeV/c^2}$ の値を用いている．ここでは，M_A の影響による効果を調べるために，BNL 泡箱実験において核子の form factor の解析を行った Sagawa[25] による $M_A = 1.10 \pm 0.05\mathrm{GeV/c^2}$ の値を用いてもシミュレーションを行った．

5.4 基本的物理量の分布の比較

以下に，準弾性散乱イベントにおけるニュートリノビームのエネルギー E_ν，Q^2，生成粒子である proton，μ^- の運動量の分布を示す (Figure 5.6~Fig5.9) ．Q^2，proton，μ^- の運動量において太い線が $M_A = 1.10\mathrm{GeV/c^2}$，細い線が $M_A = 1.01\mathrm{GeV/c^2}$ のときのシミュレーション結果である．

E_ν (Figure 5.6) はおよそ 1GeV にピークを持ち，0.2GeV から 10GeV にわたって分布している．

この結果によると M_A の値によってシミュレーションの結果はほとんど変化しない．μ^- の運動量分布においては，シミュレーションは実験結果をよく再現する．$Proton$ の運動量分布においては，$0.5\mathrm{GeV/c}$ 以下の低いところにおいてはシミュレーションと実験結果は異なった分布を示している．

次に μ^- 粒子の生成方向を評価する．ニュートリノビームの方向と μ^- 粒子の散乱方向のなす角度を θ とするときの μ^- の運動量と $\cos\theta$ の scatter plot を Figure 5.10，5.11に示す．Figure 5.10が実験値で Figure 5.11がシミュレーションによる結果である．また，実験とシミュレーションの結果を比較したものを Figure 5.12に示す．実線がシミュレーションによる分布における，運動量 $0.05\mathrm{GeV/c^2}$ あたりの中心値，点線がその RMS である．誤差付の値は，実験による結果の同じ中心値．誤差はその RMS である．これによると，シミュレーションは実験による結果と同じ分布をもつといえる．

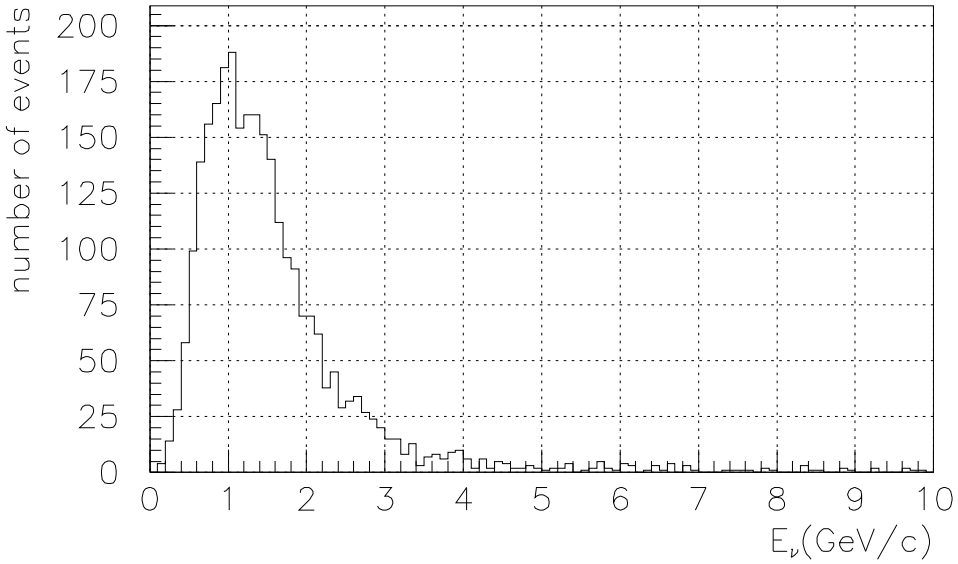

Figure 5.6: $\mu^- p$: ν_μ のエネルギー分布

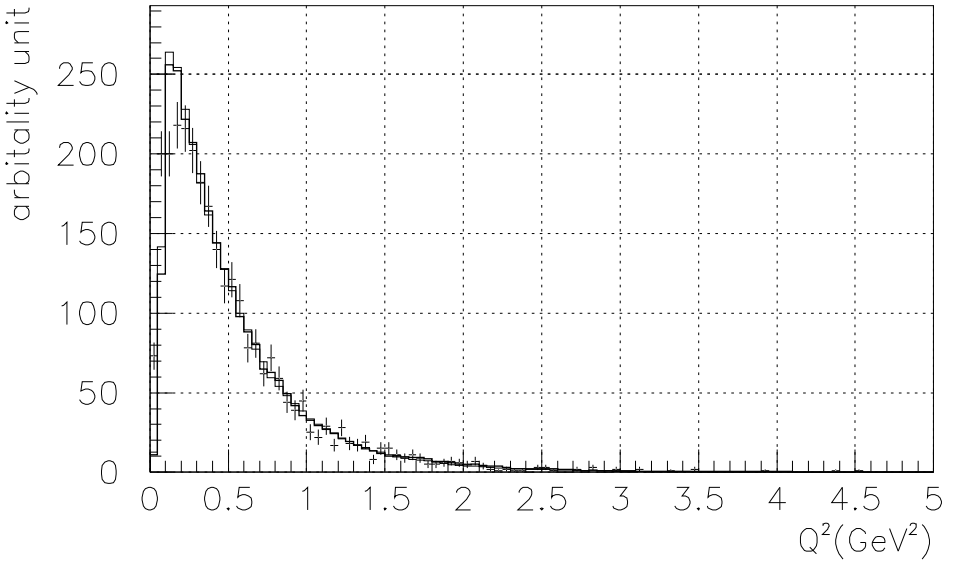

Figure 5.7: $\mu^- p$: 移行運動量 Q^2 分布：太線が $M_A = 1.10\mathrm{GeV/c^2}$，細線が $M_A = 1.01\mathrm{GeV/c^2}$

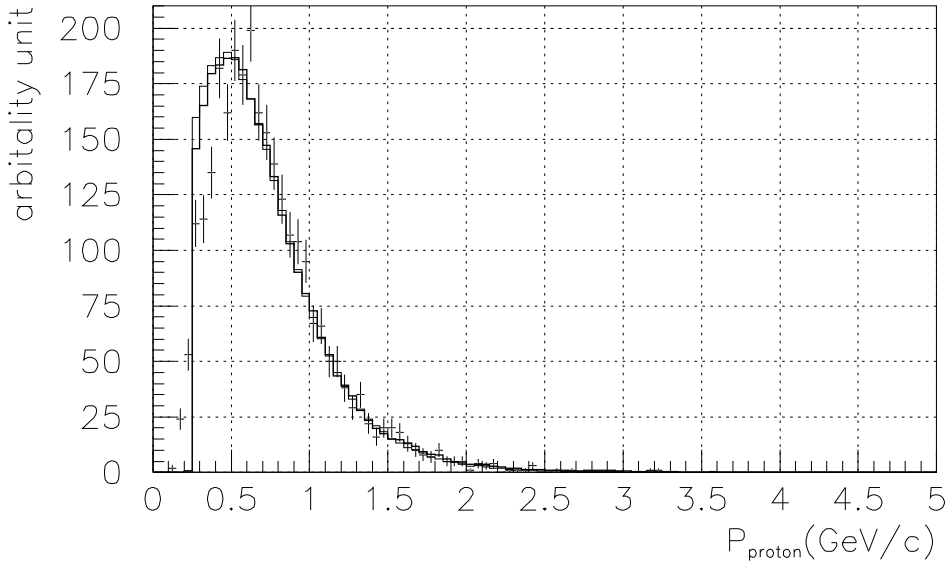

Figure 5.8: $\mu^- p$: Proton の運動量分布：太線が $M_A = 1.10\mathrm{GeV/c^2}$，細線が $M_A = 1.01\mathrm{GeV/c^2}$

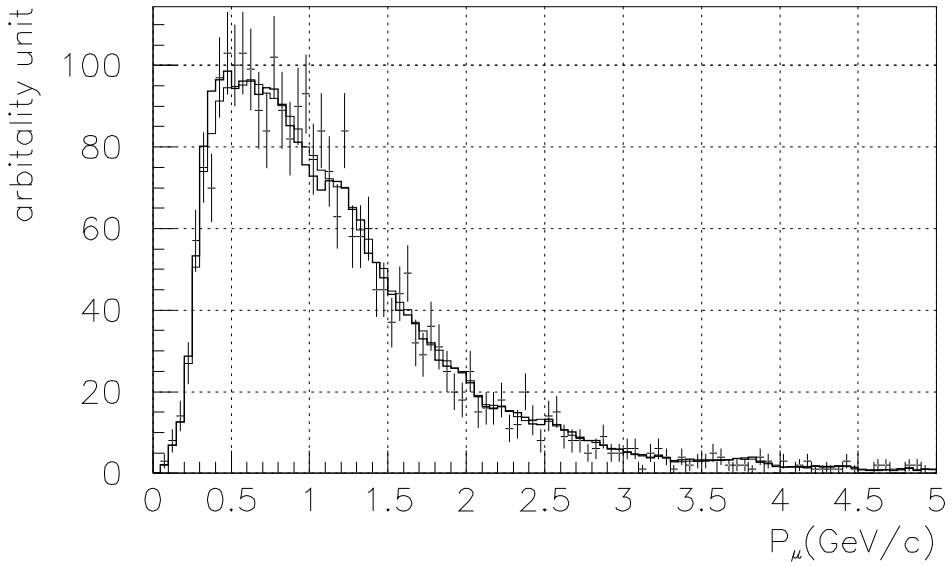

Figure 5.9: $\mu^- p$: μ^- の運動量：太線が $M_A = 1.10\mathrm{GeV/c^2}$，細線が $M_A = 1.01\mathrm{GeV/c^2}$

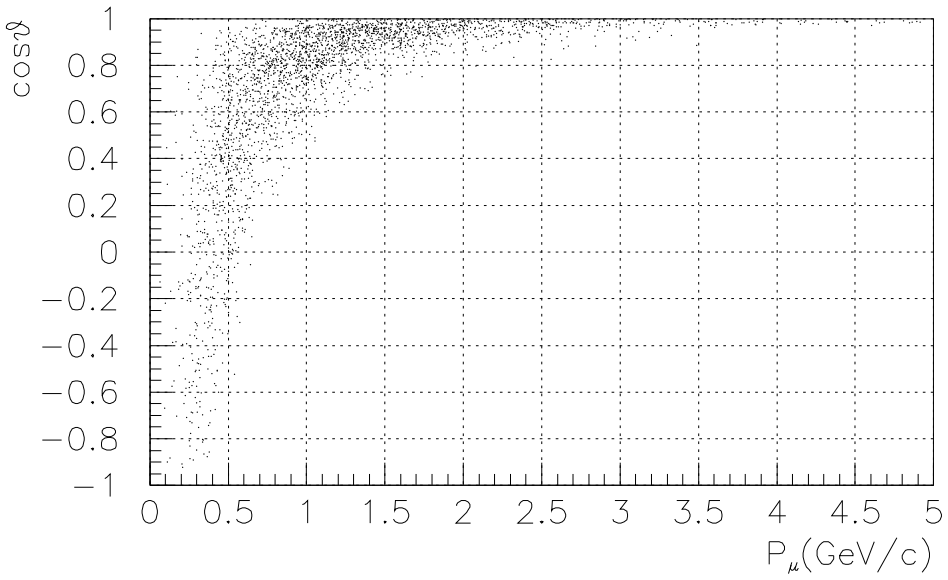

Figure 5.10: $\mu^- p$: μ^- がニュートリノビームとなす角度 θ と μ^- の運動量との相関分布 (実験値)

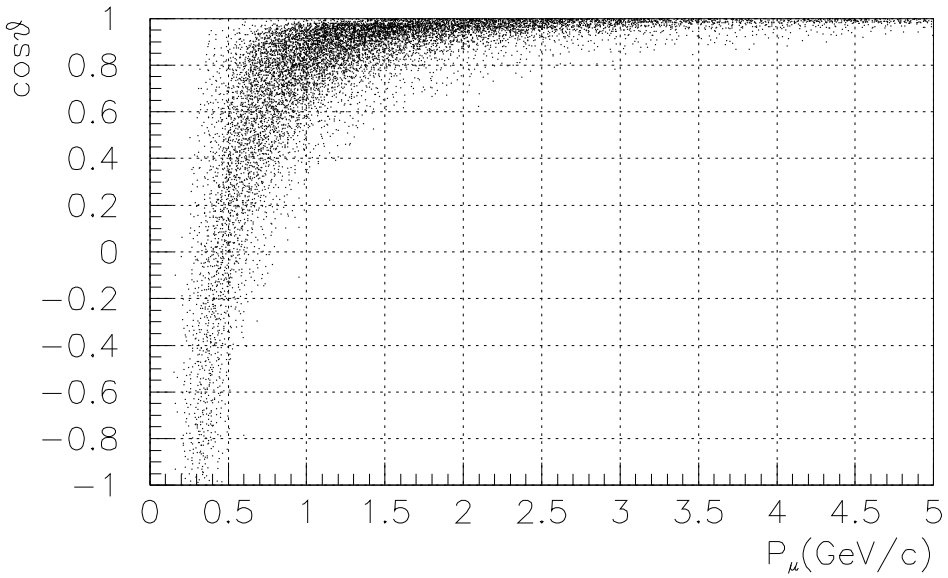

Figure 5.11: $\mu^- p$: μ^- がニュートリノビームとなす角度 θ と μ^- の運動量との相関分布 (シミュレーション)

Chapter 6

単一 π 中間子粒子生成反応

この章ではニュートリノによる荷電カレント反応のうち，単一 π 中間子生成反応を扱う．

6.1 単一 π 中間子生成反応

荷電カレント単一 π 中間子生成反応としては，次の三つの反応がある．

$$\begin{aligned}
\nu_\mu d &\rightarrow \mu^- p \pi^+ n_s \\
\nu_\mu d &\rightarrow \mu^- p \pi^0 p_s \\
\nu_\mu d &\rightarrow \mu^- n \pi^+ p_s
\end{aligned}$$

これらの単一 π 中間子生成反応においては，核子の共鳴状態を含む次のような反応が顕著であると考えられる．

$$\begin{aligned}
\nu_\mu p &\rightarrow \mu^- \Delta^{++} \\
\nu_\mu n &\rightarrow \mu^- \Delta^{+} \\
\nu_\mu n &\rightarrow \mu^- N^{*+}
\end{aligned}$$

Δ および N^* は核子 N と π とに二体崩壊する割合が高い．Figure 3.1に共鳴状態を経て π 中間子を生成するダイアグラムを示す．これ以外にも共鳴状態を作らない反応も存在する．

シミュレーションでは共鳴状態を作る計算と，共鳴状態を作らない計算とを別に行い，最後にたしあわせるということを行っている．実験結果においては，共鳴状態を経たか否かについては識別することができないが，核子と π 中間子のハドロン系のの不変質量を計算してみることで共鳴状態の影響を調べることができる．

スーパー神岡実験においてはこの共鳴の質量 W に $1.4\mathrm{GeV/c^2}$ の上限を設けている．ここでは，この制限をシミュレーションの計算において考慮している，W が $2.0\mathrm{GeV/c^2}$ までの共鳴についても計算をおこない，これを比較する．

ところで，反応結果が全て荷電粒子となる，$\nu_\mu p \rightarrow \mu^- p\pi^+$ 反応は 3C（3 Constraint）fit で fitting を行うことができる．反応結果に中性粒子が含まれる $\nu_\mu d \rightarrow \mu^- p\pi^0$，$\nu_\mu d \rightarrow \mu^- n\pi^+$ 反応については，中性粒子を仮定する 0C（0 Constraint）fit によって反応を仮定することになる．

6.2 反応の分離

この章では，泡箱実験の結果のデータからの単一 π 生成の 3 つの反応の事象 (イベント) の分離を行う方法を述べる．

6.2.1 $\nu_\mu p \rightarrow \mu^- p\pi^+$ 反応の分離

この反応は，重水素標的の荷電カレント反応から，

$$\nu_\mu d \rightarrow \mu^- p\pi^+ n_s \tag{6.1}$$

という反応として 3C fit したものを分離する．この 3C fit イベントの χ^2 Probability，$P(\chi^2)$ 分布を Figure 6.1に示す．

ここで，$P(\chi^2)$ 分布はほぼ一様に分布するはずである．しかし，Figure 6.1の $P(\chi^2) < 1\%$ および $P(\chi^2) = 100\%$ 付近には鋭いピークがみられる．

$P(\chi^2) < 1\%$ におけるピークの原因としてはバックグラウンド事象の混入によるものが考えられる．よって $P(\chi^2) < 1\%$ であるイベントは解析の対象から除くことにする．

一方 $P(\chi^2) = 100\%$ におけるピークは，重水素への水素の混入よるものが考えられる．つまり，ニュートリノが水素 H_2 の陽子と反応した場合には，Spectator Neutron は存在しないので，純粋に，

$$\nu_\mu p \rightarrow \mu^- p\pi^+ \tag{6.2}$$

という反応になる．しかしここで用いられている SQUAW の fitting ではかならず Spectator Neutron の存在を仮定して fitting を行う．標的が H_2 の場合，$\nu_\mu d \rightarrow \mu^- p\pi^+ n_s$ の fit は Spectator Neutron が静止している場合に対応する．よって 3C fit の $P(\chi) = 100\%$ 付近にはこの条件をみたすイベントが多く集まると考えられる．以上の理由により，解析には $P(\chi^2) > 1\%$ のイベントを使用する．

$P(\chi^2) > 1\%$ であり，粒子識別スキャンの情報と矛盾しないという条件で選ばれた $\nu_\mu d \rightarrow \mu^- p\pi^+ n_s$ 反応は 1,693 イベントであった．Figure 6.2に fit による，Spectator Neutron の運動量分布を示す．

これによると Spectator Neutron の運動量は $150\mathrm{MeV/c}$ までの値をもっている．これは $150\mathrm{MeV/c}$ 以上の運動量を持つ Spectator Neutron を含むイベントは，$P(\chi^2) > 1\%$ の 3C fit では得られないことを示す．

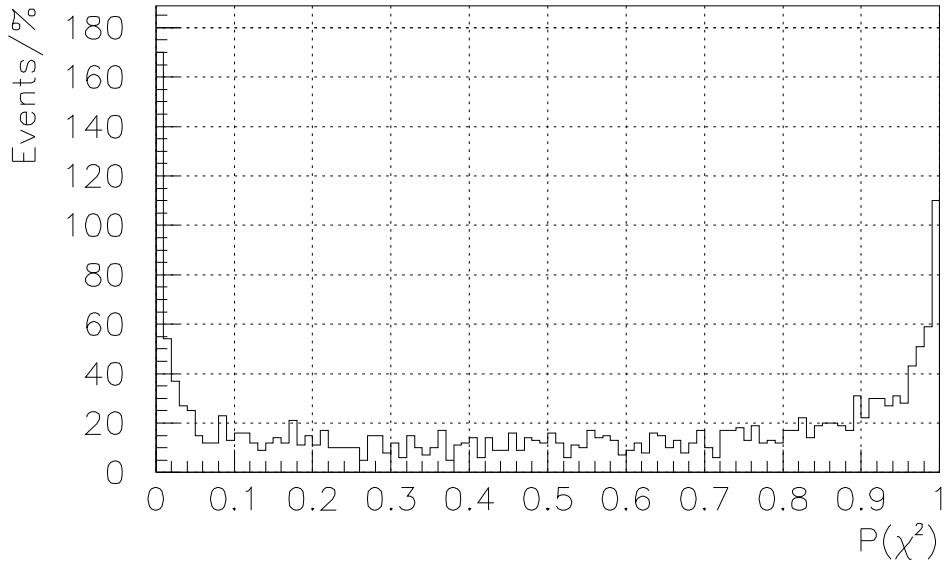

Figure 6.1: $\nu_\mu d \to \mu^- p\pi^+ n_s$ 反応における $P(\chi^2)$ 分布

6.2.2 $\nu_\mu n \to \mu^- n\pi^+$, $\nu_\mu n \to \mu^- p\pi^0$ 反応の分離

$\mu^- p\pi^0$ 反応には終状態に中性粒子 π^0 が含まれる . π^0 は

$$\begin{aligned} \pi^0 &\to \gamma\gamma \\ \gamma &\to e^+e^- \end{aligned}$$

という過程を通して，電子・陽電子対として観測されうる .

しかし，観測を行った泡箱内で γ が電子・陽電子対に崩壊する確率は低く，この情報を用いて $\mu^- p\pi^0$ チャンネルの分離を行うことはできない [1] . よって，この $\mu^- p\pi^0$ 反応の分離には $\nu_\mu n \to \mu^- p\pi^0$ 反応に 0C fit するという条件を用いる .

また , $\mu^- n\pi^+$ 反応には，終状態に中性子 n が含まれる . 中性子 n は泡箱内で $np \to pp\pi^-$ 等の反応をすると観測できる . しかし，その反応の確率は非常に小さい . そこで，この $\mu^- n\pi^+$ 反応の分離にも , $\nu_\mu n \to \mu^- n\pi^+$ 反応に 0C fit するという条件を用いる .

この 2 つの反応過程に対する fit は，共に運動学的なものである . そこで，バックグラウンドの混入を減らすために , $\mu^- p\pi^0$, $\mu^- n\pi^+$ の共に以下の条件を課す .

- DST におさめられた，粒子識別スキャンによる情報を用いる .

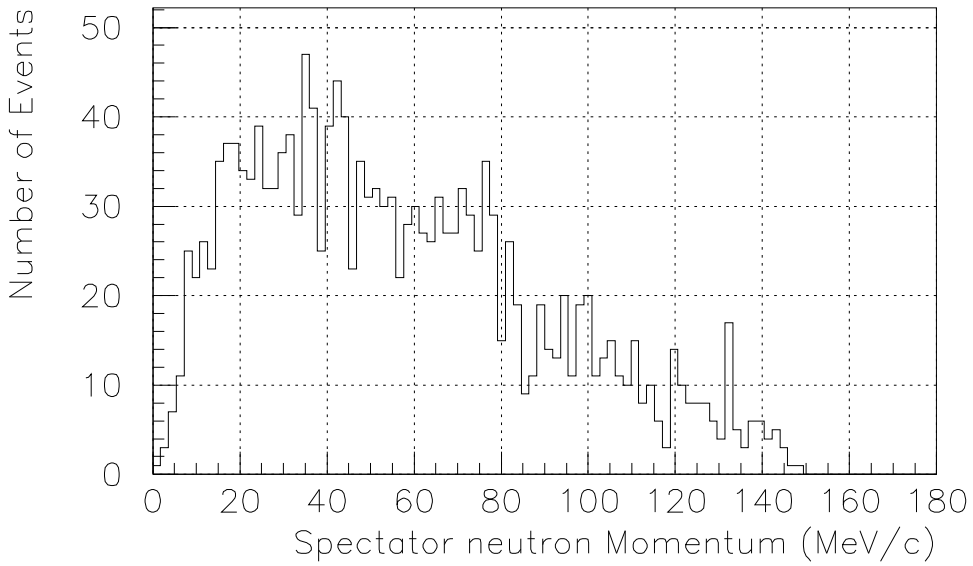

Figure 6.2: $\mu^- p\pi^+ n_s$ イベントの SpectatorNeutron の運動量分布

- Spectator Proton の見えない，2 プロング反応であるものを用いる．
  $\nu_\mu d \to \mu^- p\pi^0 p_s$ および $\nu_\mu d \to \mu^- n\pi^+ p_s$ 反応は，2 プロングまたは 3 プロング反応として観測されうる．しかし，3 プロング反応の fit には，他の 3 プロングイベントの混入，Spectator Proton と反応による荷電粒子との識別という問題が生じる．そこで，これらの反応の分離には Spectator Proton の見えない 2 プロングの反応だけを用いる．

また，もし 3C fit に適合するイベントであれば，0C fit よりも優先する．

これらの条件でも，$\mu^- p\pi^0$，$\mu^- n\pi^+$ の両方に 0C fit し，正電荷を持つ粒子が π^+ であるか p であるか区別がつかない場合，どちらのイベントか区別することができない．この場合には等しい重みをかけて両方の反応チャンネルにイベントを振り分ける．

さらに選ばれた 0C fit の結果のうち，解析にはニュートリノのエネルギーが $E_\nu < 10\mathrm{GeV}$ のものを用いた．

Figure 6.3に両方のイベントに fit したイベントの $\mu^- p\pi^0$，$\mu^- n\pi^+$ のそれぞれに fit したときのハドロン系の質量を示す．この値が，どちらかの反応チャンネルについてのみ $\Delta(1232)$ 付近に集中して分布するような傾向はみられない．また，これらのイベントにおいては，fit した $\mu^- p\pi^0$ におけるハドロン系の静止質量は $1.3\mathrm{GeV/c^2}$ 以上に分布している．この分布からどちらかの反応の特徴を見出すことはできない．

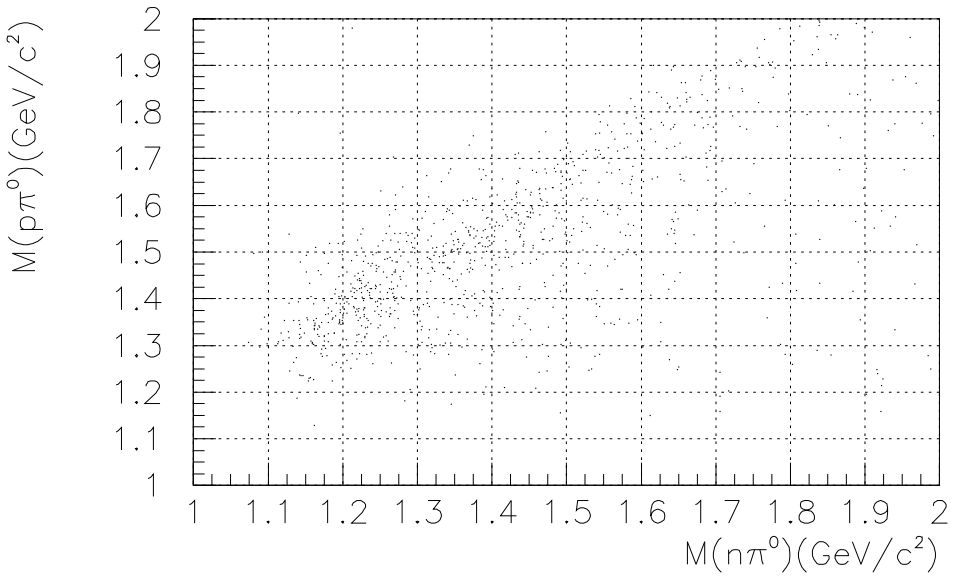

Figure 6.3: $\mu^- p\pi^0$, $\mu^- n\pi^+$ の両方に fit したイベントの $M(n\pi)$ 分布の相関

条件	イベント数	total
$\mu^- p\pi^0$ にのみ fit	647	871
両方に fit	448	
$\mu^- n\pi^+$ にのみ fit	531	755

Table 6.1: 0C fit イベントの数

以上のようにして選ばれた反応の数は Table 6.1の通りである．

6.2.3 Adler Frame の定義

ここでは，$N\pi$ 静止系における π 中間子の角度分布を取り扱うために，Adler Frame を定義する．

Adler Frame とは Figure 6.4のような座標系である．z 軸はレプトン側からハドロン側への移行運動量 $\vec{q} = \vec{p}_\nu - \vec{p}_\mu$ の方向である．y 軸は $\vec{p}_\nu$ および $\vec{p}_\mu$ に垂直な方向 $\vec{p}_\nu \times \vec{p}_\mu$ に平行である．x 軸はこれらの y，z 軸に対して右手系となるようにとられる．

この座標系において，π の方向を Figure 6.4で定義した azimuthal decay angle ϕ と polar decay angle θ で表す．

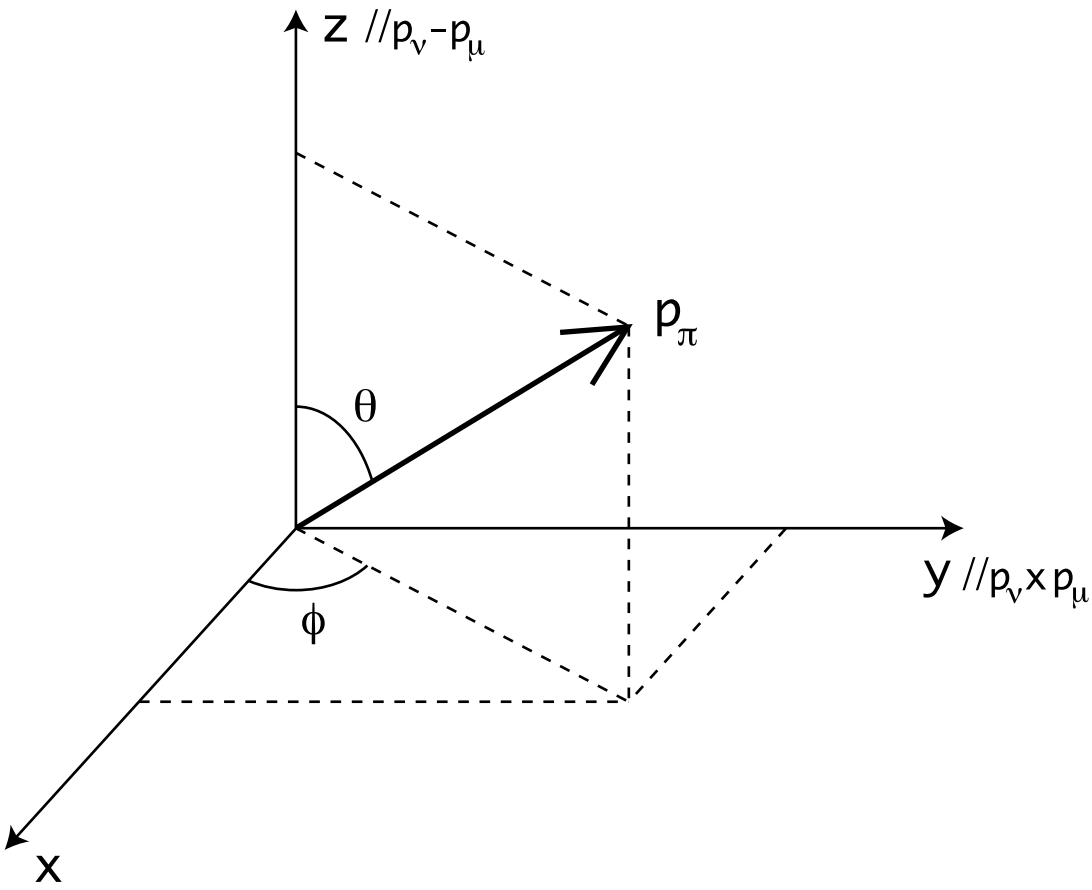

Figure 6.4: AdlerFrame の定義

6.3 基本的物理量の分布

以下に，各チャンネルの解析結果を示す．誤差つきの値が実験結果で，実線がシミュレーションによる結果である．誤差は統計誤差である．また，太線が $W < 2.0\mathrm{GeV/c^2}$，細線が $W < 1.4\mathrm{GeV/c^2}$ である．

6.3.1 $\nu_\mu p \to \mu^- p \pi^+$ 反応

以下に $\mu^- p \pi^+$ イベントのニュートリノビームのエネルギー分布（Figure 6.5），移行運動量 Q^2 分布（Figure 6.6），Nπ ハドロン系の不変質量 W 分布（Figure 6.7），μ^-，proton，π^+ の運動量分布（Figure 6.8，6.9，6.10），Adler Frame における π の角度分布（Figure 6.11，6.12）を示す．

この反応モードにおいては，アイソスピン解析からもわかるように $\Delta(1232)$ の生成が顕著である．このため，W を制限した効果はあまりあらわれてこない．

生成粒子の運動量分布，π^+ の散乱角度分布においても，実験結果とよくあった結果となってい

る．

6.3.2 $\nu_\mu n \to \mu^- p\pi^0$ ， $\nu_\mu n \to \mu^- n\pi^+$ 反応

$\mu^- p\pi^0$ イベントのビームニュートリノのエネルギー分布（Figure 6.13），移行運動量 Q^2 分布（Figure 6.14），Nπ ハドロン系の不変質量 W 分布（Figure 6.15），μ^- ，proton ，π^0 の運動量分布（Figure 6.16 ， 6.17 ， 6.18），Adler Frame における π の角度分布（Figure 6.19 ， 6.20）を示す．

なお ，$\mu^- p\pi^0$ ，$\mu^- n\pi^+$ イベントの Adler Frame における角度分布を得る際には ，$0.5 < E_\nu < 3.0\mathrm{GeV}$ のカットを行っている．これは，高いエネルギーのニュートリノのイベントにおいて多重 π 中間子生成反応などのバックグラウンド反応の混入が顕著となることが考えられ，これは角度分布に大きく影響してくるからである．

また ，$\mu^- n\pi^+$ イベントのビームニュートリノのエネルギー分布（Figure 6.21），移行運動量 Q^2 分布（Figure 6.22），Nπ ハドロン系の不変質量 W 分布（Figure 6.23），μ^- ，neutron ，π^+ の運動量分布（Figure 6.24 ， 6.25 ， 6.26），Adler Frame における π の角度分布（Figure 6.27 ， 6.28）を示す．

共にニュートリノのエネルギーは，準弾性散乱のものよりも高く分布している．

これらの結果の評価には，実験結果の $\mu^- p\pi^0$ と $\mu^- n\pi^+$ イベントの識別の影響が重要である．

$\mu^- p\pi^0$ ，$\mu^- n\pi^+$ イベントの選択は対称として，荷電カレント反応であって 3C fit による fit が成立しなかったものから ，0C fit に適合するものが選ばれた．この条件では，粒子識別のなされていないトラックを含むイベントに対しては $\mu^- p\pi^0$ ，$\mu^- n\pi^+$ イベントの識別は難しく，定量的な混入の評価はできなかった．

ハドロン系の質量 W の分布において ，$\mu^- p\pi^0$ ，$\mu^- n\pi^+$ イベント共に $P_{33}(1232)$ の部分に鋭いピークがみられないなどの特徴があらわれた．

また ，$\mu^- p\pi^0$ ，$\mu^- n\pi^+$ イベントにおいて ，μ^- ，π の運動量分布は $W < 2.0\mathrm{GeV/c^2}$ のシミュレーションの結果とよくあっているが，核子の運動量分布は $W < 1.4\mathrm{GeV/c^2}$ のものとあうという結果になった．

$\mu^- n\pi^+$ イベントの生成 π 中間子の角度分布においては，前方におおく分布する結果が得られた．$\mu^- p\pi^0$ イベントにおいてはこの傾向はみられず，全ての方向に分布している．同様の報告は， Sagawa[25] からもなされている．この原因については，バックグラウンドの混入なども考えられるがまだわかっていない．

ϕ 方向の角度分布においては，多少偏りはみられるもののほぼ全方向に分布している．

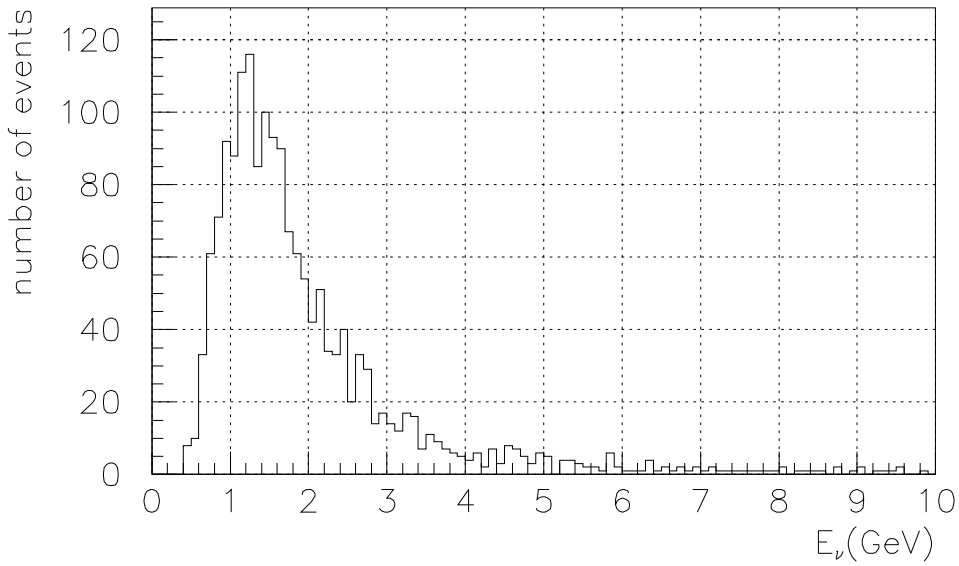

Figure 6.5: $\mu^- p\pi^+$: ν_μ のエネルギー分布 (実験のデータ)

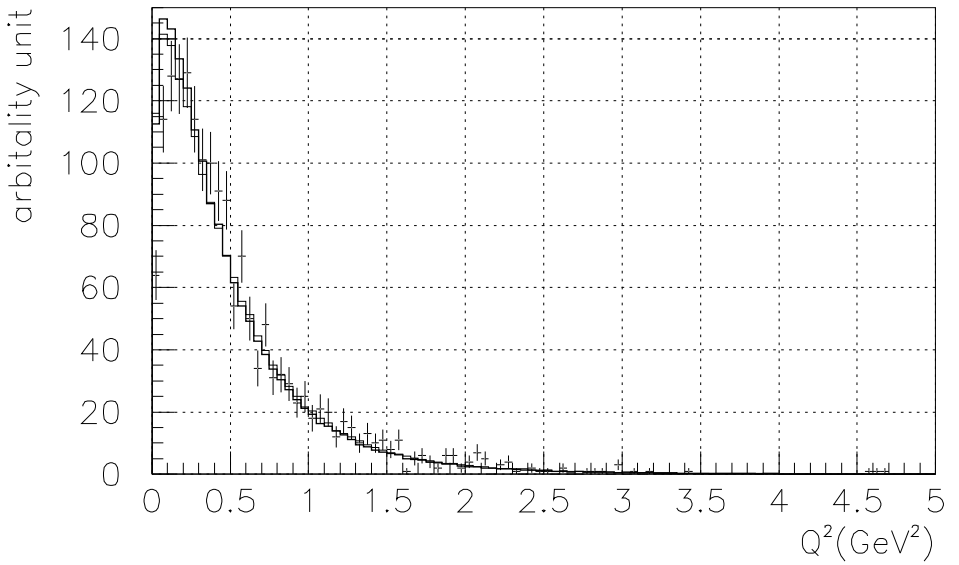

Figure 6.6: $\mu^- p\pi^+$: 移行運動量 Q^2 分布：太線 $W < 2.0\mathrm{GeV/c^2}$, 細線 $W < 1.4\mathrm{GeV/c^2}$

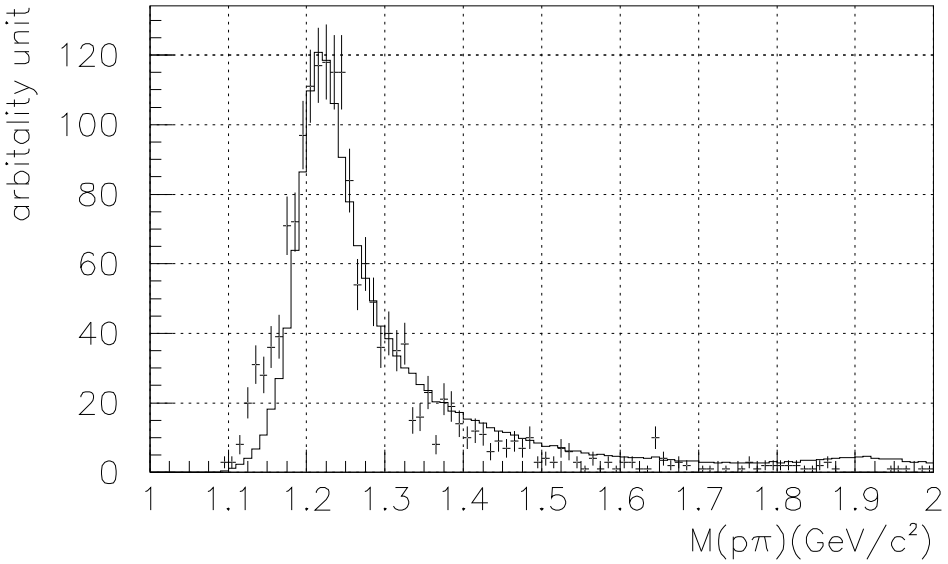

Figure 6.7: $\mu^- p\pi^+$: ハドロン系の不変質量 $M(p\pi^+)$ 分布

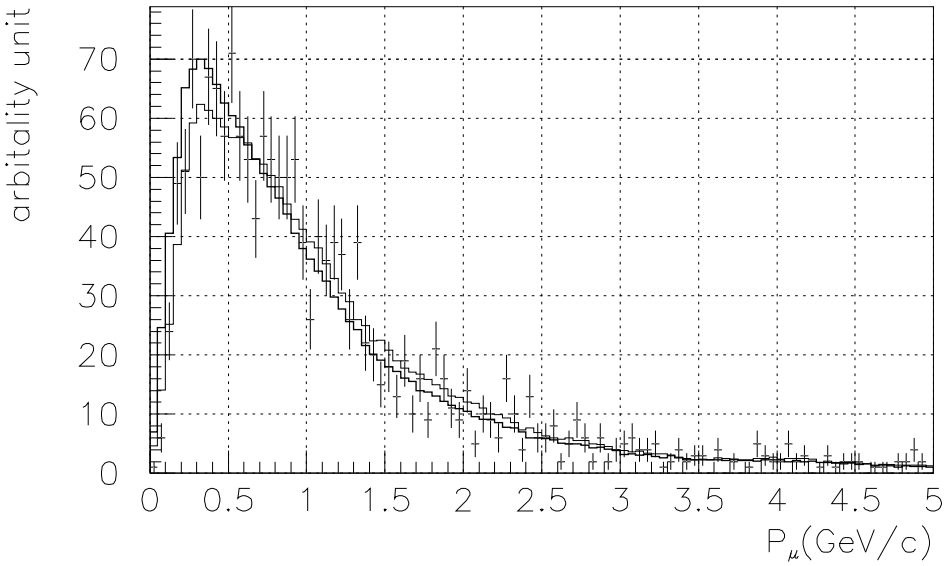

Figure 6.8: $\mu^- p\pi^+$: μ^- の運動量分布：太線 $W < 2.0\mathrm{GeV/c^2}$，細線 $W < 1.4\mathrm{GeV/c^2}$

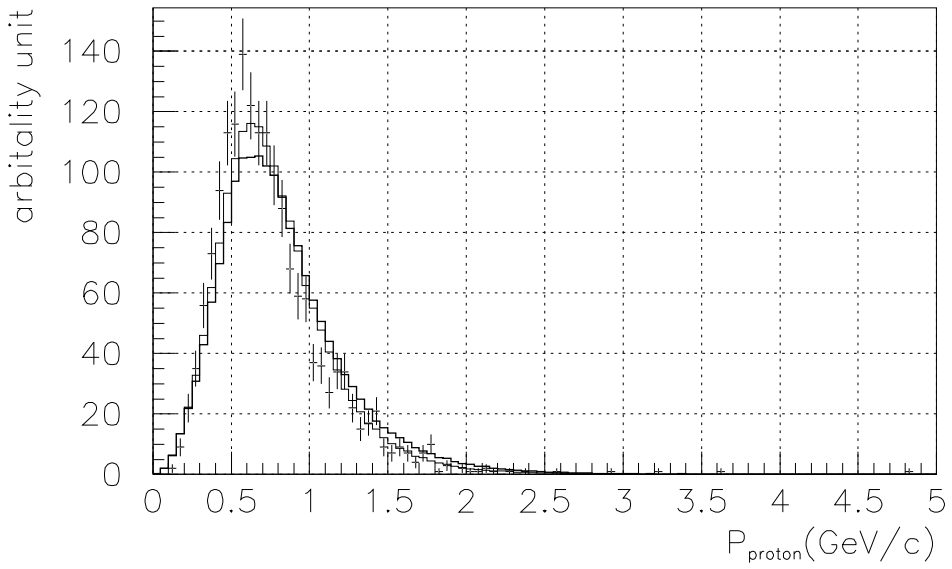

Figure 6.9: $\mu^- p\pi^+$: *proton* の運動量分布：太線 $W < 2.0\mathrm{GeV/c^2}$，細線 $W < 1.4\mathrm{GeV/c^2}$

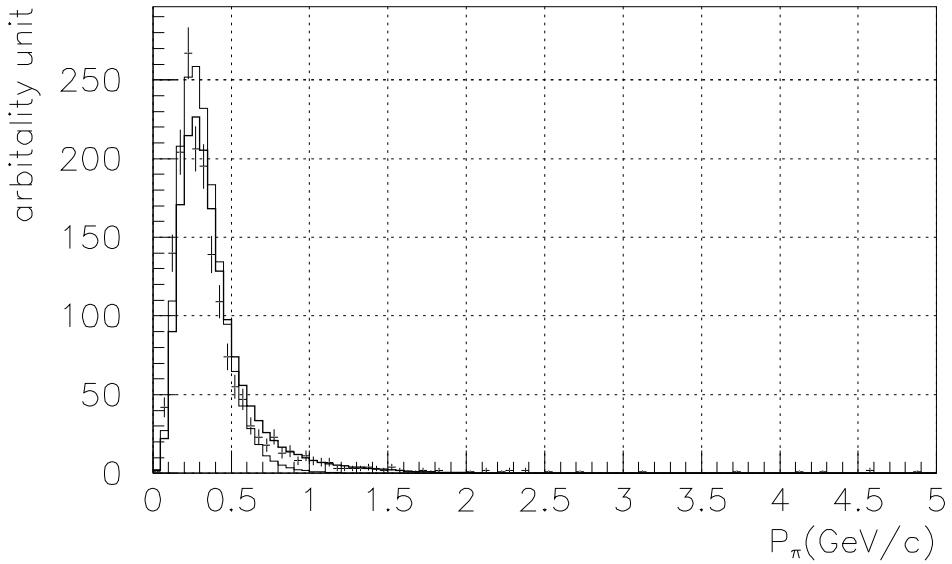

Figure 6.10: $\mu^- p\pi^+$: π^+ の運動量分布：太線 $W < 2.0\mathrm{GeV/c^2}$，細線 $W < 1.4\mathrm{GeV/c^2}$

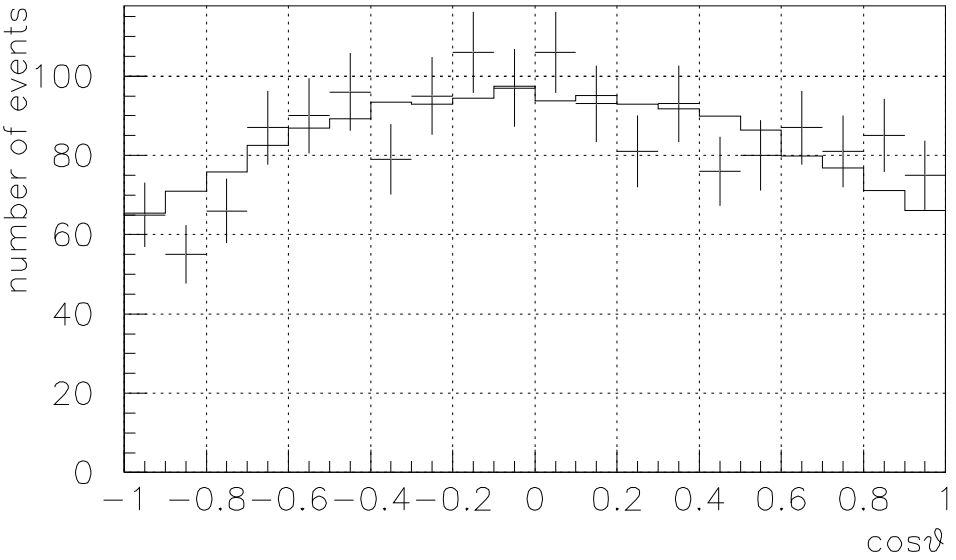

Figure 6.11: $\mu^- p\pi^+$: AdlerFrame における π^+ の $\cos(\theta)$ 分布

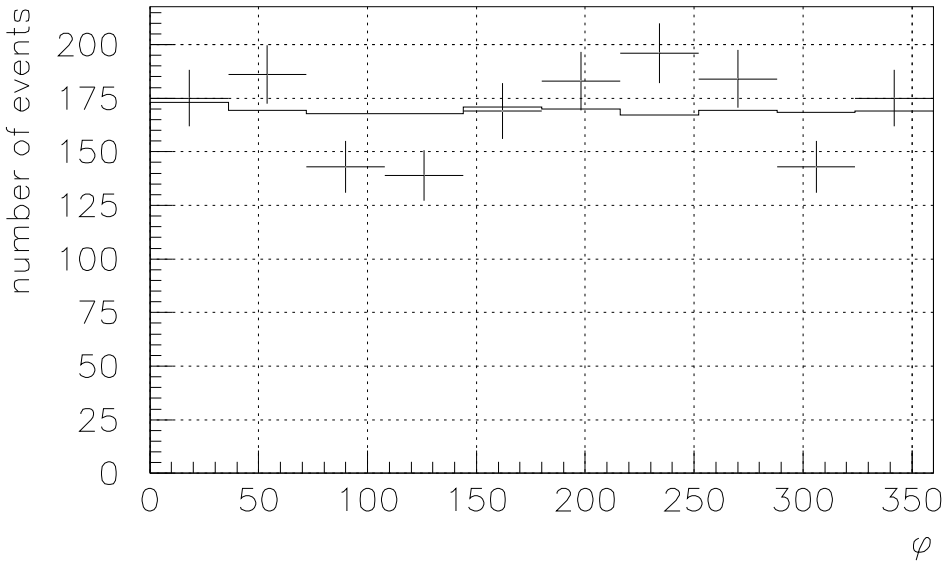

Figure 6.12: $\mu^- p\pi^+$: Adler Frame における π^+ の ϕ 分布

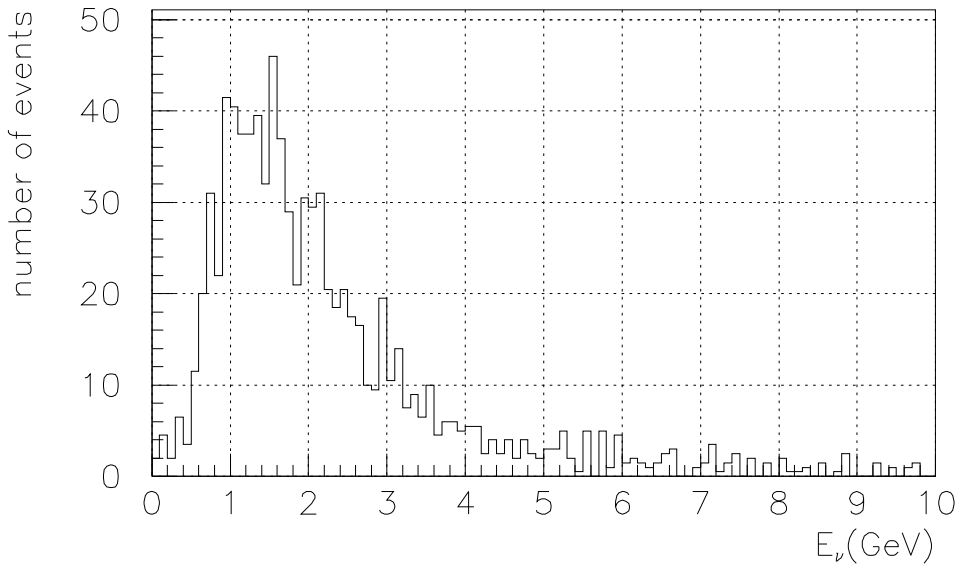

Figure 6.13: $\mu^- p\pi^0$: ν_μ のエネルギー分布 (実験データ)

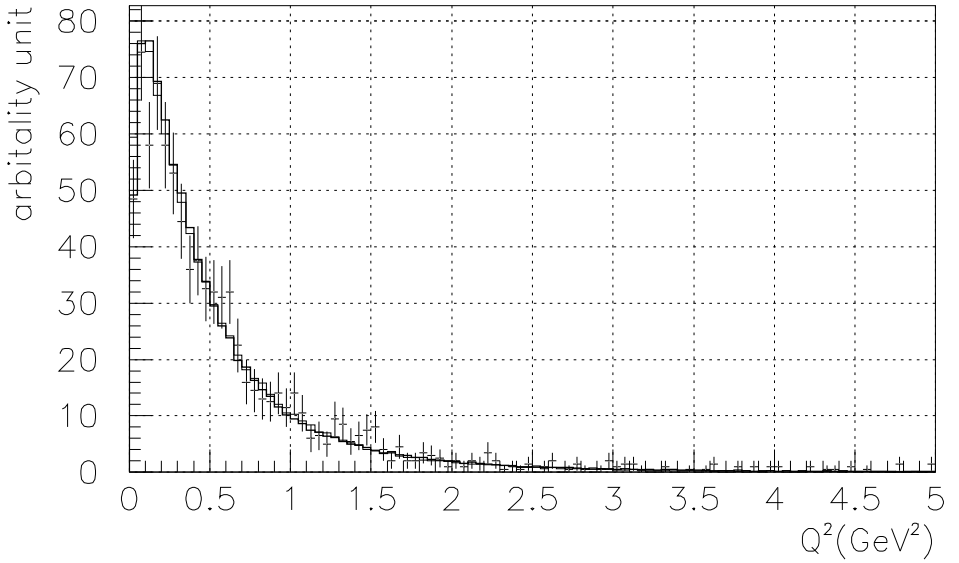

Figure 6.14: $\mu^- p\pi^0$: 移行運動量 Q^2 分布

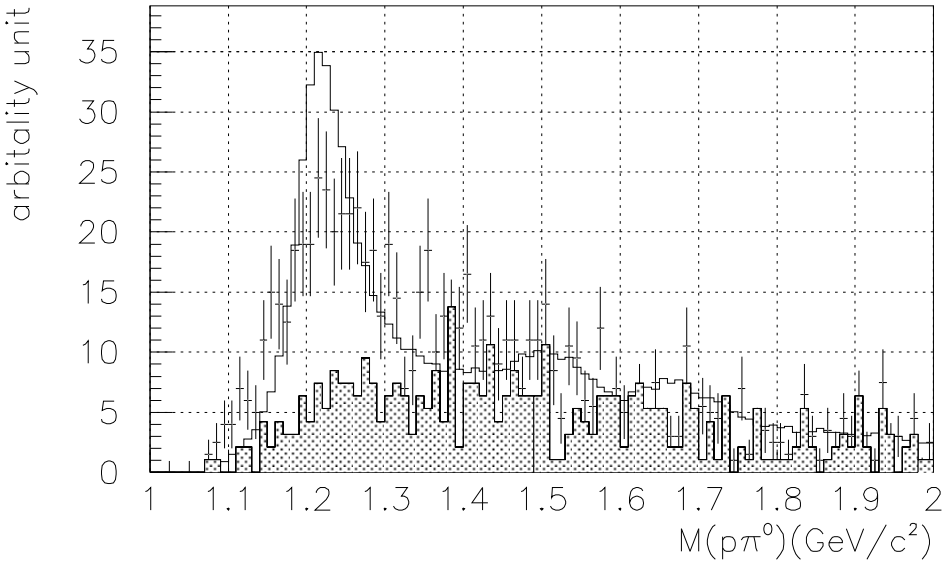

Figure 6.15: $\mu^- p\pi^0$: ハドロン系の不変質量 $M(p\pi^0)$ 分布：網掛け部は $\mu^- n\pi^+$ との重複イベント

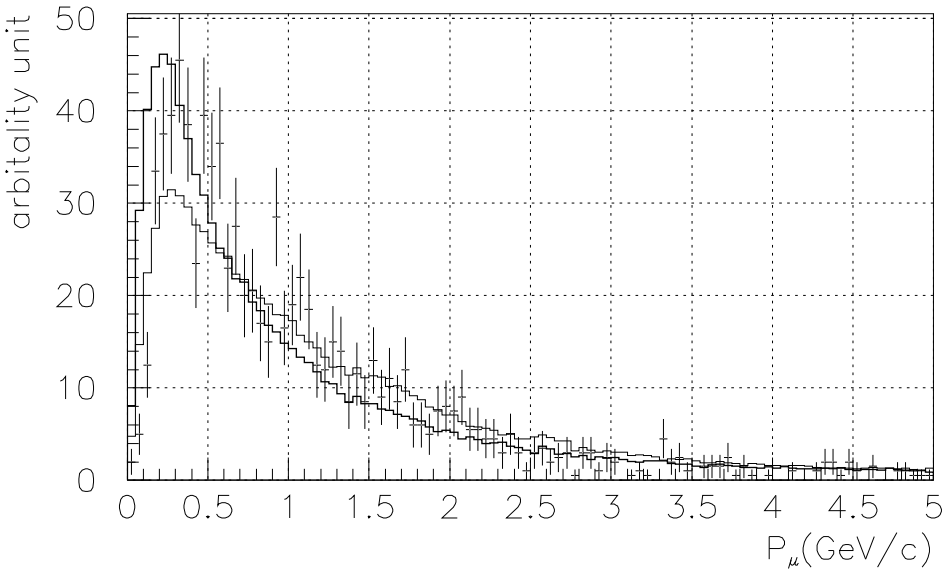

Figure 6.16: $\mu^- p\pi^0$: μ^- の運動量分布：太線 $W < 2.0GeV/c^2$，細線 $W < 1.4GeV/c^2$

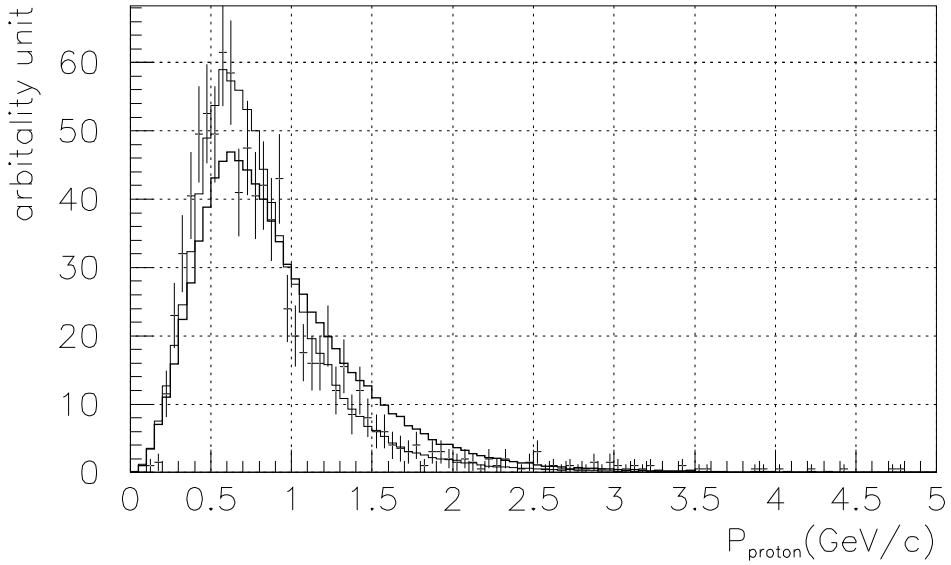

Figure 6.17: $\mu^- p\pi^0$: proton **の運動量分布：太線** $W < 2.0GeV/c^2$ **，細線** $W < 1.4GeV/c^2$

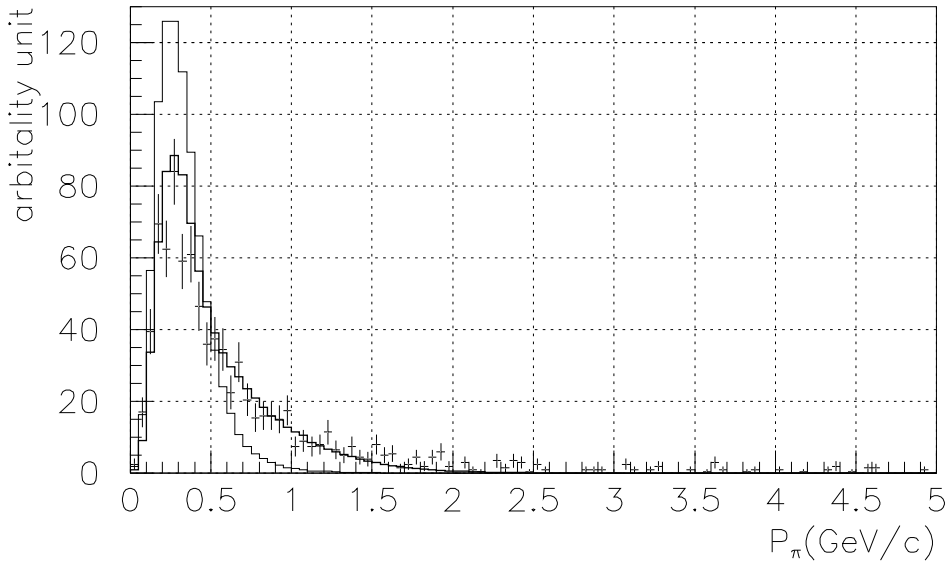

Figure 6.18: $\mu^- p\pi^0$: π^0 **の運動量分布：太線** $W < 2.0GeV/c^2$ **，細線** $W < 1.4GeV/c^2$

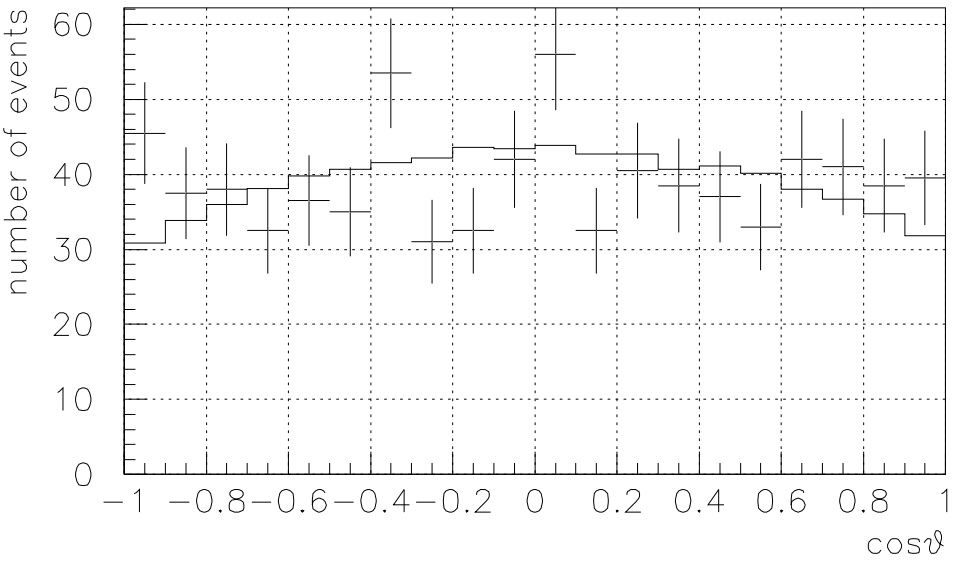

Figure 6.19: $\mu^- p\pi^0$: AdlerFrame における π^0 の $\cos(\theta)$ 分布

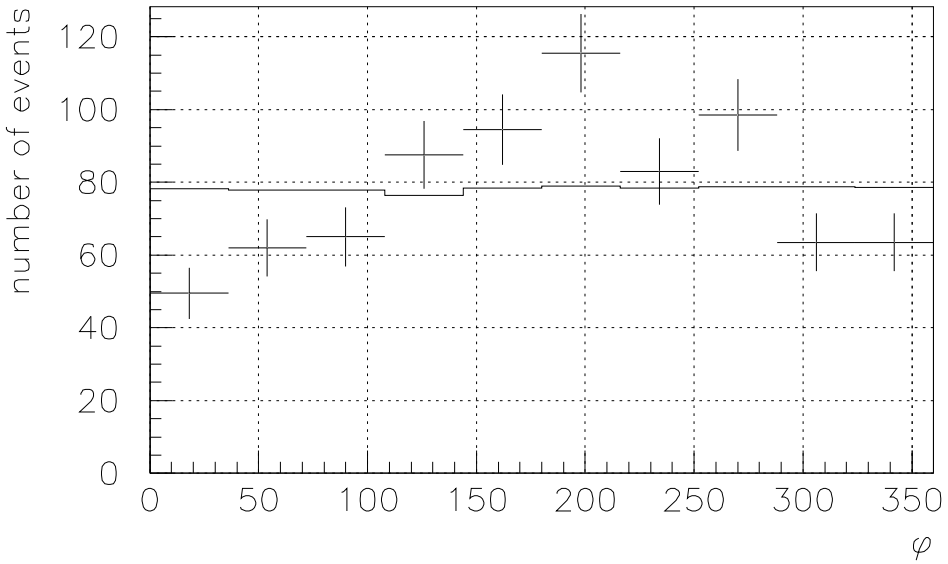

Figure 6.20: $\mu^- p\pi^0$: Adler Frame における π^0 の ϕ 分布

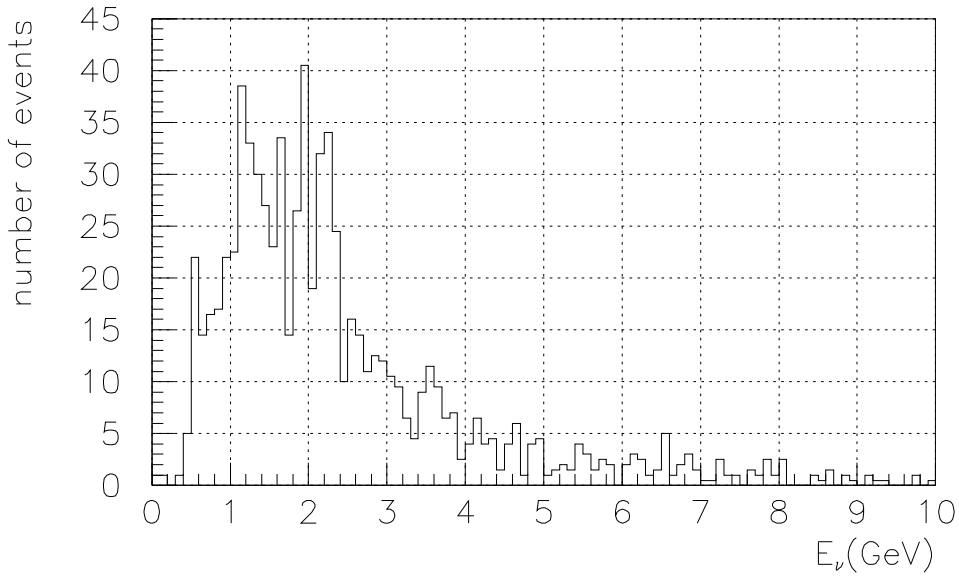

Figure 6.21: $\mu^- n\pi^+$: ν_μ のエネルギー分布 (実験データ)

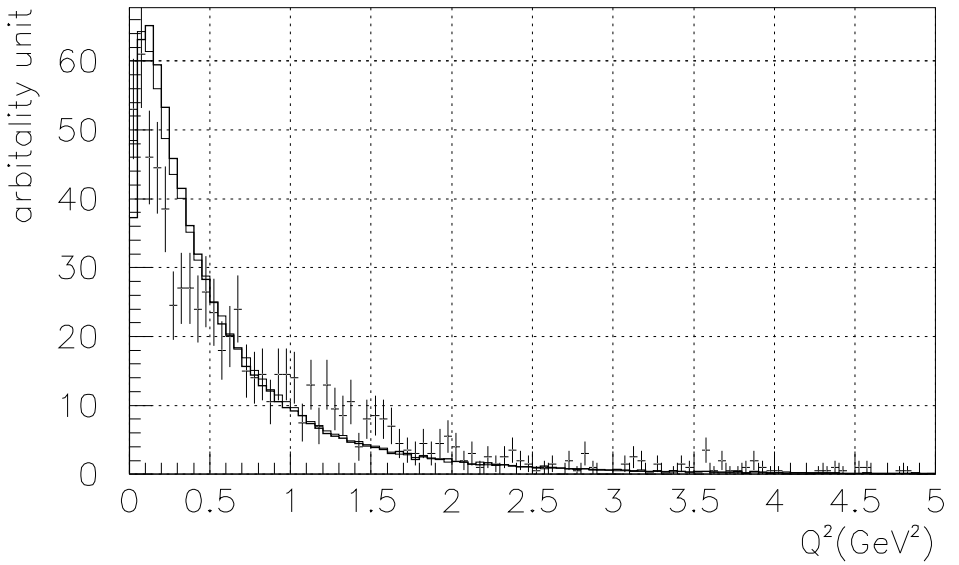

Figure 6.22: $\mu^- n\pi^+$: 移行運動量 Q^2 分布

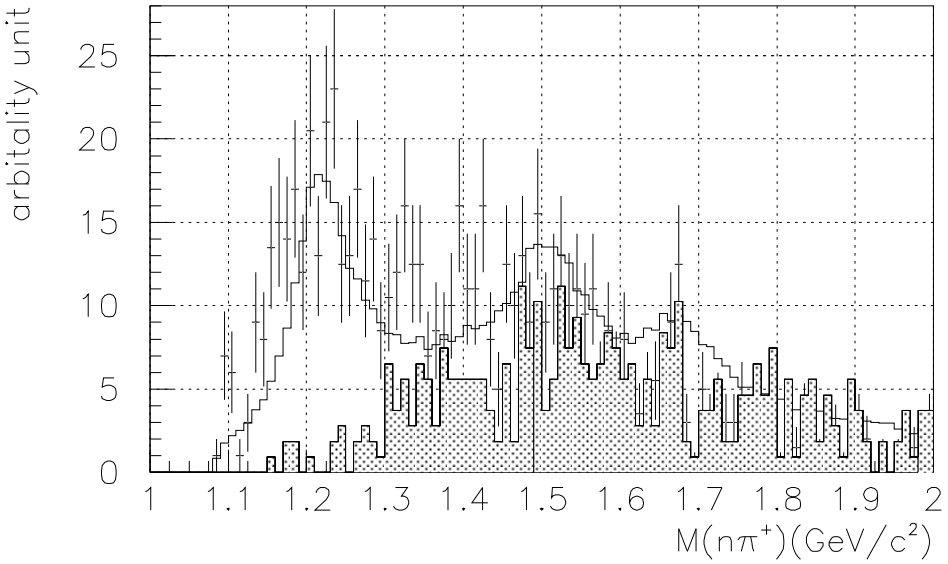

Figure 6.23: $\mu^- n\pi^+$: ハドロン系の不変質量 $M(n\pi^+)$ 分布：網掛け部は $\mu^- p\pi^0$ との重複イベント

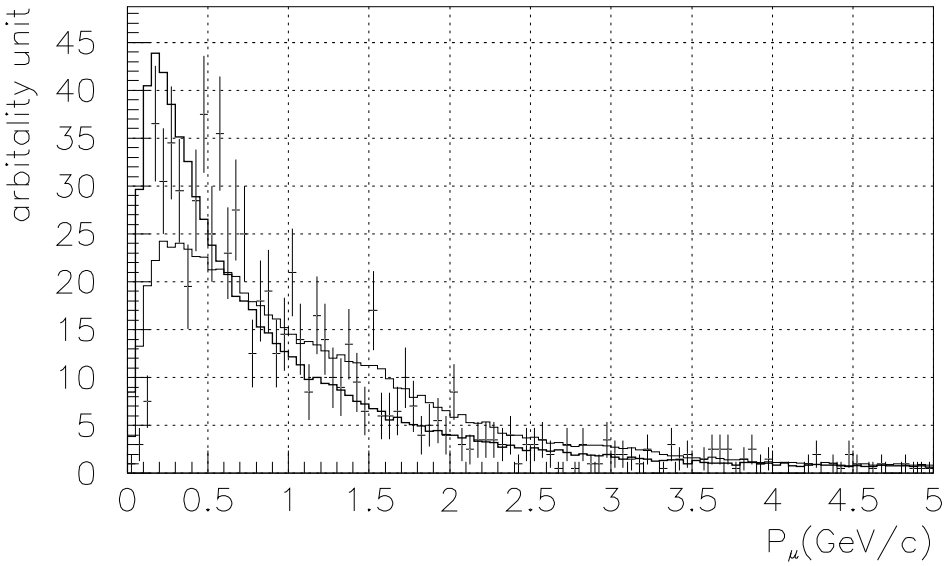

Figure 6.24: $\mu^- n\pi^+$: μ^- の運動量分布：太線 $W < 2.0GeV/c^2$，細線 $W < 1.4GeV/c^2$

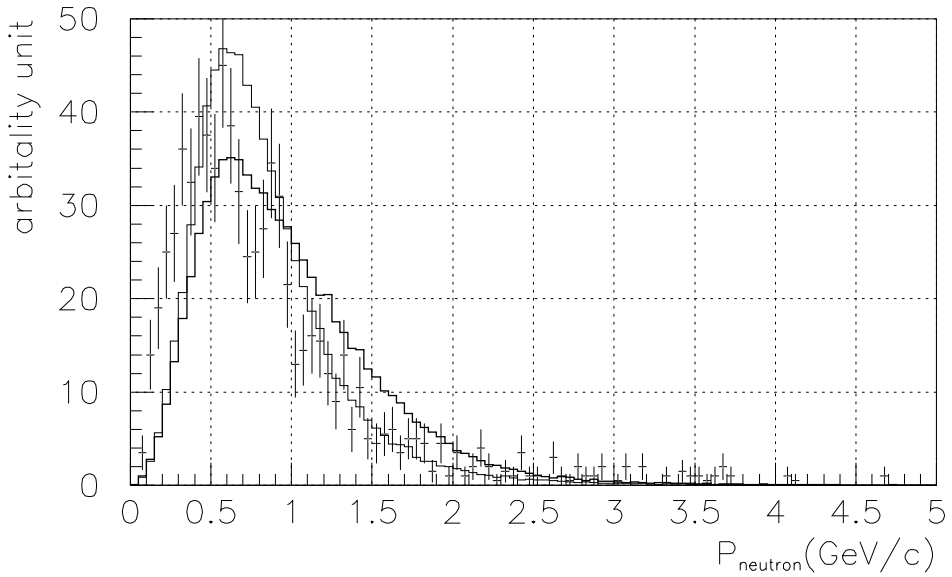

Figure 6.25: $\mu^- n\pi^+$: neutron の運動量分布：太線 $W < 2.0GeV/c^2$，細線 $W < 1.4GeV/c^2$

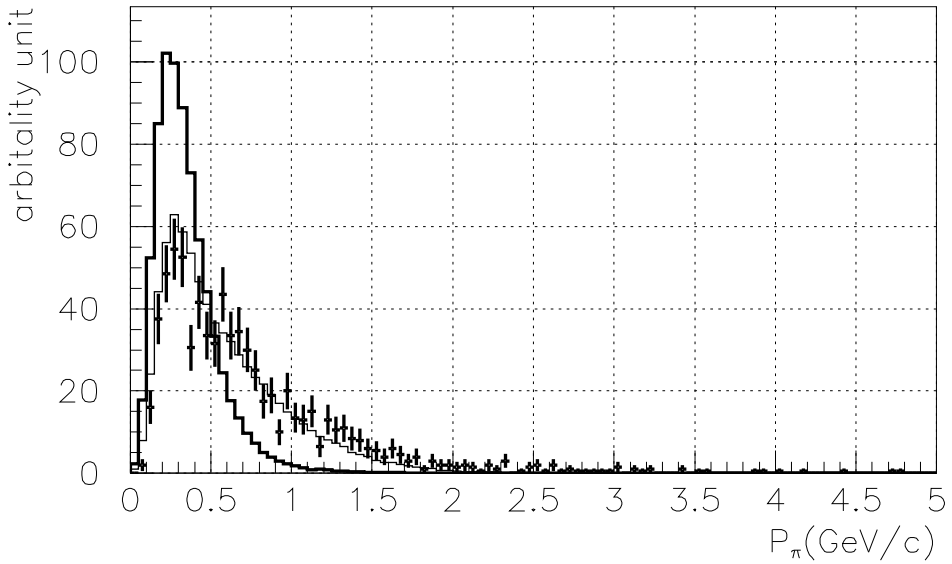

Figure 6.26: $\mu^- n\pi^+$: π^+ の運動量分布：太線 $W < 2.0GeV/c^2$，細線 $W < 1.4GeV/c^2$

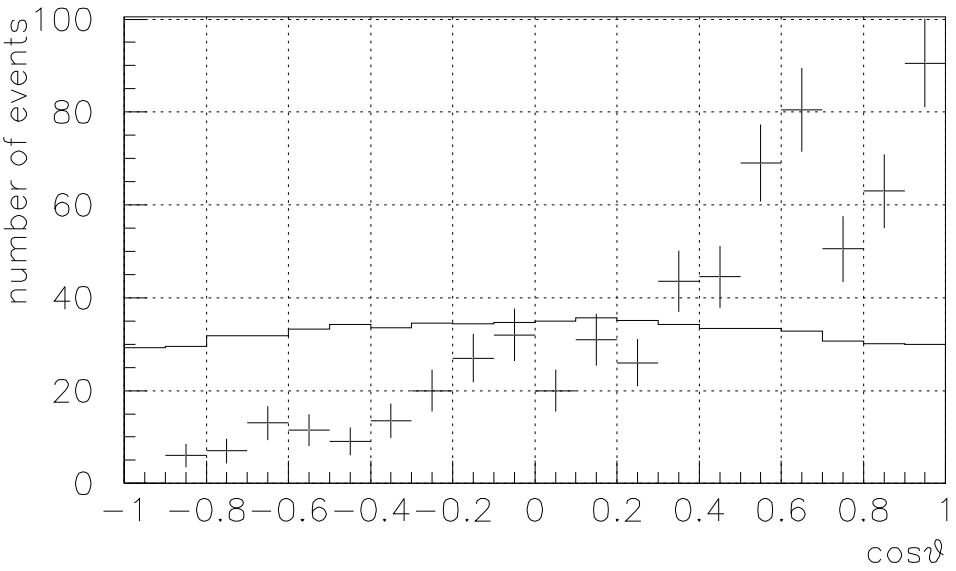

Figure 6.27: $\mu^- n\pi^+$: AdlerFrame における π^+ の $\cos(\theta)$ 分布

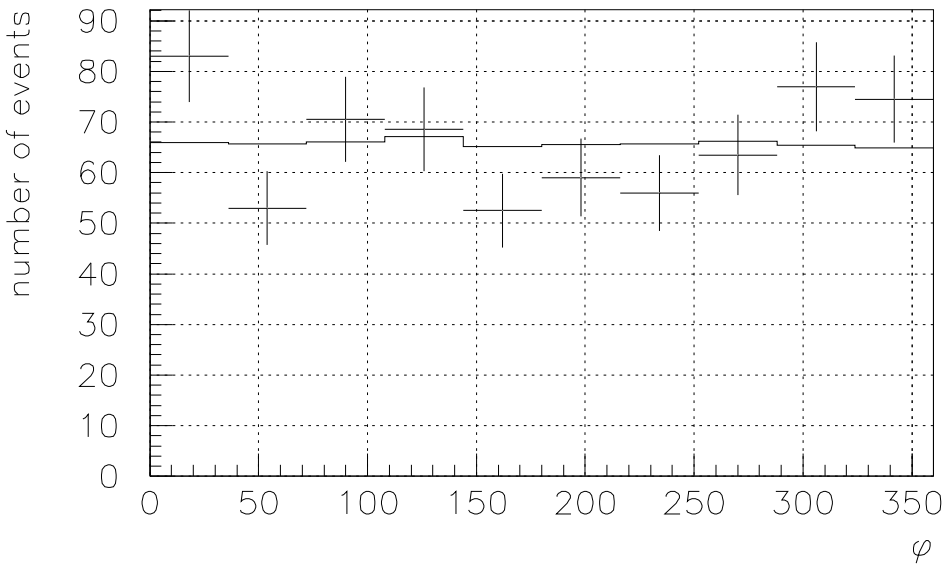

Figure 6.28: $\mu^- n\pi^+$: Adler Frame における π^+ の ϕ 分布

Chapter 7

結論

7.1 まとめ

準弾性散乱，単一 π 中間子生成反応について BNL における重水素泡箱実験のデータを解析し，現在スーパー神岡実験で用いているニュートリノ反応モンテカルロシミュレーションの結果との比較を行った．

準弾性散乱において， axial vector mass として，スーパー神岡実験で用いている Miller[19] による $M_A = 1.01\mathrm{GeV}$ と， Sagawa[25] による，この泡箱実験における $M_A = 1.10\mathrm{GeV}$ のという結果の値を用いて計算した．その結果， M_A の値によらずシミュレーションは実験結果をほぼ再現するものとなった．

単一 π 中間子生成反応のうち $\nu_\mu d \to \mu^- p \pi^+ n_s$ 反応においては，シミュレーションはほぼ実験結果を再現するものとなった．この反応において，生成される中間状態としては $\Delta^{++}(1232)$ が支配的であると考えられる．このためシミュレーションで，生成されるハドロン系の質量 W を $W < 1.4\mathrm{GeV/c^2}$ に制限した場合においても，生成粒子の運動量分布， π^+ 粒子の散乱角度分布は実験結果とよくあった．

他の単一 π 中間子生成反応，特に $\nu_\mu n \to \mu n \pi^+$ 反応については，制限している $W < 1.4\mathrm{GeV/c^2}$ の範囲を超えた $N(1520)$ の生成による効果が現れた結果となった．このために， Q^2 ， μ^- 及び π 中間子の運動量の分布においては $W < 2.0\mathrm{GeV/c^2}$ のシミュレーションが実験結果をほぼ再現する．しかし， $\mu^- p \pi^0$ と $\mu^- n \pi^+$ イベントの分離の方法には不定性が残っているために，この結果の評価には注意が必要である．

また，今回反応チャンネルを固定してシミュレーションを行ったが，実際の事象においては W が $1.4\mathrm{GeV/c^2}$ 以上になるような事象における，単一 π 中間子生成事象の断面積を評価する必要がある．今回この評価はおこなっていない． $W > 1.4\mathrm{GeV/c^2}$ のエネルギー領域において多重 π 中間子生成事象の割合が高くなっていれば，実際の物理事象のシミュレートにおいては $W > 1.4\mathrm{GeV/c^2}$ の生成の影響はあまりあらわれてこなくなる．

[h]

Channel	BNL BC	SK MC
$\mu^- p$	0.186	0.210
$\mu^- p\pi^+$	0.115	0.154
$\mu^- p\pi^0$	0.058	0.033
$\mu^- n\pi^+$	0.068	0.025

Table 7.1: 各 Channel ごとの生成割合

7.2 反応チャンネルの割合

Table 7.1に，シミュレーションと重水素泡箱実験における準弾性散乱反応及び単一 π 中間子生成反応の割合を示す．シミュレーションにおいてはビームニュートリノの運動量として重水素泡箱実験の解析結果から求めたエネルギー分布を用いる．

この各チャンネルの事象の生成比がシミュレーションと実験結果でほぼ同じであるといえる．

謝辞

本論文をまとめるにあたって，大変多くの方にお世話になりました．

まず，指導教官である鈴木厚人先生には本研究の機会をあたえていただき，またさまざまなことについて指導していただきました．大変感謝しています．東北大学の衛藤さんにはスーパー神岡のシミュレーションに関していろいろと教えていただきました．感謝しております．研究員である古野さんには，泡箱データの解析においてデータの扱いなどについて指導していただきました．ありがとうございました．

泡箱施設のみなさんには，日常の研究においていろいろと助けていただきました．

白井先生，末包先生にはミーティングの際にいろいろと御指導をいただきました．ありがとうございました．同期の津島君，小川君，岩本君にはいろいろな面で助けられました．感謝しています．長谷川琢哉先生，古賀さん，畠山さん，藤田さんにはスーパー神岡実験についてのみならず物理の基礎からいろいろと教えていただきました．玉江さんにはワークステーションなどの使用にあたりお世話になりました．高木君，榎本君にはプログラミングのことやその他のことでお世話になりました．

北垣先生，湯田先生，山口先生，阿部先生，長峰先生，林野先生，高山さん，花田さん，中嶋隆さん，中嶋實さん，大学さん，菅井さん，田口さん，猪股さん，鈴木有実さん，柿沼さん，根市さん，松本さん，成田さん，八島さん，丸山さん，一野瀬さん，加賀さん，杵渕さん，斉当さん，出崎さん，難波さん，山鹿君，山田君，墨谷氏，河上さん，沖君，増子君，植木君にはいろいろとお世話になりました．ありがとうございました．

戸塚先生をはじめとする，スーパー神岡実験グループ方々にもシフトなどの際に大変お世話になりました．東京大学宇宙線研究所の鈴木洋一郎先生，梶田先生，中畑先生，伊藤先生，井上先生，小汐先生，塩沢先生，竹内先生，三浦先生，福田先生，Marten さん，春日さん，早川さん，石原さん，石野さん，奥村さん，市原さん，亀田君，櫻井君．東海大学の根本さん．大阪大学の山口さん，草野さん，吉田君．新潟大学の石塚さん，岡澤さん，高旗さん，北口さん，古賀さん．東京工業大学の早戸さん，金谷君にはいろいろな面で助けていただいたり，相談にのってもらったりしました．大変感謝しています．

泡箱施設，スーパー神岡実験グループのみなさんのおかげで楽しい研究生活を送ることができました．

最後にこれまで私のことを支えてくれた両親と友人に感謝します．ありがとうございました．

Bibliography

[1] Akatsuka.K 1981 *Master Thesis, Tohoku Univ.*

[2] N.J.Baker te al. 1981.*Phys.Rev.D* 23:2399

[3] S.Barlag et al. 1982 *Z.Phys.* C11:283

[4] F.Buccella et al. 1989.*Phys.Lett.B* 233:178
J.Gipson et al. 1985.*Phys.Rev.D* 31:1705
R.Mohapatra et al. 1975.*Phys.Rev.D* 11:566
G.Senjanobi'c et al. 1975.*Phys.Rev.D* 12:1502

[5] J.S.Danburg et al. 1970.*Phys.Rev.* D2:2564

[6] H.E.Fisk, F.Sciulli 1982.*Ann.Rev.Nucl.Part.Sci* 32:499

[7] M.Fukugita, A.Suzuki *Physics and Astrophysics of Neutrinos* (Springer-Verlag 1994)

[8] H.George, S.L.Glashow 1974.*Phys.Rev.Lett.* 32:438

[9] F.J.Hasert et al. 1973.*Phys.Lett.B* 46:121; 46:138

[10] F.Halzen, A.D.Martin *Quarks & Leptons:* (JohnWiley&Sons 1984)

[11] Higuchi.M 1986 *Doctor Thesis*

[12] Hayato.Y 1995 *Master Thesis, TITech*

[13] K.S.Hirata et al. 1989.*Phys.Lett.B* 220:308

[14] P.Q.Hung, J.J.Sakurai 1981.*Ann.Nucl.Part.Sci* 31:375

[15] L.Hulthén, Sugawara.M *in Handbuch der Physik* (Springer-Verlag 1957)

[16] Koshio.Y 1994 *Master Thesis, Univ.Tokyo*

[17] Kitagaki et al. 1990.*Phys.Rev.D* 42:1331

[18] P.Langacker et al. 1991.*Phys.Rev.D* 44:817

[19] K.L.Miller et al. 1982.*Phys.Rev.D* 26:537

[20] Nakahata.M 1984 *Master Thesis, Univ.Tokyo*

[21] Ogawa.H 1998 *Master Thesis, Tohoku Univ.*

[22] O.Nachtmann *ElementaryParticlePhysics* (Springer-Verlag 1990)

[23] D.Rein, L.M.Sehgal 1980.*Ann.of Phys* 133:79

[24] P.Renton, W.S.C.Williams 1981.*Ann.Nucl.Part.Sci* 31:193

[25] Sagawa.H 1984 *Doctor Thesis, Tohoku Univ.*

[26] UA1 Collaboration 1983.*Phys.Lett.B* 122:103; 122:130; 122:273; 122:398

[27] U.Amaldi et al. 1987.*Phys.Rev.D* 36:1385

[28] U.Amaldi et al. 1991.*Phys.Rev.D* 260:447

[29] S.Weinberg 1967.*Phys.Rev.Lett.* 19:1264

Appendix A

HulthénWaveFunction

この項では，重水素内での核子の運動を記述する関数について説明する．

Hulthén[15] によると，重水素原子核内で互いに距離 r だけ離れて存在している核子の， fermi motion による運動は次のような波動関数 $\phi(r)$ であらわすことが可能である．

$$\phi(r) = C\frac{e^{-\alpha r} - e^{-\beta r}}{r} \tag{A.1}$$

ただし，

C	: 規格化定数
$\mu = 1/2M_{nucleon}$	: 換算質量
$B = 2.2(MeV)$	: 重陽子の結合エネルギー
$\alpha = \sqrt{2m\beta} = 45.5(MeV)$	
$\beta = 6.09\alpha$	: Buccella et al.[5] による

である．

$\phi(r)$ のフーリエ変換である $\psi(p)$ は重水素原子核内での核子の運動量 p の分布をあらわす．ここで，ビームニュートリノが重水素原子核中の片方の核子（陽子または中性子）とだけ反応し，他方の核子とは反応しないと仮定すると，この核子は原子核中で持っていた運動量をもったままで核外に出てくると考えられる．

この核子， Spectator Nucleon の運動量分布は，

$$p^2\psi^2(p) = C'p^2\left(\frac{1}{p^2+\alpha^2} - \frac{1}{p^2+\beta^2}\right)^2 \tag{A.2}$$

の形であらわされる．

ただし，

C': 規格化定数

である．

Appendix B

生成 π 中間子の角度分布

この項では，生成される π 粒子の角度分布を決める際に用いられている計算を記す．

生成 π 粒子の角度分布は，一つの共鳴のみによる場合， $N\pi$ 静止系（共鳴静止系）の Adler Frame で見た場合，

$$\frac{d^2\sigma}{d\theta d\phi} \propto \left\{ Y_0^0\tilde{\rho} - \frac{2}{\sqrt{5}}Y_2^0(\theta,\phi)\{\tilde{\rho}_{33} - \frac{1}{2}\tilde{\rho}\} + \frac{4}{\sqrt{10}}\mathrm{ReY}_2^1(\theta,\phi)\tilde{\rho}_{31} - \frac{4}{\sqrt{10}}\mathrm{ReY}_2^2(\theta,\phi)\tilde{\rho}_{3-1} \right\} \quad \text{(B.1)}$$

ただし，

$$\begin{aligned}
\tilde{\rho} &= \sum_{j_z} \rho_{j_z j_z} \\
\tilde{\rho}_{33} &= \rho_{-3/2\,3/2} + \rho_{-3/2\,-3/2} \\
\tilde{\rho}_{31} &= \rho_{-3/2\,3/2} - \rho_{-1/2\,-3/2} \\
\tilde{\rho}_{3-1} &= \rho_{-3/2\,-3/2} + \rho_{1/2\,-3/2}
\end{aligned}$$

となることが知られている．密度行列 ρ は，核子のスピンの z 軸成分を s_z，共鳴のスピンの z 軸成分を j_z としたとき，共鳴の生成振幅（$T^{\nu}_{s_z j_z} =< N^*_{\nu}, l \mid H \mid n, \nu >$）を用いて，

$$\rho^{\nu\nu'}_{j_z j'_z} = \frac{1}{2}\sum_{s_z=\pm 1/2} T^{\nu}_{s_z j_z}(T^{\nu'}_{s_z j'_z})^* \quad \text{(B.2)}$$

と定義される．シミュレーションにおいては，共鳴が $P_{33}(1232)$ だった場合については，角度分布が上式に従うようにする．他の場合には AdlerFrame 内で等方的に分布させる．

式 B.1に従う角度分布を， Figure B.1， B.2に示す．

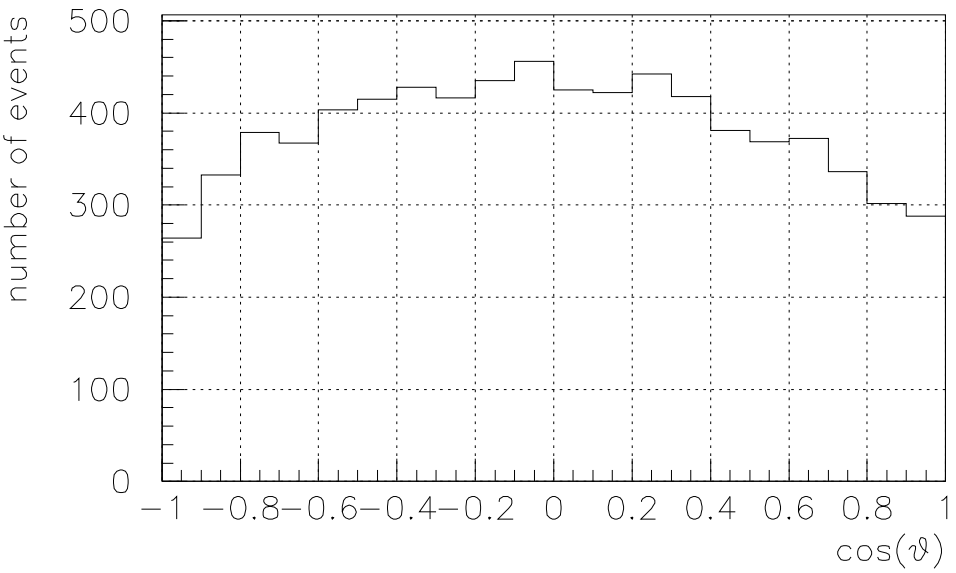

Figure B.1: Adler Frame における π の $\cos(\theta)$ 分布

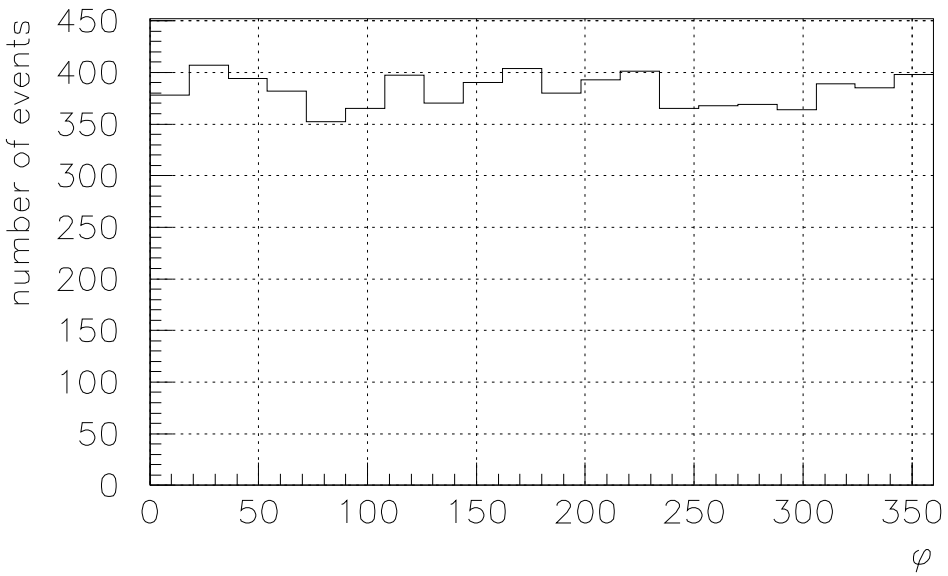

Figure B.2: Adler Frame における π の ϕ 分布

Appendix C

単一 π 中間子生成反応の散乱振幅の計算

この章では，単一 π 中間子生成反応における共鳴の散乱振幅の計算方法を示す．

Rein と Sehgal の用いた計算方法では，$nuN \to lN'\pi$ 反応は，

$$\begin{aligned} \nu N &\to l N^* \\ N* &\to N'\pi \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} N &: \text{核子} \\ l &: \text{レプトン} \\ N' &: \text{核子の共鳴} \end{aligned}$$

と 2 段階に分けて考える．

1π 中間子生成反応における，核子のアイソスピンとその z 成分の変化は共に 1 である．

$$\begin{aligned} p|\frac{1}{2},\frac{1}{2}> &\to \Delta^{++}|\frac{3}{2},\frac{3}{2}> \\ n|\frac{1}{2},-\frac{1}{2}> &\to \Delta^{+}|\frac{3}{2},\frac{1}{2}> \end{aligned}$$

それぞれの反応チャンネルについての，散乱振幅の計算を以下に示す．

1. $\mu^- p \pi^+$ チャンネル

$$\begin{aligned} &\text{始状態} && |1,1>|\frac{1}{2},\frac{1}{2}> = |\frac{3}{2},\frac{3}{2}> \\ &\text{終状態} \quad \pi^+ p && |1,1>|\frac{1}{2},\frac{1}{2}> = |\frac{3}{2},\frac{3}{2}> \end{aligned}$$

したがって，散乱振幅 $Amp(\mu^- p\pi^+)$ は，

$$Amp(\mu^- p\pi^+) = A_{3/2} \tag{C.1}$$

である．ただし，$A_{3/2}$ はアイソスピン $3/2$ の核子・π 中間子系に対するアイソベクター振幅である．

2. $\mu^- p\pi^0$ チャンネル

$$\begin{aligned} &\text{始状態} && |1,1> |\frac{1}{2},-\frac{1}{2}> = \sqrt{\frac{1}{3}}|\frac{3}{2},\frac{1}{2}> + \sqrt{\frac{2}{3}}|\frac{1}{2},\frac{1}{2}> \\ &\text{終状態} \quad \pi^0 p && |1,0> |\frac{1}{2},\frac{1}{2}> = \sqrt{\frac{2}{3}}|\frac{3}{2},\frac{1}{2}> - \sqrt{\frac{1}{3}}|\frac{1}{2},\frac{1}{2}> \end{aligned}$$

よって，散乱振幅 $Amp(\mu^- p\pi^0)$ は，

$$Amp(\mu^- p\pi^0) = \frac{\sqrt{2}}{3}A_{3/2} - \frac{\sqrt{2}}{3}A_{1/2} \tag{C.2}$$

である．ただし，$A_{3/2}$，$A_{1/2}$ はそれぞれアイソスピン $3/2$，$1/3$ の核子・π 中間子系に対するアイソベクター振幅である．

3. $\mu^- n\pi^+$ チャンネル

$$\begin{aligned} &\text{始状態} && |1,1> |\frac{1}{2},-\frac{1}{2}> = \sqrt{\frac{1}{3}}|\frac{3}{2},\frac{1}{2}> + \sqrt{\frac{2}{3}}|\frac{1}{2},\frac{1}{2}> \\ &\text{終状態} \quad \pi^+ n && |1,1> |\frac{1}{2},-\frac{1}{2}> = \sqrt{\frac{1}{3}}|\frac{3}{2},\frac{1}{2}> + \sqrt{\frac{2}{3}}|\frac{1}{2},\frac{1}{2}> \end{aligned}$$

よって，散乱振幅 $Amp(\mu^- n\pi^+)$ は，

$$Amp(\mu^- n\pi^+) = \frac{1}{3}A_{3/2} + \frac{2}{3}A_{1/2} \tag{C.3}$$

である．ただし，$A_{3/2}$，$A_{1/2}$ はそれぞれアイソスピン $3/2$，$1/3$ の核子・π 中間子系に対するアイソベクター振幅である．

Appendix D

バックグラウンド混入の評価

この章では Sagawa[25] によって報告された，各チャンネルのバックグラウンドイベントの混入の量を示す．

D.1 準弾性散乱反応

混入イベント	混入率
$\nu_\mu d \rightarrow$	
$\mu^- p \pi^0 p_s$	5.2 %
$\mu^- n \pi^+ p_s$	negligible
$\nu_\mu p \pi^- p_s$	0.2 %
$\mu^- p \pi^+ n_s$	0.1 %
neutron induced	negligible

D.2 $\nu_\mu d \rightarrow \mu^- p \pi^+$ イベント

混入イベント	混入率
$\nu_\mu d \rightarrow$	
$\mu^- p \pi^+ n_s \pi^0$	2.3 %
$\mu^- p \pi^+ n_s \pi^0 \pi^0$	0.2 %
$\nu_\mu p \pi^+ \pi^- n_s$	negligible
neutron induced	negligible

D.3 $\nu_\mu d \to \mu^- p\pi^0$ イベント

混入イベント	混入率
$\nu_\mu d \to$	
$\nu_\mu p\pi^-$	6.6 %
$\mu^- p\pi^0\pi^0$	14.2 %
$\mu^- n\pi^+\pi^0$	1.1 %
$\mu^- p$	0.8 %
$nn \to np\pi^-$	11.6 %

D.4 $\nu_\mu d \to \mu^- n\pi^+$ イベント

混入イベント	混入率
$\nu_\mu d \to$	
$\nu_\mu p\pi^-$	1.6 %
$\mu^- p\pi^0\pi^0$	4.3 %
$\mu^- n\pi^+\pi^0$	16.3 %
$\mu^- p$	0.5 %
$nn \to np\pi^-$	2.3 %