

修士論文

大気ニュートリノ・フラックスの数値計算と
大気ニュートリノ異常問題の考察

東北大学大学院理学研究科
物理学専攻

小川 洋

平成9年

Contents

1	Introduction	7
1.1	目的	7
1.2	大気ニュートリノフラックスと大気ニュートリノ異常問題	7
1.3	ニュートリノ振動	8
1.4	ニュートリノ振動に関する実験	11
1.5	本研究の意義	12
1.6	フラックス計算の検証	12
2	一次宇宙線のフラックス	13
2.1	宇宙線の起源と組成	13
2.2	エネルギースペクトル	15
3	Rigidity Cutoff	18
3.1	荷電粒子の運動方程式	18
3.2	地球磁場の計算	19
3.3	数値計算	22
3.4	計算結果	25
3.5	東西効果	27
3.6	地上での粒子検出の割合	32
3.7	Cutoff distribution function の計算結果	33
3.8	磁場計算と Rigidity Cutoff 計算の結論	45
4	一次宇宙線の相互作用	46
4.1	Meson 生成の simulation program	46
4.2	加速器実験と simulation の比較	46
4.3	解析結果	48

5	Meson, Muon の崩壊によるニュートリノの生成	66
5.1	大気	66
5.2	meson, muon の崩壊確率	67
5.3	Meson 崩壊過程の simulation	70
5.4	muon 崩壊の simulation(1)	78
5.5	muon 崩壊の simulation(2)	81
5.6	muon のエネルギー損失	87
6	大気ニュートリノフラックス	89
6.1	simulation program の概要	89
6.2	データ解析	93
6.2.1	大気ニュートリノのフラックス量	93
6.2.2	ニュートリノフラックスの角度依存性	93
6.2.3	ニュートリノの生成比	94
6.3	simulation program の変更を行った場合 (地球磁場の simulation の変更)	103
6.3.1	ニュートリノフラックスの角度依存性 (2)	103
6.3.2	ニュートリノの生成比 (2)	103
6.4	大気ニュートリノ異常問題	108
6.5	simulation における問題点、課題	112
7	Conclusion	113

List of Tables

1.1	世界の大气ニュートリノ実験の実験結果	8
3.1	IAGA より公表されている磁場定数	20
3.2	地磁気要素を観測した地点の地理座標	22
3.3	地球磁場計算と実際の観測磁場の比較	22
3.4	積分 step パラメータ	26
3.5	Cutoff distribution function の figure の適応図	45
5.1	muon 崩壊の関数	81

List of Figures

1.1	大気ニュートリノの生成過程	9
1.2	大気ニュートリノの観測から得られたニュートリノ振動の許容範囲	11
2.1	地球で観測した宇宙線元素の存在度と太陽系の組成の存在度の比較	14
2.2	一次宇宙線のエネルギースペクトラム	17
3.1	全磁力の観測地点ごとの強度	23
3.2	磁場の水平分力の観測地点ごとの強度	24
3.3	磁場内での粒子の動きの概要	26
3.4	三陸上空での Rigidity 分布	28
3.5	Zenith Angle で切断した三陸上空での Rigidity Cutoff	29
3.6	日本上空での Rigidity	30
3.7	東西効果	31
3.8	Cutoff Distribution 計算の為の Zone の定義	33
3.9	ある zone 内での Cutoff distribution function の計算例	34
3.10	Cutoff distribution function at IMB(1)	35
3.11	Cutoff distribution function at IMB(2)	36
3.12	Cutoff distribution function at Gran Sasso(1)	37
3.13	Cutoff distribution function at Gran Sasso(2)	38
3.14	Cutoff distribution function at Kamioka(1)	39
3.15	Cutoff distribution function at Kamioka(2)	40
3.16	Cutoff distribution function at KFG(1)	41
3.17	Cutoff distribution function at KFG(2)	42
3.18	Additive cutoff distribution function at four point(1)	43
3.19	Additive cutoff distribution function at four point(2)	44
4.1	LUND code における Data taking の例	47
4.2	p-Be collision における pion 生成の simulation と実験値の比較 (1)	50

4.3	p-Be collision における pion 生成の simulation と実験値の比較 (2)	51
4.4	p-Be collision における anti pion 生成の simulation と実験値の比較 (1)	52
4.5	p-Be collision における anti pion 生成の simulation と実験値の比較 (2)	53
4.6	p-Be collision における kaon 生成の simulation と実験値の比較 (1)	54
4.7	p-Be collision における kaon 生成の simulation と実験値の比較 (2)	55
4.8	p-Be collision における anti kaon 生成の simulation と実験値の比較 (1)	56
4.9	p-Be collision における anti kaon 生成の simulation と実験値の比較 (2)	57
4.10	p-Be collision における proton 生成の simulation と実験値の比較 (1)	58
4.11	p-Be collision における proton 生成の simulation と実験値の比較 (2)	59
4.12	p-Be collision における anti proton 生成の simulation と実験値の比較 (1)	60
4.13	p-Be collision における anti proton 生成の simulation と実験値の比較 (2)	61
4.14	LUND による生成 pion の平均多重度	62
4.15	生成 pion の x 分布	63
4.16	LUND による生成 pion ⁺ /pion ⁻ の比率 (1)	64
4.17	LUND による生成 pion ⁺ /pion ⁻ の比率 (2)	64
4.18	LUND による生成 kaon/pion の比率	65
5.1	大気の Geometry	68
5.2	大気の高さと高度の関係	68
5.3	pion の大気中での崩壊確率	70
5.4	kaon の大気中での崩壊確率	71
5.5	muon の大気中での崩壊確率	71
5.6	pion 静止系での二体崩壊過程	72
5.7	pion 崩壊による muon,neutrino の energy spectrum	74
5.8	pion 崩壊による muon,neutrino の生成角度	75
5.9	pion 崩壊による neutrino の生成角度	76
5.10	kaon 崩壊による muon,neutrino の energy spectrum	77
5.11	muon の三体崩壊の model	78
5.12	1GeV の muon の三体崩壊による二次粒子の energy spectrum	79
5.13	stopping muon の偏極を考えないときの三体崩壊による二次粒子の energy spectrum	80
5.14	muon 崩壊におけるパリティ非保存	83
5.15	muon 静止系での崩壊過程	83
5.16	偏極を考慮した 1GeV の muon 崩壊による二次粒子の energy spectrum	84
5.17	偏極を考慮した stopping muon 崩壊による二次粒子の energy spectrum	85

5.18 偏極を考慮した stopping muon 崩壊からの電子の energy spectrum と実験データとの比較	86
5.19 電離損失による Muon のエネルギー損失	88
6.1 simulation program の概要図	91
6.2 空気シャワーの枝分かれのモデル	92
6.3 神岡において期待される全方向からのニュートリノのエネルギー分布	95
6.4 過去の計算による、神岡において期待される全方向からのニュートリノのエネルギー分布	95
6.5 ミュー、電子ニュートリノフラックスの Zenith Angle 分布 $E=0.2-0.4\text{GeV}$	96
6.6 ミュー、電子ニュートリノフラックスの Azimuth Angle 分布 $E=0.2-0.4\text{GeV}$	96
6.7 ミュー、電子ニュートリノフラックスの Zenith Angle 分布 $E=1\text{GeV}$	97
6.8 ミュー、電子ニュートリノフラックスの Azimuth Angle 分布 $E=1\text{GeV}$	97
6.9 ミュー、電子ニュートリノフラックスの Zenith Angle 分布 $E=3\text{GeV}$	98
6.10 ミュー、電子ニュートリノフラックスの Azimuth Angle 分布 $E=3\text{GeV}$	98
6.11 全方向からのニュートリノ、反ニュートリノの荷電比とトータルのミューニュートリノ、電子ニュートリノの生成比	99
6.12 水平方向からのニュートリノ、反ニュートリノの荷電比とトータルのミューニュートリノ、電子ニュートリノの生成比	100
6.13 鉛直方向からのニュートリノ、反ニュートリノの荷電比とトータルのミューニュートリノ、電子ニュートリノの生成比	101
6.14 0.1 GeV 以上のニュートリノ生成比の角度依存性	102
6.15 ミュー、電子ニュートリノフラックスの Zenith Angle 分布 $E=0.2-0.4\text{GeV}(2)$	104
6.16 ミュー、電子ニュートリノフラックスの Azimuth Angle 分布 $E=0.2-0.4\text{GeV}(2)$	104
6.17 ミュー、電子ニュートリノフラックスの Zenith Angle 分布 $E=1\text{GeV}$	105
6.18 ミュー、電子ニュートリノフラックスの Azimuth Angle 分布 $E=1\text{GeV}$	105
6.19 ミュー、電子ニュートリノフラックスの Zenith Angle 分布 $E=3\text{GeV}$	106
6.20 ミュー、電子ニュートリノフラックスの Azimuth Angle 分布 $E=3\text{GeV}$	106
6.21 全方向からのニュートリノ、反ニュートリノの荷電比とトータルのミューニュートリノ、電子ニュートリノの生成比	107
6.22 大気ニュートリノフラックスの今回の計算と、他でなされた計算結果の比較	109
6.23 HKHM によるカミオカンデにおける観測期待値と実際の観測値の比較	110
6.24 HKHM,BGS,BN,LK の計算によるニュートリノ生成比	110
6.25 カミオカンデにおいて観測されたニュートリノの生成比の解析結果と、今回の計算によるニュートリノの生成比の比較	111

Chapter 1

Introduction

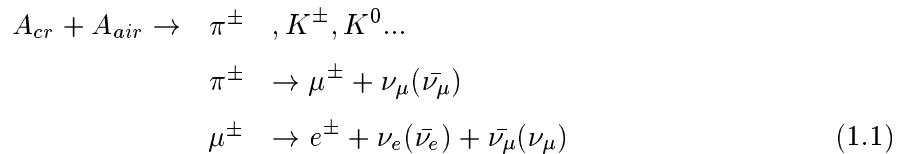
1.1 目的

本論文では地球に到達する大気ニュートリノフラックスの数値計算を導出し、大気ニュートリノ異常問題についての考察を行なうことを目的としている。特に 1GeV 付近の大気ニュートリノ生成について検出器における角度分布を含め詳しく検証する。

大気ニュートリノの研究は宇宙線が線源となり、大気層がターゲットとなる。しかしその過程において、地球の磁場、大気の高さと高度の関係、核子相互作用や π, μ 崩壊反応、宇宙線のエネルギースペクトルや成分の不定性などのさまざまな不確定要素があることも考慮しなければならない。本論文ではこれらの事も順を追ってチェックしていく。

1.2 大気ニュートリノフラックスと大気ニュートリノ異常問題

大気ニュートリノの生成は、以下の様な反応で起こる。一次宇宙線の構成要素を A_{cr} 、大気成分を A_{air} とすると、



となる (Fig 1.1参照)。大気ニュートリノはカミオカンデを始めとする水チェレンコフ装置での陽子崩壊検出の最大のバックグラウンドになるので、当初からの研究課題であった。大気ニュートリノフラックスからの ν_e, ν_μ は検出器内でそれぞれ荷電カレント $\nu_e + N \rightarrow e^- + N'$ 、 $\nu_\mu + N \rightarrow \mu^- + N'$ (反ニュートリノ反応も含める) で生成される電子とミューオンを見ることで判別出来る。カミオカンデにおいては、その識別の誤認は数%以下であった [1]。よって期待される ν_μ と ν_e の比は (1.1) に依存し、 ~ 2 と見積られる。しかしカミオカンデ実験において、大気ニュートリノの解析の結果、

Experiment	Data Size (kt-yr)	Ratio
		R_{exp}/R_{theor}
Kamiokande	4.92	$0.60^{+0.07}_{-0.06} \pm 0.05$
IMB	7.7	$0.71 \pm 0.05 \pm 0.11$
Soudan-II	1	$0.69 \pm 0.19 \pm 0.09$
Frejus	1.56	$1.06 \pm 0.18 \pm 0.15$
NUSEX	0.74	$0.96^{0.32}_{0.28}$

Table 1.1: 世界の大気ニュートリノ実験の実験結果。Statistical Error と Systematic Error を含む。

μ の観測データは理論値の約半分しかなく、 ν_μ と ν_e の比において観測データと理論値に

$$\frac{(\nu_\mu/\nu_e)_{\text{データ}}}{(\nu_\mu/\nu_e)_{\text{理論}}} \sim 0.6 \quad (1.2)$$

いうずれが生じた [2]。これがいわゆる大気ニュートリノ異常問題であり、 $\nu_\mu + \bar{\nu}_\mu$ が期待値より少ないか、もしくは $\nu_e + \bar{\nu}_e$ が期待値より多いということが考えられる。この問題の解釈の一つとしてニュートリノが質量をもつことに起因するニュートリノ振動の可能性を示唆するものだというのがある。もしニュートリノに質量があるとすると、レプトンの CKM 混合を妨げるものは何もなくなくなり、レプトンファミリー数の保存はもはや成り立たなくなる。このことは大統一理論の検証を与える。また、宇宙空間におけるダークマターの候補として、ニュートリノを掲げることも可能となってくる。

大気ニュートリノ異常問題については、カミオカンデ実験の他に IMB [3], [4], Soudan II [5] などの実験でも報告されている。一方では理論と一致している実験 (Frejus [6], Nussex [7]) もあるが、これらの実験は統計誤差が大きく、カミオカンデ実験の結果の正誤について言及することは出来ない。(Table 1.1 参照)

1.3 ニュートリノ振動

もしニュートリノに質量があるとすると、それらの弱い相互作用の固有状態 ν_α, ν_β (α, β ; neutrino flavor) はもはや質量の固有状態ではない。これらは質量の固有状態 ν_1, ν_2 の混合状態として表される [8]。混合角を θ として ν_α と ν_β の状態が直交するようにすると、

$$\begin{pmatrix} \nu_\alpha \\ \nu_\beta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \nu_1 \\ \nu_2 \end{pmatrix} \quad (1.3)$$

と書ける。これを逆に解いてやると、

$$\begin{aligned} \nu_1 &= \cos \theta \cdot \nu_\alpha - \sin \theta \cdot \nu_\beta \\ \nu_2 &= \sin \theta \cdot \nu_\alpha + \cos \theta \cdot \nu_\beta \end{aligned} \quad (1.4)$$

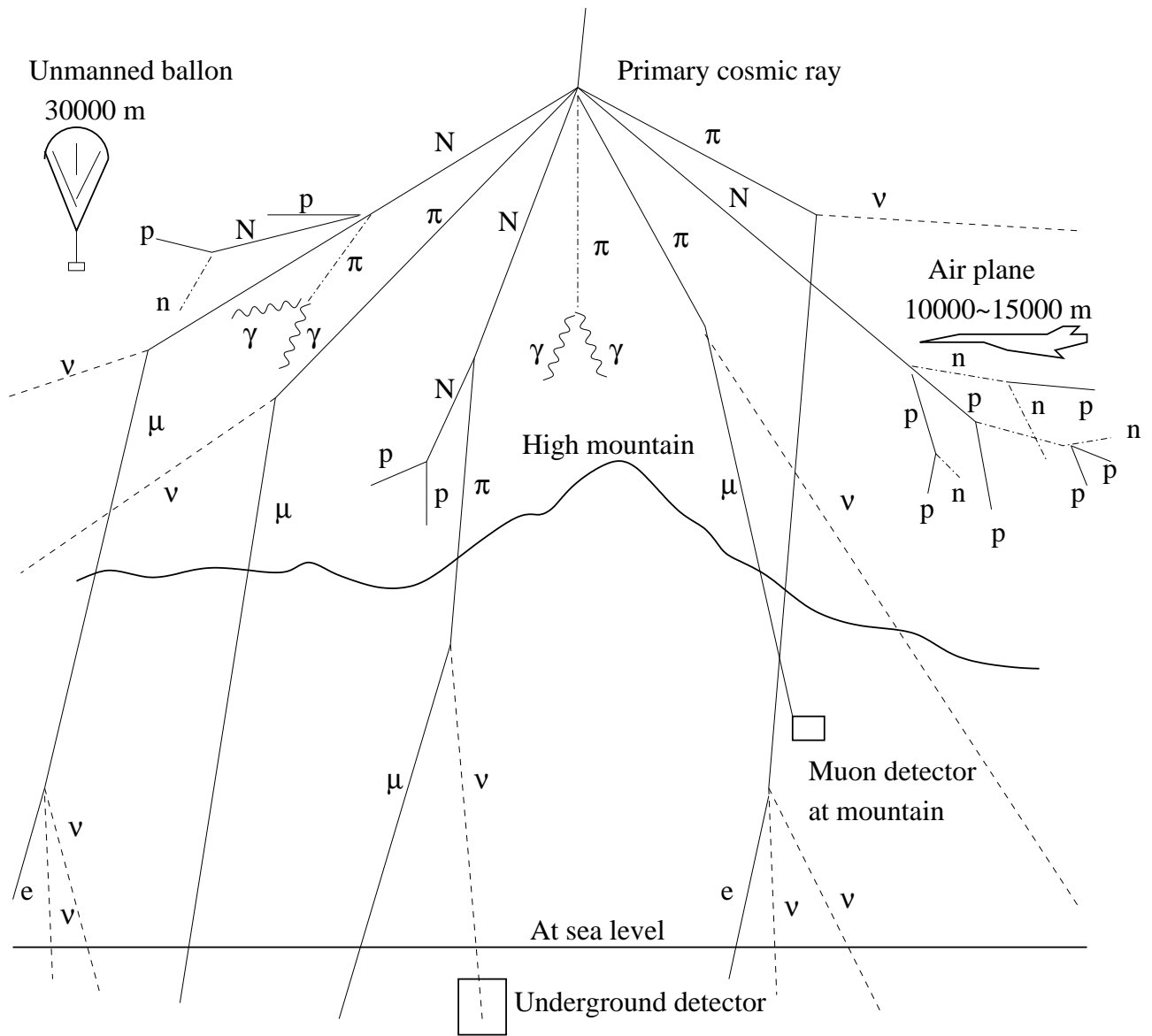


Figure 1.1: 大気ニュートリノの生成過程。

となる。自由空間でのニュートリノの伝播は、 $\hbar = c = 1$ と置き、かつ、ニュートリノ ν_i のエネルギー、運動量、1つの空間座標をそれぞれ、 E_i, k_i, x と置くと、平面波 $\nu_i(t) = \nu_i(0) \cdot e^{i(k_i x - E_i t)}$ で表されるが、観測は x の定まった点で行われるので、運動量項は寄与せず、

$$\nu_i = \nu_i(0) \cdot e^{-iE_i t} \quad (1.5)$$

と書ける。ただし、運動量は保存しなければならないので、 $k_1 = k_2 = k$ である。よって $E_i = \sqrt{k^2 + m_i^2}$ になる。一般に $E_i \gg m_i$ がいえるので、

$$E_i \simeq k + \frac{m_i^2}{2k} \quad (1.6)$$

と近似できる。ここから

$$E_2 - E_1 = \frac{1}{2k}(m_2^2 - m_1^2) \equiv \frac{\Delta m^2}{2k} \quad (1.7)$$

とおける。

ここで meson の崩壊 $\pi^+ \rightarrow \mu^+ + \nu_\mu$ から得られる ν_μ について考える。波動方程式は

$$\nu_\mu(t) = -\sin \theta \cdot \nu_1(t) + \cos \theta \cdot \nu_2(t) \quad (1.8)$$

となる。 $t = 0$ において ν_μ ビームの占める割合を 100% と考えると、 $\nu_\mu(0) = 1$ で、 $\nu_e(0) = 0$ であるから、(1.4) から

$$\begin{aligned} \nu_1(0) &= -\sin \theta \cdot \nu_\mu(0) \\ \nu_2(0) &= \cos \theta \cdot \nu_\mu(0) \end{aligned} \quad (1.9)$$

の関係を使ってやると、(1.8) は

$$\nu_\mu(t) = \sin^2 \theta \cdot e^{-iE_1 t} + \cos^2 \theta \cdot e^{-iE_2 t} \quad (1.10)$$

と表せる。したがって、 ν_μ ビームの時間 t 経過後の強度 I_μ は

$$\begin{aligned} \frac{I_\mu(t)}{I_\mu(0)} &= \left| \frac{\nu_\mu(t)}{\nu_\mu(0)} \right|^2 \\ &= \cos^4 \theta + \sin^4 \theta + \sin^2 \theta \cdot \cos^2 \theta \\ &\quad \times [e^{i(E_2 - E_1)t} + e^{-i(E_2 - E_1)t}] \\ &= 1 - \sin^2 2\theta \cdot \sin^2 \left[\frac{(E_2 - E_1)t}{2} \right] \end{aligned} \quad (1.11)$$

ここで (1.7) を使って $\Delta m^2 = m_2^2 - m_1^2$ を代入する。このときの Δm^2 の単位を (eV^2) 、 ν_μ の発生源からの距離 L の単位を (km) 、ビームのエネルギー E の単位を GeV で測ることにすると、

$$\begin{aligned} P(\nu_\mu(0) \rightarrow \nu_\mu(L)) &= 1 - \sin^2 2\theta \sin^2 \left(1.27 \frac{\Delta m^2 L}{E} \right) \\ P(\nu_\mu(0) \rightarrow \nu_{other}(L)) &= \sin^2 2\theta \sin^2 \left(1.27 \frac{\Delta m^2 L}{E} \right) \end{aligned} \quad (1.12)$$

となり、これがニュートリノ振動の確率式となる。

1.4 ニュートリノ振動に関する実験

現在、ニュートリノが質量を持つという、素粒子の標準理論を越える事象であるニュートリノ振動を検証する為に、さまざまな実験が行われている。(1.12)からわかる様に、ニュートリノ振動は実験のパラメーター L/E によって異なってくる。実験条件が $\Delta m^2 L/E \approx O(1)$ 付近であればニュートリノ振動が観測可能である。もし、 Δm^2 が小さい領域を検証するならば、伝播距離 L 大きいか、ニュートリノのエネルギーが小さくなければならない。Fig. 1.2に大気ニュートリノ測定により求められた Δm^2 、 $\sin^2 2\theta$ の許容領域を示す。

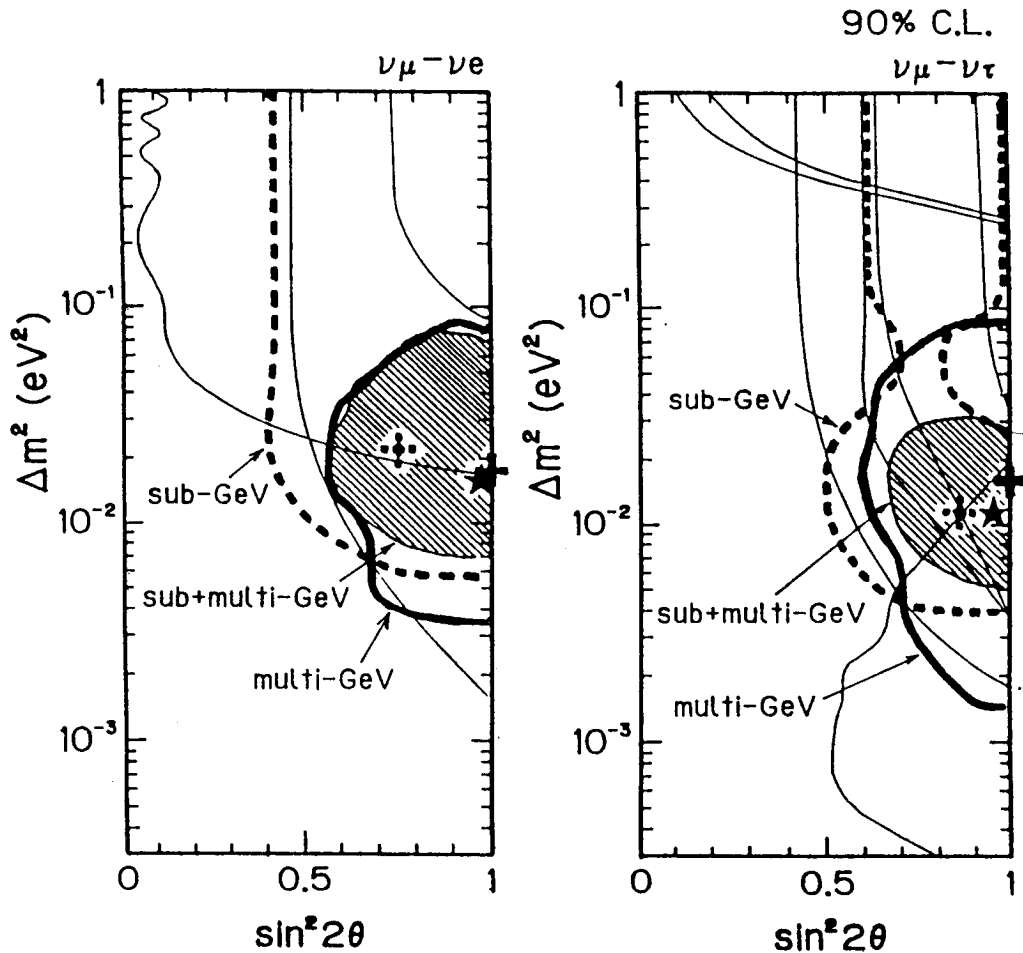


Figure 1.2: 大気ニュートリノの観測から得られたニュートリノ振動の信頼度の許容範囲 (90% C.L.) [2]。ここでの multi-GeV は $E_\nu > 1 \text{ GeV}$ 、sub-GeV は $E_\nu < 1 \text{ GeV}$ を表している。

1.5 本研究の意義

ここまで論じた大気ニュートリノ異常問題は観測値において $\nu_\mu + \bar{\nu}_\mu/\nu_e + \bar{\nu}_e < 2$ (理論値) になってしまうことが前提となっている。しかし本当に理論値 ≈ 2 になるのだろうか？大気ニュートリノフラックスは宇宙線のエネルギー、構成要素分布に従った一次粒子が地球磁場、大気の Geometry に沿って相互作用、崩壊する。その過程それぞれに不確定要素は含まれており、その積み重ねがフラックスの不定性に響いてくるのではないか？また、過去において、さまざまな大気ニュートリノフラックス計算が行われているが、それぞれの計算ごとにフラックス量、方向分布がちがっている。それはなぜか？本研究はこれらの疑問についての検証を目的とし、さらに独自に大気ニュートリノフラックスの計算を行う。

1.6 フラックス計算の検証

本論文における計算の手順は以下の通りである。

1. 一次宇宙線の運動量分布の実験データの信頼度の評価
2. 一次宇宙線の大気へ侵入するための最低運動量のシミュレーション
3. 陽子 + 大気 \rightarrow 中間子 + X 過程のシミュレーションと実験データとの比較による信頼度の評価
4. 中間子 \rightarrow ニュートリノ + X 過程、ミューオン \rightarrow ニュートリノ + X 過程のシミュレーション

1. における一次宇宙線の運動量分布については、一次宇宙線の源が大きくなってくる。私はこの一次宇宙線フラックスの $100\text{MeV} \sim 1000\text{GeV}$ のエネルギー領域における気球塔載検出器実験のデータと計算値の比較を行なった。また、一次宇宙線フラックスの成分分布 (CNO,H,He..) 調べた。その上で simulation に用いる一次宇宙線の運動量分布を決定した

2. における最低運動量 (rigidity cutoff) のシミュレーションは 1950 年代から行われていた。ここでのシミュレーションは、観測点上空に荷電反粒子を置き、それが宇宙空間に飛び出したとき、荷電粒子が地球上に飛びこんでこれるものとして、全天方向についての運動量分布をもとめたものである。私は地球磁場に球面調和関数を用いることで、実際の地球磁場はかなり近い磁場でのシミュレーションを行うことができた。その結果、古典的 dipole 磁場を用いたときには存在しなかった運動量分布の穴が確認された (chapter 2 参照)。つまり、それほど大きい運動量でなくても、方向によっては、地球磁場の裏にまわりこんで侵入しうる粒子もあることが示された。

3. においては、LUND code と呼ばれる核子 - 原子核相互作用の simulation routine と加速器実験との比較、検証を行なう。ここでの低エネルギー領域での中間子生成過程の計算値データは、加速器実験データと比べて数 % 程度の不確定性がみとめられた。

4. については、 π, μ の崩壊過程ごとにシミュレーションを行なう。

また、以上の結果を用いて、大気ニュートリノフラックスの厳密な計算を行なう。

Chapter 2

一次宇宙線のフラックス

大気ニュートリノの線源となる宇宙線粒子は、 $\sim 1000/m^2 \cdot s$ の割合で地球の大気にあたる。宇宙線粒子は電離した原子核で高エネルギーをもつことで知られている。ほとんどの宇宙線は自分自身の質量に匹敵するかまたはそれ以上の運動エネルギーをもつので、相対論的である。chapter 2では宇宙線の起源、宇宙線の組成、地球に到達する宇宙線のエネルギースペクトルについて述べる。

2.1 宇宙線の起源と組成

宇宙線の起源についてはまだ完全にはわかってない。ただ宇宙線のほとんどは太陽系外の銀河系内からやってくるのは明らかである。太陽を起源とするかなり少ない宇宙線粒子は、太陽活動に伴ない変動することで特徴づけられる。それに対し、大部分の宇宙線の低エネルギー領域では太陽活動と負の相関を示す。これは太陽活動に伴なって出る太陽風が太陽近傍から多くの低エネルギー領域の粒子を締め出す為である。

Fig 2.1に宇宙線の相対的組成比を示す。ここでわかる事は、太陽系でも宇宙線でも原子核の存在比は偶奇性を示す。つまり安定結合している偶数 Z の核がより多く存在する。大きな違いは2つある。まず、 $Z > 1$ の原子核について宇宙線中の方が太陽系の物質に比べて非常に豊富である。また炭素や酸素核の破砕 Li, Be, B と鉄の破砕 Sc, Ti, V, Cr, Mn という二つの元素群は、太陽系物質に比べて宇宙線内には数桁も多い。これらは宇宙線と星間物質の衝突でつくられる。知られている破砕の断面積より、宇宙線が観測されるまでに横切る物質量の平均値は $X = 5 \sim 10g/cm^2$ 程度と考えられている。銀河円盤の密度 ρ_N は $1cm^3$ につき陽子 1 個程度であるので、物質のこの厚さは長さにして

$$l = X/(m_p \rho_N) = 3 \times 10^{24} cm \approx 1000kpc. \quad (2.1)$$

となる。これが宇宙線の観測までの平均拡散距離である。ここで銀河円盤の厚さを d とすると、 $l \gg d \approx 0.1kpc$ である。これは宇宙線が銀河間空間に逃げ出す前に長い間色々な方向に拡散過程があり、宇宙線の銀河内での閉じこめがあることを示している。

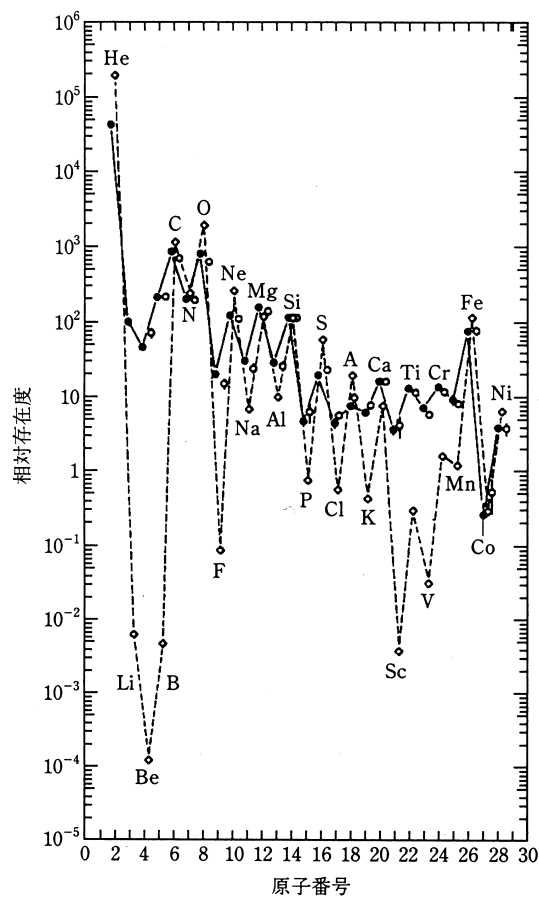


Figure 2.1: 地球で観測した宇宙線元素の存在度と太陽系の組成の存在度の比較。●；70 ~ 280MeV/A、○；1 ~ 2GeV/A、◇+点線；太陽系の組成。ケイ素 (Si) を 100 として基準にする。[9] から抜粋。

2.2 エネルギースペクトル

一次宇宙線のエネルギースペクトルは低いエネルギー領域 ($\leq 100\text{GeV}$) ではよく知られている。この領域の宇宙線は大体 3GeV 以下の大気ニュートリノを主に生成する。しかしそのフラックスは太陽活動 (solar-modulation) や地球磁場に影響される。solar modulation は太陽黒点数などによって同定出来る。また地球磁場の影響は宇宙線の rigidity cutoff として表れる (chapter 3参照)。一次宇宙線の観測は太陽活動、検出原子核の違いも考えて行なわれている。観測は気球搭載機器で行なわれ、観測される宇宙線は、どの観測においても検出能率によって、 $10 \sim 15\%$ の不確定性を持つ。Webber, Lezuik の観測 [10] において、宇宙線の成分分布が見積もられた。

$$H(\text{proton}) \sim 90.6\% \quad He \sim 9.0\% \quad CNO \sim 0.4\% \quad \text{above} \sim 100\text{MeV/nucleus}$$

$$H(\text{proton}) \sim 95.2\% \quad He \sim 4.5\% \quad CNO \sim 0.3\% \quad \text{above} \sim 2\text{GeV/nucleus}$$

その他の成分 ($Ne, S, Fe\dots$) は非常に少ないので、低エネルギーの大気ニュートリノの計算においては無視出来る。また、実際に宇宙線が大気に入射したとき、宇宙線成分ごとの核子数によって大気ニュートリノ生成への貢献度がちがってくる。核子数が大きい宇宙線が入射すると、proton 一つの宇宙線に比べて大気ニュートリノフラックスが大きくなる。これは、宇宙線と大気の相互作用が核子-原子核相互作用による為、一個の宇宙線の入射によって、その宇宙線粒子の持つ核子数だけ相互作用が繰り返される為である。よって宇宙線成分比率を核子数に直して書くと、 $He \sim 15\%, CNO \sim 3.6\% (\geq 2\text{GeV/nucleon})$ 位になる。

実際の一次宇宙線のスペクトラムは Nagashima et al [11] によって、宇宙線成分、太陽活動を含めて定式化されている。

$$f(E_k)dE_k = \gamma_i u^{-2.585} M(p, N)dE_k \quad (2.2)$$

ここで i は原子核 ($= H, He, CNO\dots$) の種類、 p は Rigidity ($\equiv \text{GeV}/c/Z$)、 E_k は核子ごとの kinetic energy、 u が total energy となる。 γ_i については、

$$\gamma_H = 10.85 \times 10^3 m^2 sec^{-1} sr^{-1} GeV^{-1}$$

$$\gamma_{He} = 5.165 \times 10^2 m^2 sec^{-1} sr^{-1} GeV^{-1}$$

$$\gamma_{CNO} = 3.3 \times 10^{-2} m^2 sec^{-1} sr^{-1} GeV^{-1}$$

となる。また、 $M(p, N)$ は solar modulation function であり、

$$M(p, N) = \exp\left[-\frac{1.15 + 14.9(1 - N/N_{max})^{1.12}}{0.97 + (p/1\text{GV})}\right] \quad (2.3)$$

とおける。ここで N は Mt. Washington の neutron monitor で観測された neutron 数であり、 $N_{max} = 2465\text{count/hour}$ とおく。 N は solar modulation によって置きかえられ、

$$N_{solar-min} = 2445$$

$$N_{solar-mid} = 2300$$

$$N_{solar-max} = 2115$$

とおける。Data との Fitting は Fig 2.2 に示す。これを見ると低エネルギー領域 $\leq 10\text{GeV}/\text{nucleon}$ を除いて一致している事がわかる。その低エネルギー領域も、 1GeV 付近の大気ニュートリノ生成への寄与は少ない。また、低エネルギー領域の一次宇宙線が地球に入射しようとしても、地球磁場の影響によって、ほとんど地球に入射できなくなる (Chapter 3 参照)。よってここで用いる一次宇宙線の導出にはこの Fitting を使用することとする。

また、今回の大気ニュートリノ計算においては solar modulation は考えないこととする。 1GeV 付近の低エネルギー領域において、太陽活動が最大の時と最小の時とでは一次宇宙線 proton のフラックスに 2 倍近い差が出る。 10GeV 付近では約 10% の違いである。もちろん厳密に大気ニュートリノ・フラックスを計算するならば、この点は十分考慮しなければならないだろう。

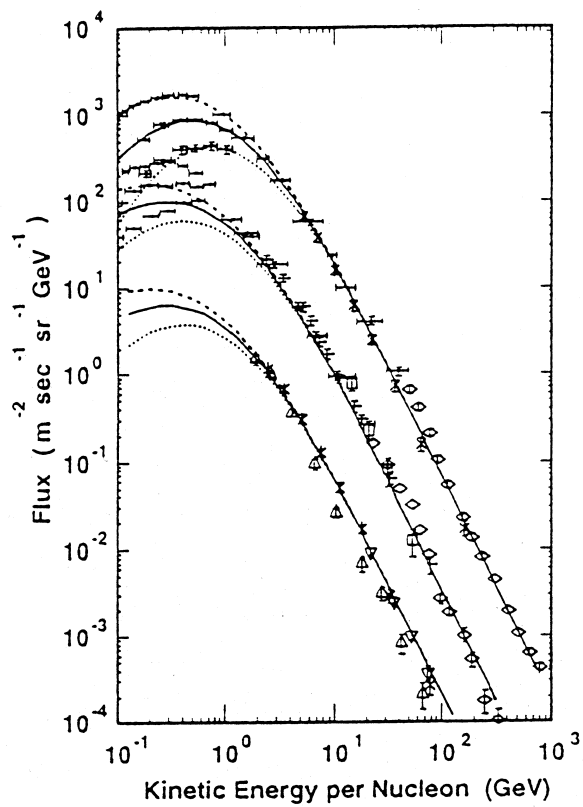


Figure 2.2: 一次宇宙線のエネルギースペクトラム。Webber,Lezniak が、観測された hydrogen(proton),helium,CNO のフラックスを編集した [10]。Solid line は solar mid.,dash line は solar min.,dot line は solar max に対応する。Honda et al [12] より抜粋

Chapter 3

Rigidity Cutoff

大気ニュートリノの観測において、ニュートリノの一定の観測点における角度分布は、ニュートリノ生成源となる一次宇宙線の大気に侵入する角度分布に大きく依存している。一次宇宙線は、陽子や原子核の荷電粒子として大気に侵入するので、地球磁場の影響を大きく受ける。この磁場依存は地球に侵入しうる最低運動量 (Rigidity Cutoff) で表わす。

地球磁場内での宇宙線荷電粒子の運動についての研究は 1950 年代に双極子磁場による Stormer 理論から始まった [13]。その後球面調和関数による地球磁場の計算が行われ、この磁場が実際の磁場と正しく適応することがわかった。今回はこの磁場内での荷電粒子の軌道を数値計算によって求め、そこから Rigidity Cutoff を求める。

地球上の特定の位置における、特定方向から入射する一次宇宙線 (ここでは陽荷電の陽子、 α 粒子その他の原子核) に対する Cutoff を求めるには、逆に地球上から陰荷電の粒子を打出し、地球磁場内の軌道を計算する方法で求める。打出した粒子が地球から十分遠方に到達したらその地球上の点へは逆にその方向から宇宙線が到達し得るので、これを allowed direction と呼ぶ。また打出した粒子が再び地球半径内の距離に落ちてくれば、この方向は同じ rigidity の一次宇宙線粒子に対しては forbidden direction である。実際には日本の様な中緯度地域では rigidity を変化させていくと allowed と forbidden direction (or region) がまじり合う領域 (penumbra) があるので、この点を考慮に入れなければならない。

この章では、penumbra 領域を考慮した cutoff 計算、日本上空における平均 cutoff、粒子の入射方向による東西効果の確認、rigidity によって粒子がどのくらい入射出来るかを示す cutoff distribution function について論じる。

3.1 荷電粒子の運動方程式

磁場 \vec{B} 内で、位置 \vec{R} 、速度 \vec{v} 、荷電 e 、慣性質量 m の粒子の運動は次の運動方程式で記述される。

$$m \frac{d^2 \vec{R}}{dt^2} = \frac{e}{c} \left(\frac{d\vec{R}}{dt} \times \vec{B} \right) \quad (3.1)$$

軌道計算は初期条件 \vec{R}_0, \vec{V}_0 を与えて (3.1) を数値計算する事によって行なわれるが、このままでは大変な労力を要する。よって以下のように変数変換等をする。 \vec{B} が静磁場であるので、 \vec{V} の絶対値 V は運動の定数である点と長さを地球の半径 R_e を尺度として測り又 $|\frac{mV}{e}|$ が荷電当りの運動量つまり rigidity である事を考えに入れて、次の変換をする。

$$\begin{aligned}
s &= Vt/R_e \\
r &= R/R_e \\
v_r &= V_R/V, \quad v_\theta = V_\theta/V, \quad v_\varphi = V_\varphi/V \\
b_r &= -\frac{R_e \cdot e}{V \cdot mc} B_R, \quad b_\theta = -\frac{R_e \cdot e}{V \cdot mc} B_\theta, \quad b_\varphi = -\frac{R_e \cdot e}{V \cdot mc} B_\varphi
\end{aligned} \tag{3.2}$$

ここで θ は地理余緯度、 φ は経度である。また s は地球半径を単位として計った粒子軌道長である。この変換を行ない (3.1) を \vec{r} と \vec{v} の各成分についての一階の連立一次微分方程式に書直すと、

$$\begin{aligned}
\frac{dr}{ds} &= v_r \\
\frac{d\theta}{ds} &= \frac{v_\theta}{r} \\
\frac{d\varphi}{ds} &= \frac{v_\varphi}{r \sin\theta} \\
\frac{dv_r}{ds} &= (v_\theta \cdot b_\varphi - v_\varphi \cdot b_\theta) + \frac{1}{r}(v_\theta^2 + v_\varphi^2) \\
\frac{dv_\theta}{ds} &= (v_\varphi \cdot b_r - v_r \cdot b_\varphi) - \frac{1}{r}(v_r \cdot v_\theta - \frac{v_\varphi^2}{\tan\theta}) \\
\frac{dv_\varphi}{ds} &= (v_r \cdot b_\theta - v_\theta \cdot b_r) - \frac{1}{r}(v_r \cdot v_\varphi + \frac{v_\varphi v_\theta}{\tan\theta})
\end{aligned} \tag{3.3}$$

の様になる。

また、定数については以下の様にとる。

$$\begin{aligned}
R_e &= 6371.2km \quad c = 2.99776 \cdot 10^{10} cm/sec \\
\frac{R_e \cdot e}{V \cdot mc} &= 190.9933/P \quad gauss^{-1}
\end{aligned} \tag{3.4}$$

3.2 地球磁場の計算

Section 3.1の運動方程式の中の磁場 \vec{B} を求める為、地球磁場の表示に球面調和関数の近似を用いるのがよい。近年は科学衛星などによる磁場観測がされており、その観測結果にしたがい、球面調和関数の係数 g_n^m, h_n^m を決定する。今回の計算は IGRF(International Geomagnetic Reference Field) として公表されてるのを用いる (Table 3.1参照)。

n	m	g_n^m	h_n^m	n	m	g_n^m	h_n^m
1	0	-29877	0.0	6	2	50	90
1	1	-1903	5497	6	3	-180	69
2	0	-2073	0	6	4	4	-50
2	1	3045	-2191	6	5	17	-4
2	2	1691	-309	6	6	-102	20
3	0	1300	0	7	0	75	0
3	1	-2208	-312	7	1	-61	-82
3	2	1244	284	7	2	2	-26
3	3	835	-296	7	3	24	-1
4	0	937	0	7	4	-6	23
4	1	780	233	7	5	4	17
4	2	363	-250	7	6	9	-21
4	3	-426	68	7	7	0	-6
4	4	169	-298	8	0	21	0
5	0	-215	0	8	1	6	7
5	1	356	47	8	2	0	-21
5	2	253	148	8	3	-11	5
5	3	-94	-155	8	4	-9	-25
5	4	-161	-75	8	5	2	11
5	5	-48	95	8	6	4	12
6	0	52	0	8	7	4	-16
6	1	65	-16	8	8	-6	-10

Table 3.1: IAGA より公表されている磁場定数 g_n^m, h_n^m [14]。ここには 1985 年の地球磁場に適応される定数を示す。

地球中心に原点を置き、原点からの距離 R 、地理余緯度 θ 、経度 φ の点での磁気ポテンシャルは、以下の様に表わされる。

$$U(R, \theta, \varphi) = R_e \sum_{k=1}^{n_m} \left(\frac{R_e}{R}\right)^{n+1} \sum_{m=0}^n (g_n^m \cos m\varphi + h_n^m \sin m\varphi) P_n^m(\cos \theta) \quad (3.5)$$

$P_n^m(\cos \theta)$ は Legendre 関数である。このポテンシャルを用いて磁場の各成分を以下の様に表わす。

$$\begin{aligned} B_R &= -\frac{\delta U}{\delta R} \\ &= \sum_{n=1}^{n_m} (n+1) \left(\frac{R_e}{R}\right)^{n+2} \sum_{m=0}^n (g_n^m \cos m\varphi + h_n^m \sin m\varphi) P_n^m(\cos \theta) \\ B_\theta &= -\frac{1}{R} \frac{\delta U}{\delta \theta} \\ &= -\sum_{n=1}^{n_m} \left(\frac{R_e}{R}\right)^{n+2} \sum_{m=0}^n (g_n^m \cos m\varphi + h_n^m \sin m\varphi) \frac{dP_n^m(\cos \theta)}{d\theta} \\ B_\varphi &= -\frac{1}{R \sin \theta} \frac{\delta U}{\delta \varphi} \\ &= -\sum_{n=1}^{n_m} \left(\frac{R_e}{R}\right)^{n+2} \sum_{m=0}^n m (h_n^m \cos m\varphi - g_n^m \sin m\varphi) \frac{P_n^m(\cos \theta)}{\sin \theta} \end{aligned} \quad (3.6)$$

(3.6) における legendre 関数の計算はやや複雑である。今回の計算では legendre 関数の漸化式

$$\begin{aligned} (2n+1)xP_n(x) &= (n+1)P_{n+1}(x) + nP_{n-1}(x) \\ P_n^m(x) &= \frac{d^m}{dx^m} P_n \end{aligned} \quad (3.7)$$

から、 $n = 1 \sim 8$, $m = 0 \sim 8$ についての P_n^m を導出する。そこから $\frac{P_n^m(\cos \theta)}{d\theta}$ も求める。

以上より球面調和関数による地球磁場が導出できる。ここで実際の地球磁場との比較を、dipole 近似によって導出された地球磁場を含めて行なう。

dipole 近似による地表での地球磁場は地磁気緯度

$$\begin{aligned} \sin \lambda &= \sin \theta \sin \theta_p + \cos \theta \cos \theta_p \cos(\varphi - \varphi_p) \\ (\theta_p, \varphi_p) &= (78.8^\circ N, 289.2^\circ E) ; \text{磁場北極} \end{aligned} \quad (3.8)$$

を用いて以下の様に表わされる。 $B_0 = 0.312 \text{ gauss}$ を磁気赤道値と置くと、

$$\begin{aligned} B_{\text{horizontal}} &= B_0 \sin \lambda \\ B_{\text{total}} &= B_0 \sqrt{1 + 3 \sin^2 \lambda} \end{aligned} \quad (3.9)$$

Fig 3.1には地球上の12個所の地点での全磁場について計算値、観測 data の fit を行なった。球面調和関数による計算は観測 data と非常に fit している。一方 dipole 近似計算ではアジア・大洋州地域で

番号	地名	所在地	緯度	経度
アジア・大洋州地域 ($165^{\circ}W \sim 60^{\circ}E$)				
1	ヤクーツク	シベリア	$77^{\circ} 43'N$	$129^{\circ} 43'E$
2	タシケント	中央アジア	$41 20N$	$69 37E$
3	タンガラン	インドネシア	$6 10S$	$106 38E$
4	アムバリー	ニュージーランド	$43 09S$	$172 43E$
5	ヴォストーク	南極	$78 27S$	$106 52E$
ヨーロッパ・アフリカ地域 ($60^{\circ}E \sim 30^{\circ}W$)				
6	トロムゼー	ノルウェー	$69 37N$	$18 57E$
7	ハートランド	イギリス	$51 00N$	$4 29W$
8	ナイロビ	ケニア	$1 20S$	$36 49E$
9	ハーマナス	南アフリカ	$34 25S$	$19 14E$
南北アメリカ地域 ($30^{\circ}W \sim 165^{\circ}W$)				
10	ムードベイ	カナダ	$76 29N$	$119 24W$
11	ホノルル	ハワイ	$21 19N$	$158 00W$
12	ピラー	アルゼンチン	$31 40S$	$63 53W$

Table 3.2: 地磁気要素を観測した地点の地理座標

領域 (経度)	dipole 磁場 / 観測磁場	球面調和関数磁場 / 観測磁場
$165^{\circ}W \sim 60^{\circ}E$	0.9742258	1.0027157
$60^{\circ}E \sim 30^{\circ}W$	1.2569636	0.98749951
$30^{\circ}W \sim 165^{\circ}W$	1.2866506	1.0173538

Table 3.3: 地球磁場計算と実際の観測磁場の比較。Fig 3.1から算出した。dipole 磁場に比べて球面調和関数磁場は観測磁場とほとんど一致しているのがわかる。

はよい近似を保っているが、その他の地域ではかなりのずれが見うけられる。Table 3.3によると、そのずれは20%以上と見積もられた。また、地球に到達する荷電粒子に直接に影響する、磁場の水平成分を Fig 3.2に示す。dipole 近似計算は高緯度地域でずれが大きいことがわかる。

よって、球面調和関数による計算は実際の地球磁場を表わすのに非常に適当だということがわかった。

3.3 数値計算

ここまでで実行する計算の準備は出来た。ここではプログラムの流れについて述べる。

地球上のある地点へ特定の方向から入射する宇宙線の運動方向や、ある方向へ入射可能な最小運動量を求めるには次の様にする。一次宇宙線を観測する地点の座標を $r_0 = R_0/R_e$ 、 θ_0, φ_0 としてこの地点から、地理的な天頂角 Z 、方位角 A の方向に出発する負の電荷を持つ rigidity P の粒子につ

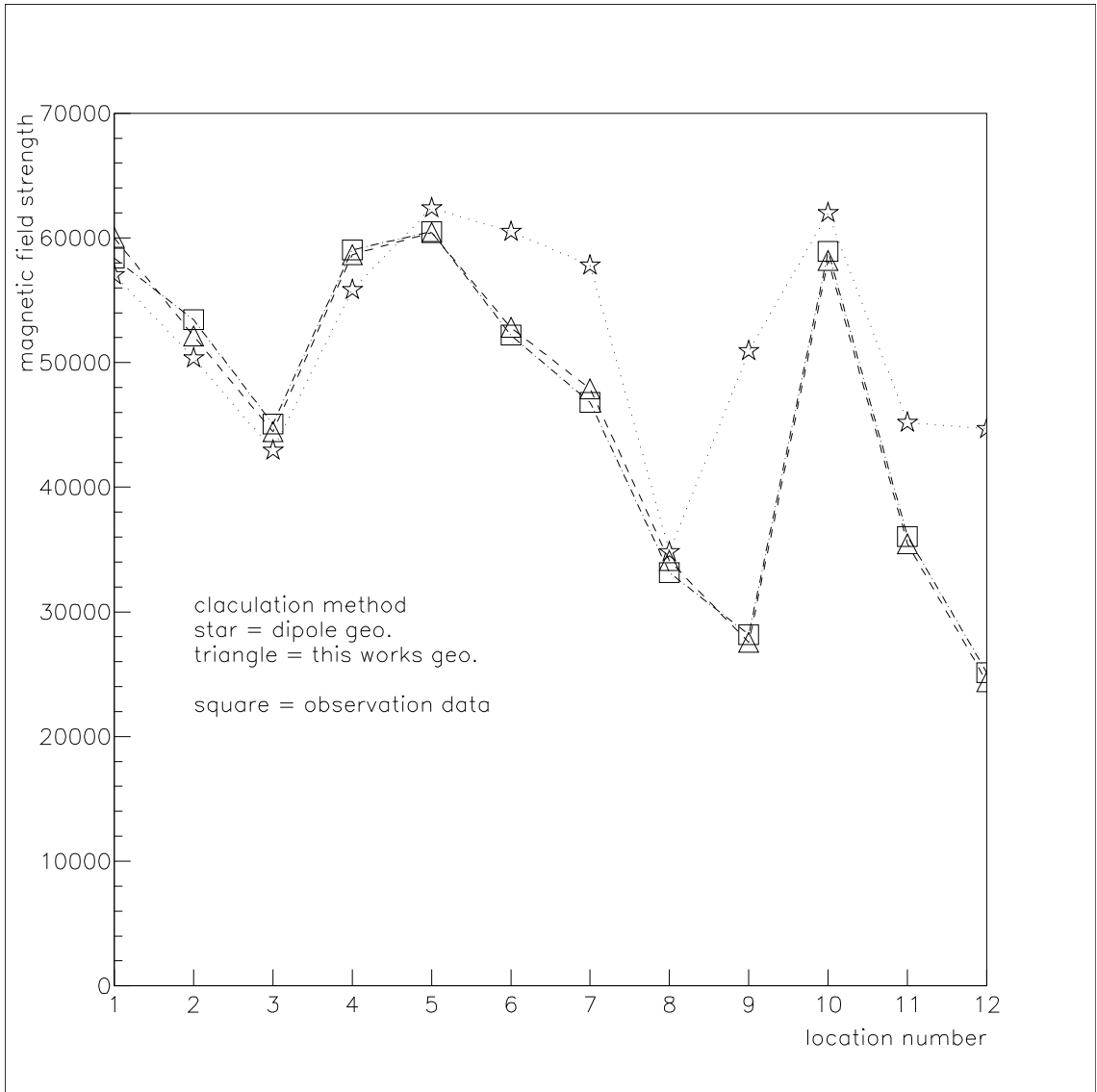


Figure 3.1: 全磁力の観測地点ごとの強度。location number は Table 3.2参照。観測磁場は [15] より抜粋

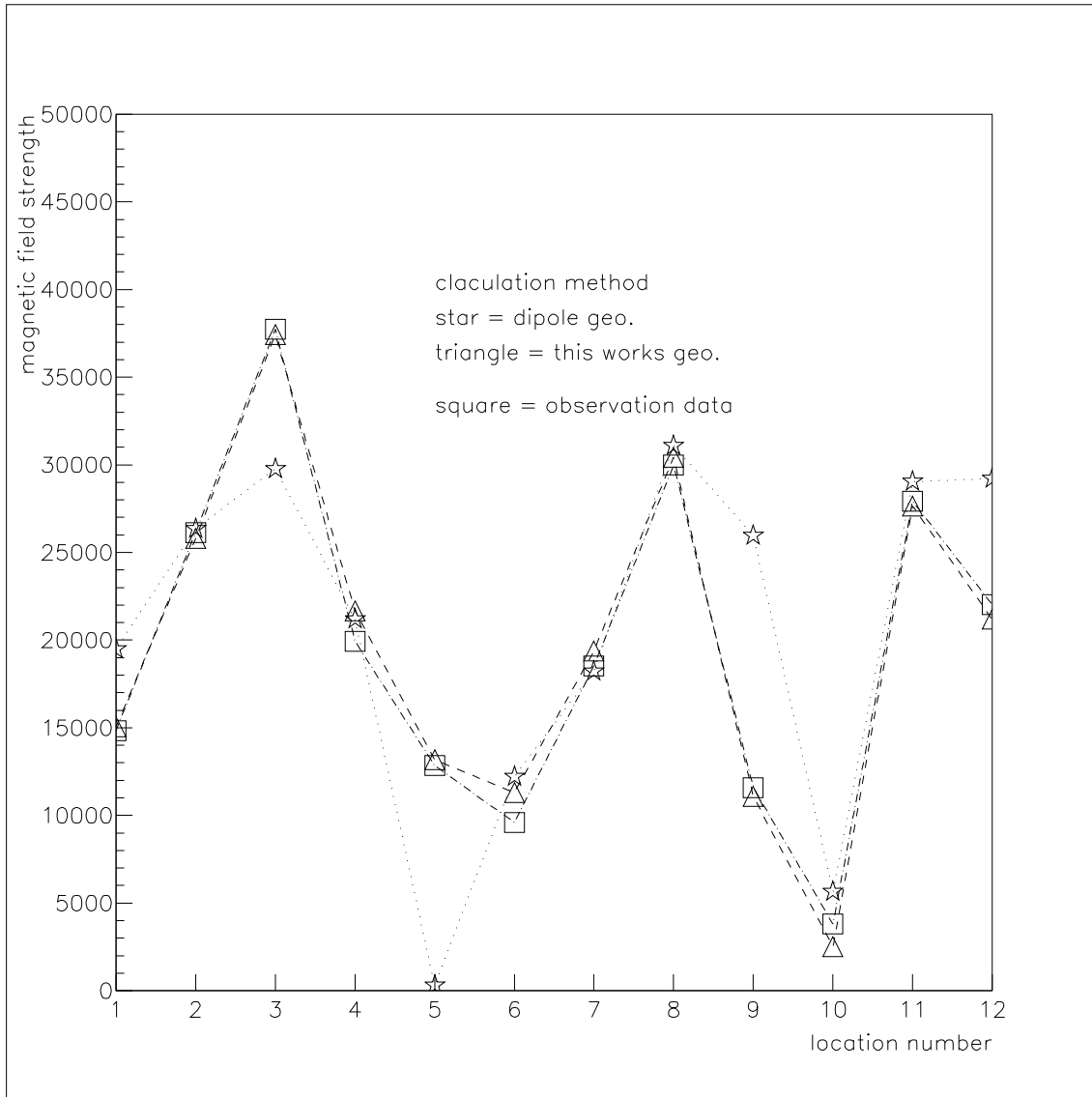


Figure 3.2: 磁場の水平分力の観測地点ごとの強度。location number は Table 3.2参照。観測磁場は [15] より抜粋

いて、運動方程式を数値積分する。もしこの粒子が地球中心より十分遠方(ここでは $25 \times R_e$ 以上とする)に到達したら、逆に無限遠から来た一次宇宙線(正電荷)はこの地点へ到達可能(allowed orbit)である。逆に軌道追跡の結果その軌道が再び地球表面に落ちることになれば、この地点でその rigidity の粒子は無限遠からは到達不可能(forbidden orbit)である(Fig 3.3参照)。

数値計算の手順として、(3.2)において示したように rigidity P を変換した磁場 b に組み込み、無次元化した座標、速度の初期値を次の様に7個とる。

$$\begin{aligned}
 r &= r_0 = R_0/R_e & v_r &= \cos Z \\
 \theta &= 90^\circ - \theta_0 & v_\theta &= -\sin Z \cos A \\
 \varphi &= \varphi_0(\text{東経}) & v_\varphi &= \sin Z \sin A \\
 s &= 0
 \end{aligned} \tag{3.10}$$

ここで A は発射粒子の方位角であり、 $A = 0^\circ; \text{north}, 90^\circ; \text{east}, = 180^\circ; \text{south}, = 270^\circ; \text{west}$ である。また Z は天頂角であり、 $Z = 0^\circ$ で天頂方向、 $Z = 90^\circ$ で水平方向である。また地球は厳密には完全な球体ではなく、楕円体であることと、出発点を上空からと考慮しなければならないので、 r_0 は次の様に置く。

$$r_0 = \frac{1}{R_e} (6356.9 / \sqrt{1 - 0.006725 \cdot \sin^2 \theta_0 + h}) \tag{3.11}$$

ここで h は出発点の高度(km)である。この初期条件からスタートする数値積分は Runge-Kutta-Gill 法を用いる。積分 step を Δs として、(3.3)における6個の微係数 ($\frac{dr}{ds}, \frac{d\theta}{ds}, \frac{d\varphi}{ds}, \frac{dv_r}{ds}, \frac{dv_\theta}{ds}, \frac{dv_\varphi}{ds}$) と ($\frac{ds}{ds} = 1$) について、計算を行なう。

積分 step Δs は積分の精度を定めるものである。McCracken は磁場内での粒子の Larmor 半径、磁場の強さの r に対する変化度を考え、実験的に P と r によって定められた係数 s_{ij} (Table 3.4参照) を使って積分 step を決定した [16]。

$$\Delta s = r \cdot s_{ij}(P, r) \cdot \frac{V}{R_e} \tag{3.12}$$

この様にして1つの地点から粒子発射方向 (A, Z) を変化させ、それぞれの方向について条件 $r > 25R_e$ に適応する P を選び出す。 (A, Z) は $0.1(\text{rad})$, P は $0.1(\text{GV})$ の step で計算を行なった。

3.4 計算結果

以上で述べた点を注意して、導出した計算結果が Fig 3.4である。初期値は(3.10),(3.11)に以下の様に代入した。ここで用いた緯度、経度は日本の三陸海岸沖付近を示す。

$$\begin{aligned}
 h &= 35.0(\text{km}) \\
 \theta_0 &= 90^\circ - 39.158^\circ = 50.842^\circ \\
 \varphi_0 &= 141.825^\circ
 \end{aligned}$$

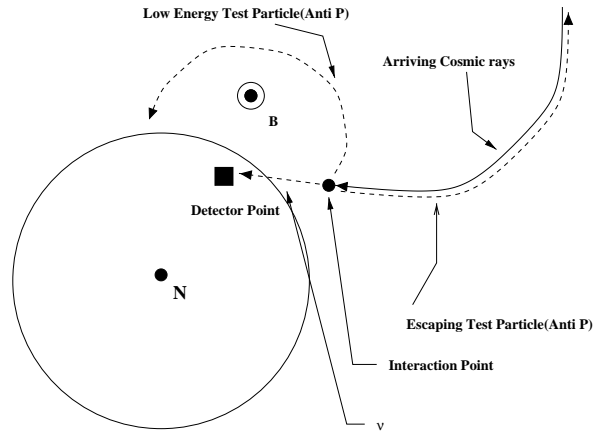


Figure 3.3: 磁場内での粒子の動きの概要

r の範囲	1 ~ 1.15	1.15 ~ 2.5	2.5 ~ 3.0	3.0 ~ 5.4	5.4 ~ 10.0	10.0 ~
P の範囲						
≤ 1.0	35	65	90	120	170	220
1.0 ~ 1.5	45	75	100	150	200	250
1.5 ~ 2.5	55	80	100	170	230	270
2.5 ~ 3.5	65	90	130	200	250	300
3.5 ~ 5.0	100	140	170	250	300	350
5.0 ~ 7.5	140	170	220	280	250	400
7.5 ~ 8.5	160	200	260	330	400	500
8.5 ~ 15.0	190	240	300	400	500	650
15.0 ~ 25.0	230	290	400	550	700	1000
≥ 25.0	300	400	600	800	1100	1500
n_m	6	6	5	4	3	2

Table 3.4: 積分 step パラメータ

Fig 3.5は zenith angle(緯度方向) ごとに切断した様子である。これには cutoff の穴となる penumbra 領域の存在が確認される。特に $z = 16^\circ$ においては、 azimuth angle の全体に penumbra 領域が分布している。

また、観測点によって cutoff の大きさは変化する。Fig 3.6に日本上空での cutoff を示す。計算の簡単の為、入射粒子方向は鉛直方向のみとする。

以上の結果から、日本上空での Cutoff は、数 GV から数十 GV の範囲に方向によって偏って分布しているのがわかった。

3.5 東西効果

Fig 3.5での $z = 16^\circ$ における cutoff 分布はわりあいなめらかである。しかし zenith angle の拡大とともに cutoff の azimuth angle の依存性が大きくなっていき、東方向で最大、西方向で最小になっている。この現象は東西効果と呼ばれている。

東西効果は地球磁場が北から南へ流れる方向特性によって、東側からの粒子が上向きに、西側からの粒子が下向きに力をうけ、Cutoff に東西で差が生じる現象である。Fig 3.7において磁場緯度ごとの東西効果のシミュレーションを示す。

これによると低緯度において東西効果は顕著に現れ、赤道において最大になる。しかし緯度の増加とともにその差は減少し、極においてはほとんど現れないことがわかる。

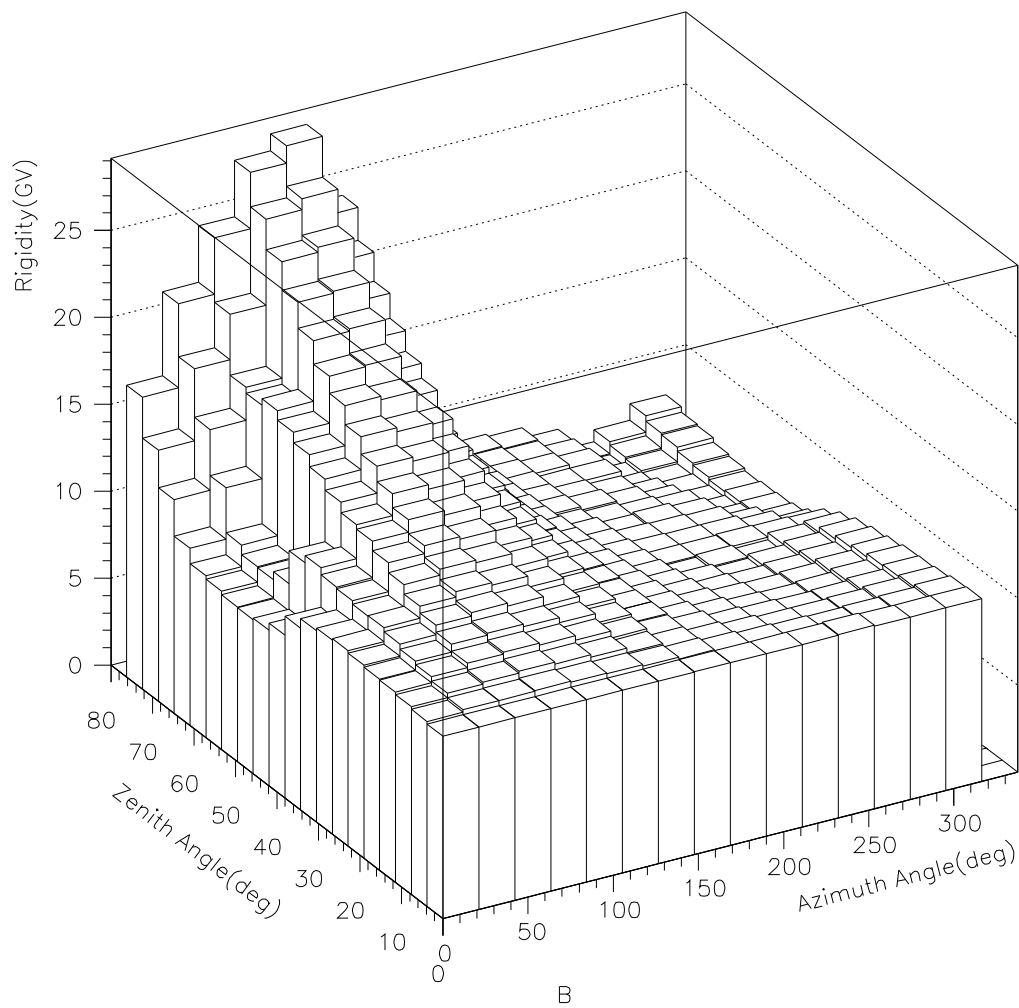


Figure 3.4: 三陸上空での Rigidity 分布。Azimuth Angle=0 を北方向とし、順に東、南、西方向とする。Zenith Angle=0 は鉛直方向とし、Zenith Angle=90 で水平方向とする。

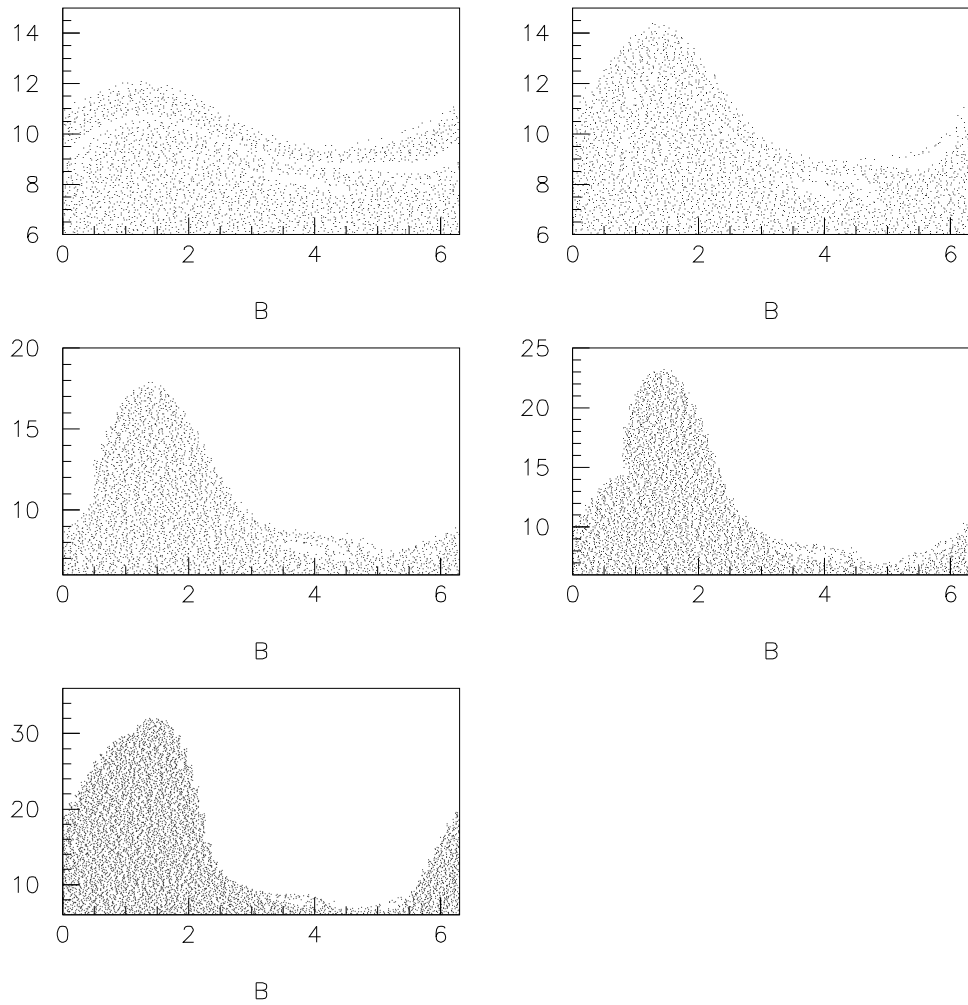


Figure 3.5: Zenith Angle で切断した三陸上空での Rigidity Cutoff

Z=16(deg) Z=32(deg)

Z=48(deg) Z=60(deg)

Z=80(deg)

Azimuth angle=0 を北として、順に東、南、西とする。

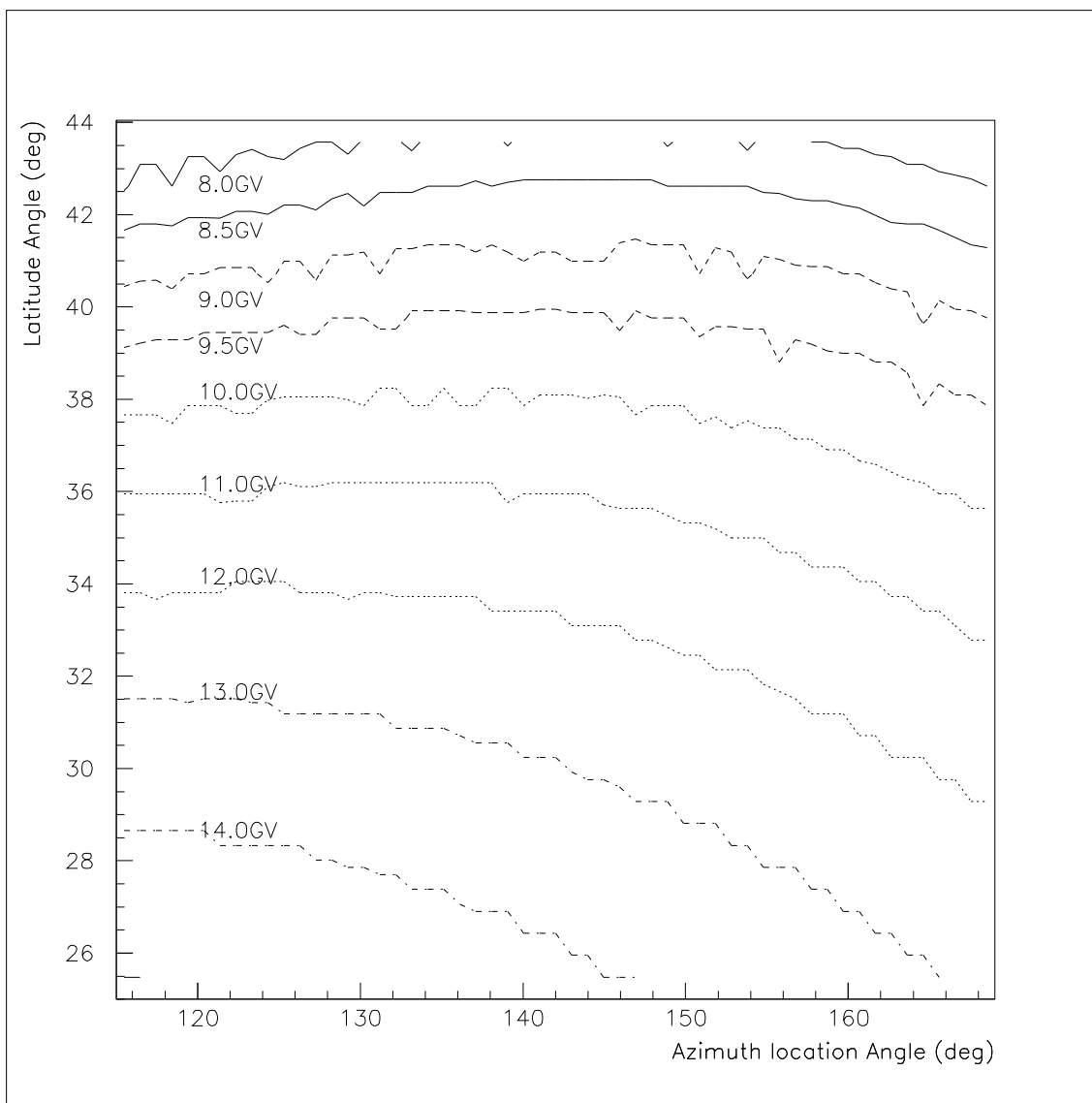


Figure 3.6: 日本上空での Rigidity

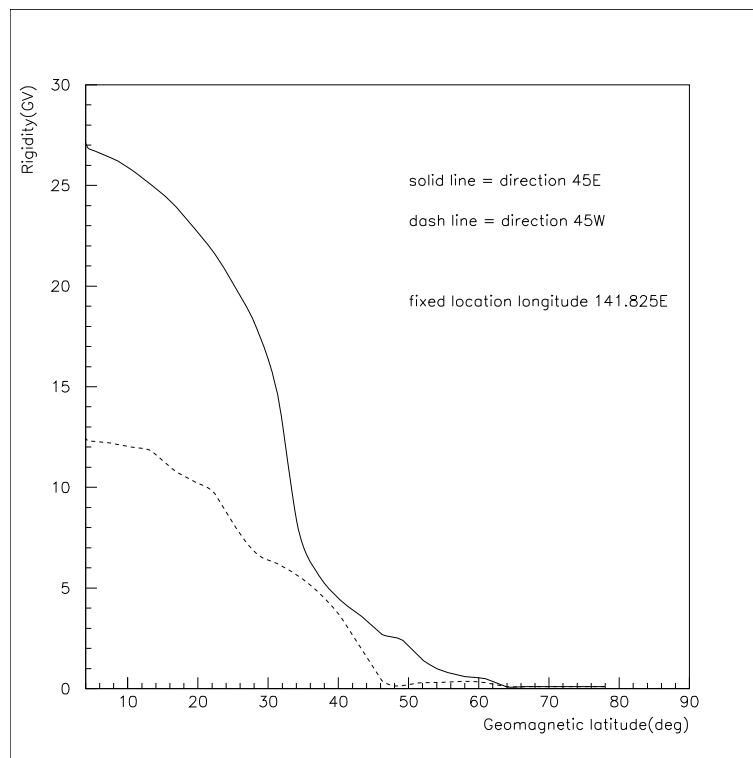


Figure 3.7: 日本付近の経度 (141.825E) における東西効果を示す Rigidity 分布。東方向 (solid line) は西方向 (dash line) に比べて Rigidity が大きく、その為一次粒子が入射しにくい。また、横軸は地理緯度の分布。0 度が赤道、90 度が極地方となっている。

3.6 地上での粒子検出の割合

一次宇宙線は太陽方向、その他のゆらぎを除けば、地球上には宇宙空間の全方向から同程度のフラックスが振りそそぐはずである。しかし実際にはそうはならない。一次宇宙線は荷電粒子の為、地球近傍への到達地点での地球磁場の影響をうける。地球磁場は場所によってまちまちであり、RigidityもSection 3.4でわかる通りまちまちである。地上のニュートリノ検出器にとどくニュートリノのFluxを $A(R, \theta, \varphi)$ とすると、

$$\begin{aligned}
 A(R, \theta, \varphi) &= B(R, \theta, \varphi)C(R, \theta, \varphi) \\
 B(R, \theta, \varphi) &; \text{ 磁場がない場合に期待されるニュートリノの } Flux \\
 C(R, \theta, \varphi) &; \text{ Cutoff Effect} \\
 R &; \text{ Rigidity(GV)} \\
 \theta, \varphi &; \text{ 検出器に到達するニュートリノの天頂角、経度方向の角度} \quad (3.13)
 \end{aligned}$$

と近似出来る。ここでは、 $C(R, \theta, \varphi)$ のうちで、Rigidityと天頂角の依存について論ずる。天頂角の領域を n 個に分割し、それぞれの領域で、任意のRigidityをもった荷電粒子が検出器に到達する割合を、 $C(R, \theta_n)$ とすると、

$$C(R, \theta_n) = \sum_{\theta_i=\theta_1}^{\theta_2} \sum_{\varphi_j}^{2\pi} \sum_{R=R_1}^{R_k} \frac{P_n(R)}{ij} \quad P_n = \begin{cases} 1, & R > R_c(\theta_i, \varphi_j) \\ 0, & R < R_c(\theta_i, \varphi_j) \end{cases} \quad (3.14)$$

となり、 $C(R, \theta_n)$ を Geomagnetic-Cutoff Distribution Function [17] と見なす (Fig 3.8, 3.9参照)。今回は θ_n を以下の8個に分ける；

Zone	Zenith-angle range(deg)
1	0.0-41.4
2	41.1-60.0
3	60.0-75.0
4	75.0-90.0
5	90.0-104.5
6	104.5-120.0
7	120.0-138.6
8	138.6-180.0

計算は検出器からそれぞれのZone内の全方向に反粒子を飛ばしてやり、それぞれのRigidity(GV)において、地球から遠方へ到達できる割合を求める。また、反粒子が地上から高度20kmまで到達するまでは、磁場の影響は考慮しないこととする。

また、Rigidityの計算にはSection 3.4の結果に加えて、Stormerの近似を用い、相互に比較する。これは地球磁場をdipole磁場近似で考え、そこからRigidityを見積もる。規格化されたStormer

cutoff の式は以下の様になる。

$$R_{c,S} = \frac{59.4 \cos^4 \lambda}{r^2 [1 + (1 - \cos^3 \lambda \sin \theta \sin \varphi)^{1/2}]^2} GV \quad (3.15)$$

ここで r は地球半径を単位にした地球中心からの距離、 λ は地磁気緯度である。

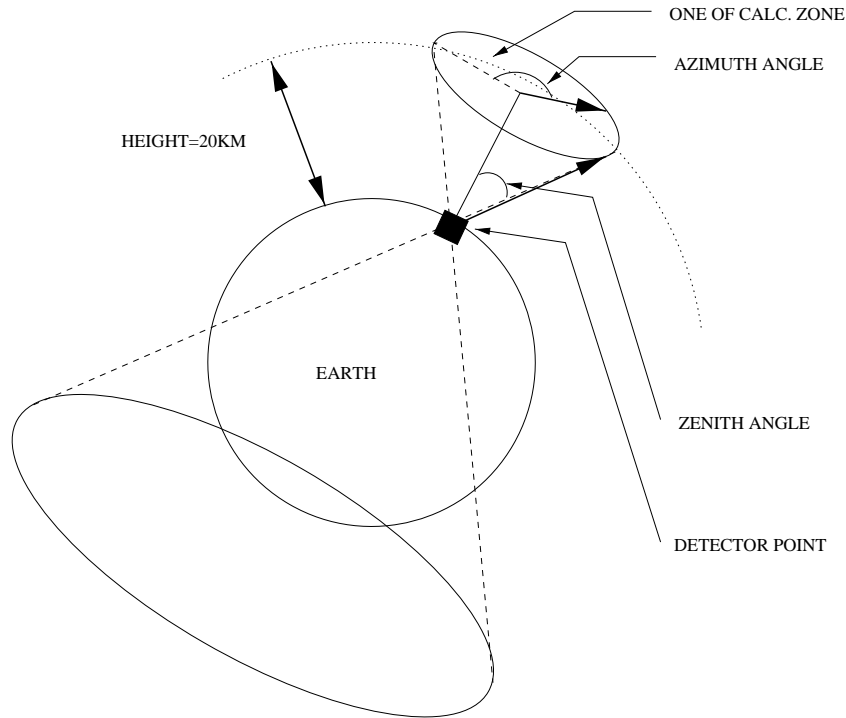


Figure 3.8: Cutoff Distribution 計算の為の Zone の定義。観測点からの Zenith Angle をとり、大気の高さ 20km において Azimuth Angle を 0 ~ 360 度にして 1 つの Zone とする。

3.7 Cutoff distribution function の計算結果

ここで、Cutoff distribution function の計算を示す。観測点として IMB, Gran Sasso, Kamioka, KFG の 4 箇所を選び、それぞれについて球面調和関数による磁場、dipole 近似による磁場について結果を出した。それぞれの結果の Figure との適応については Table 3.5 を参照されたい。

まず、IMB と Gran Sasso の結果を見ると、dipole 近似磁場での計算は zone1-4 まであまり変化がない。それに対し球面調和関数による磁場での計算は zone4 において大きな分布を持つことがわかる。

また、Kamioka と KFG については、dipole 近似磁場での計算と球面調和関数による磁場での計算について、zone1-8 にわたって大きくずれている。そして 4 つの観測点に共通することは、dipole

Example of Pn Calculation

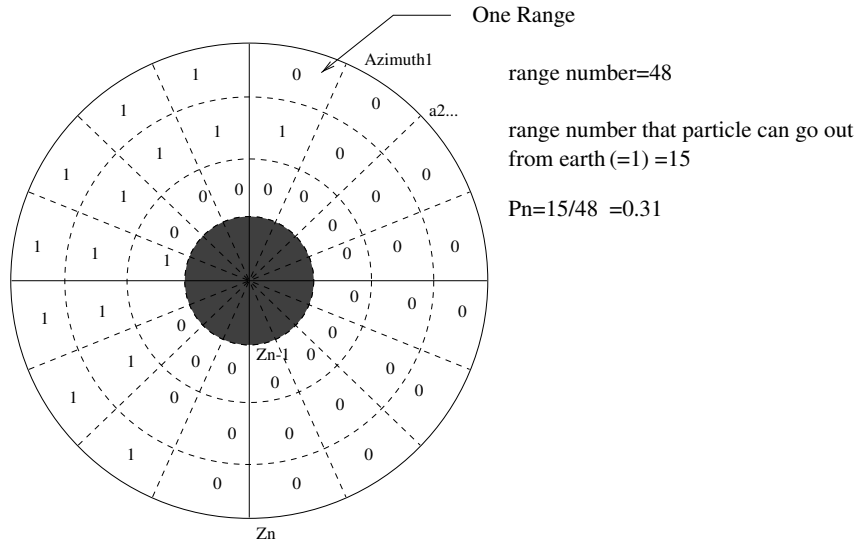


Figure 3.9: ある zone 内での Cutoff distribution function の計算例

近似磁場に比べて球面調和関数による磁場では、粒子の地球への侵入確率が低いという事実である。また zone1-4 について観測点の地磁気緯度が大きければ Cutoff distribution function が立ちあがる Rigidity は小さい。zone5-8 について Cutoff distribution function は 1 ~ 数十GV に広く分布している。これは Fig 3.8 を見ればわかる通り、地球の裏側から来た粒子は広い緯度、経度にわたって飛来するからである。

ここで、すべての方向を足し上げて、平均化した Cutoff distribution function を、球面調和関数による磁場は Fig 3.18 に、dipole 近似磁場は Fig 3.19 示す。神岡のみ注目すると、Cutoff distribution function は、どちらも 7GV 付近で一気に増加するが、球面調和関数による磁場での Cutoff distribution function はその増加幅は小さい。dipole 近似磁場での計算では、9GV 付近で半分の粒子は侵入でき、約 24GV で粒子侵入確率は 100% になる。一方、球面調和関数による磁場での計算は、11GV 付近で半分、40GV 付近で 100% の侵入確率となる。このことは球面調和関数による磁場を用いると、一次宇宙線が地球により侵入しにくくなることを示唆している。

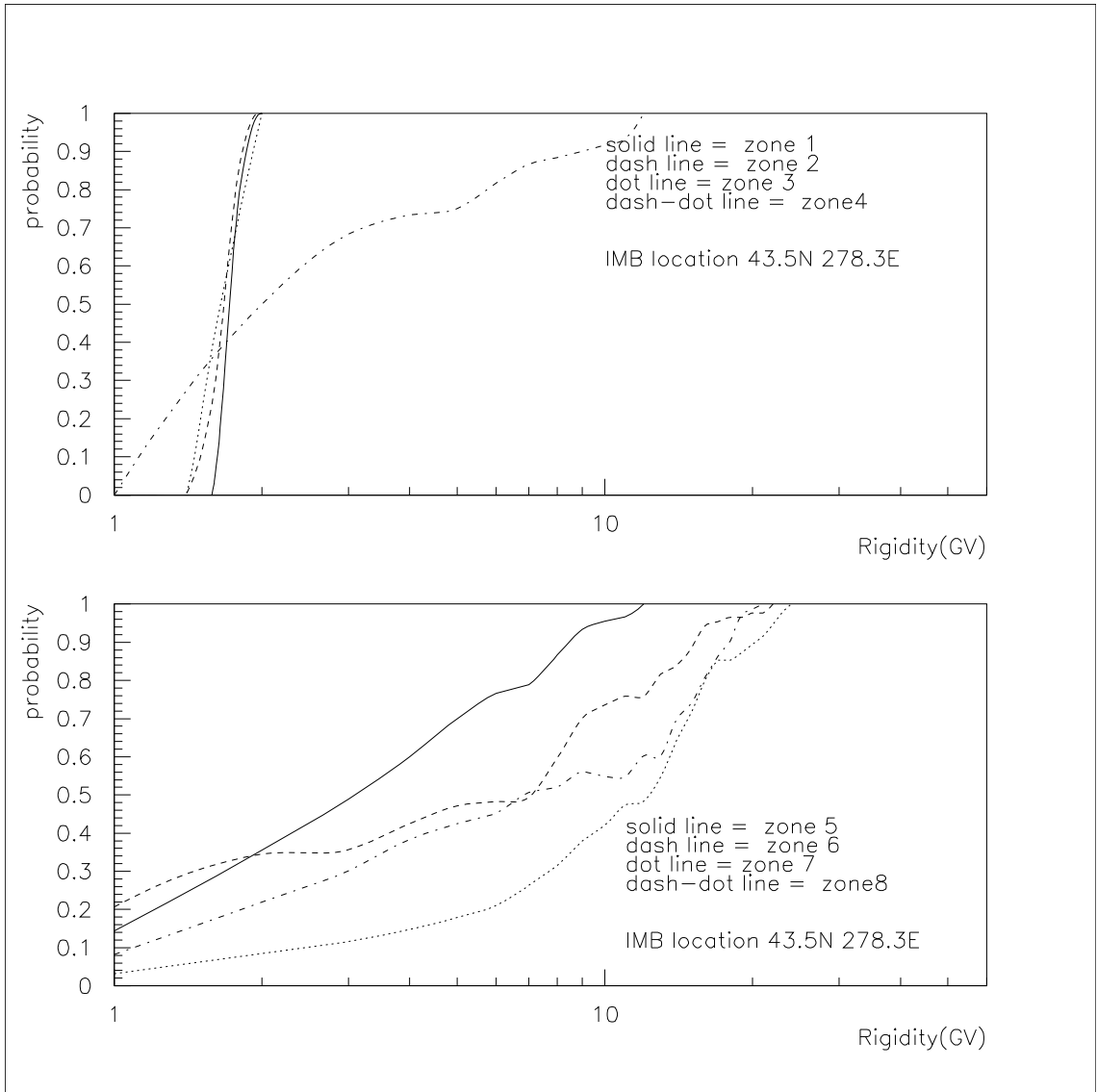


Figure 3.10: Cutoff distribution function at IMB(1). 地球磁場として、球面調和関数による磁場を用いた

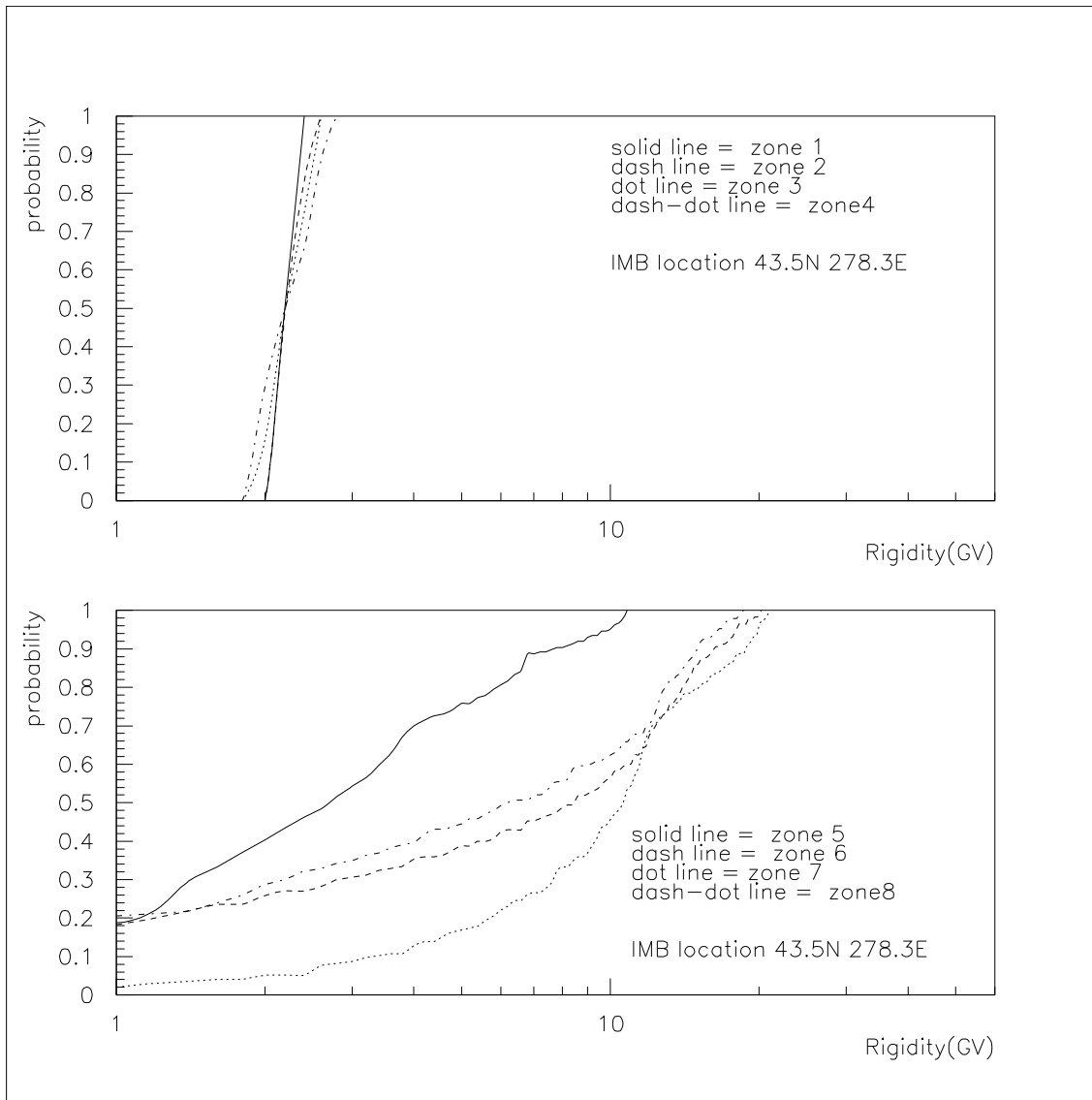


Figure 3.11: Cutoff distribution function at IMB(2). 地球磁場として、dipole 近似による磁場を用いた

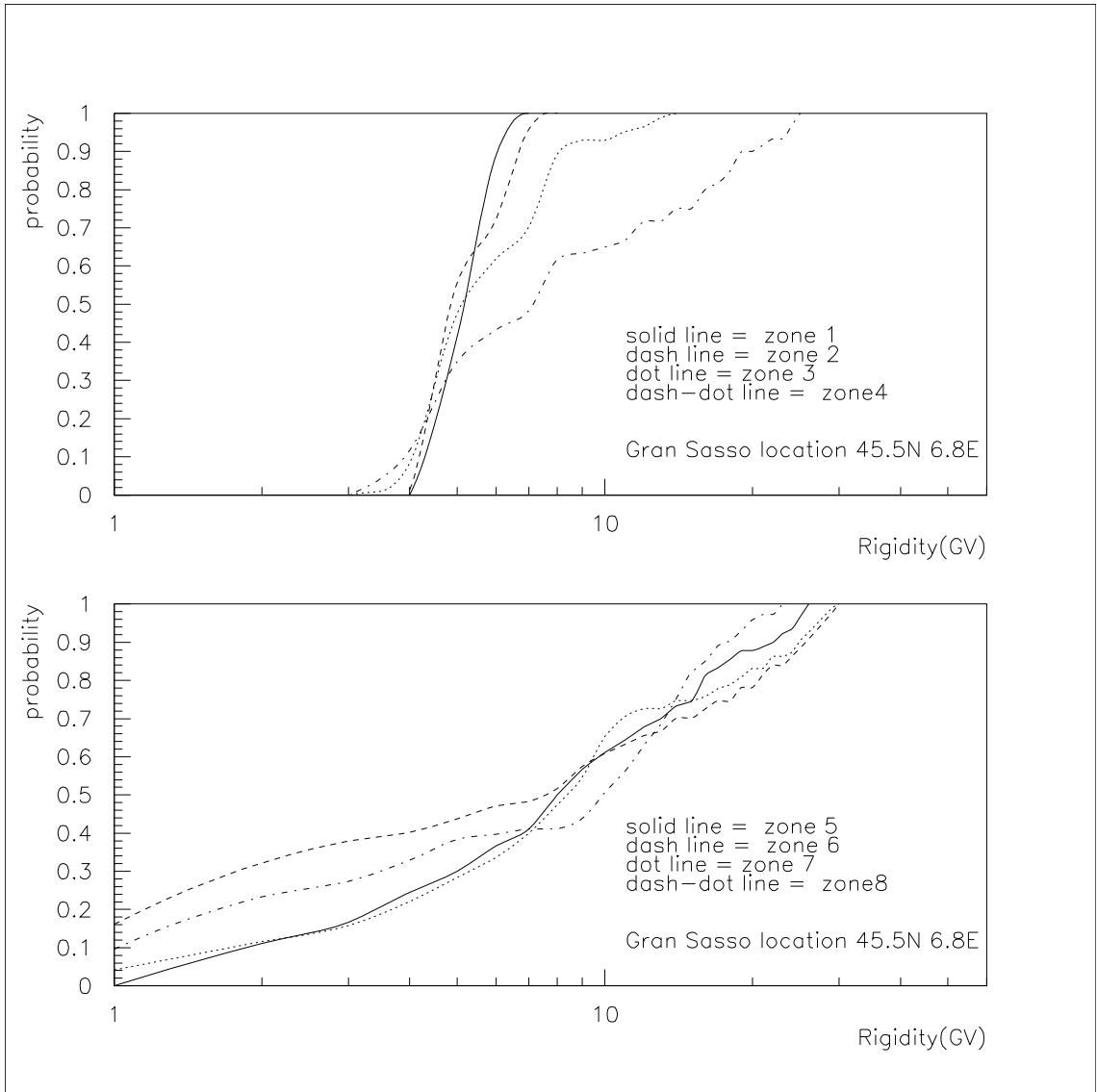


Figure 3.12: Cutoff distribution function at Gran Sasso(1). 地球磁場として、球面調和関数による磁場を用いた

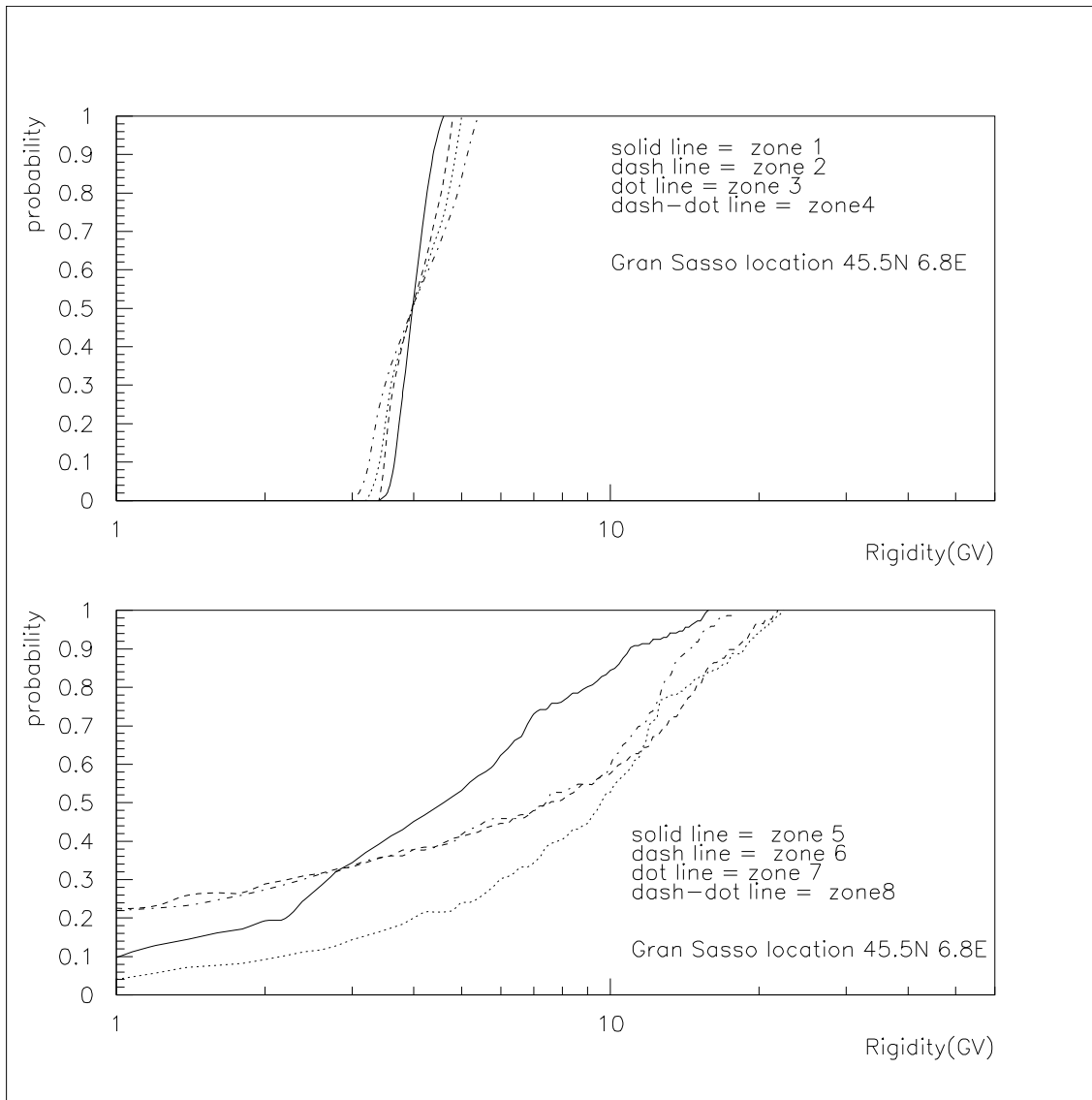


Figure 3.13: Cutoff distribution function at Gran Sasso(2). 地球磁場として、dipole 近似による磁場を用いた

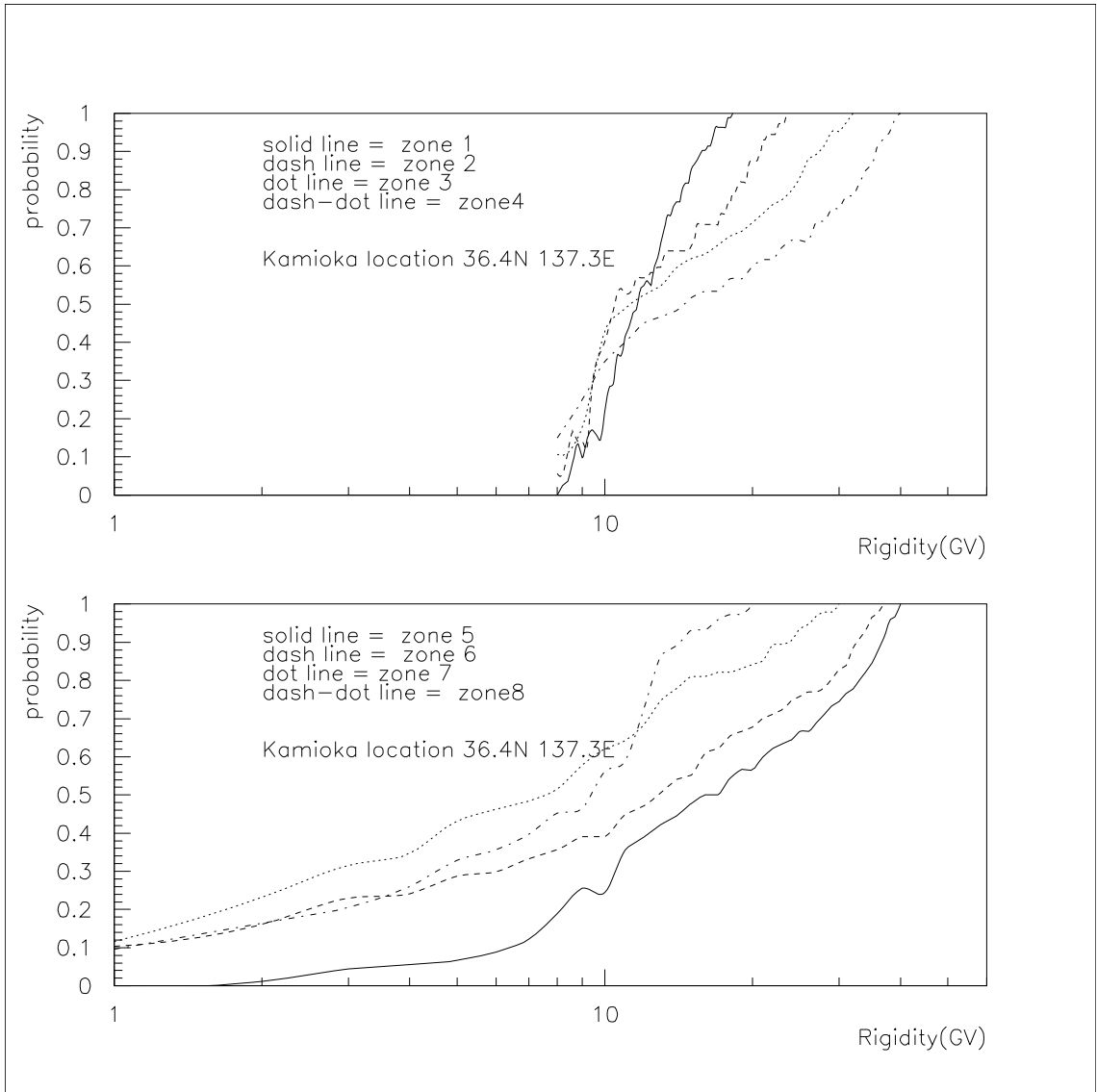


Figure 3.14: Cutoff distribution function at Kamioka(1). 地球磁場として、球面調和関数による磁場を用いた

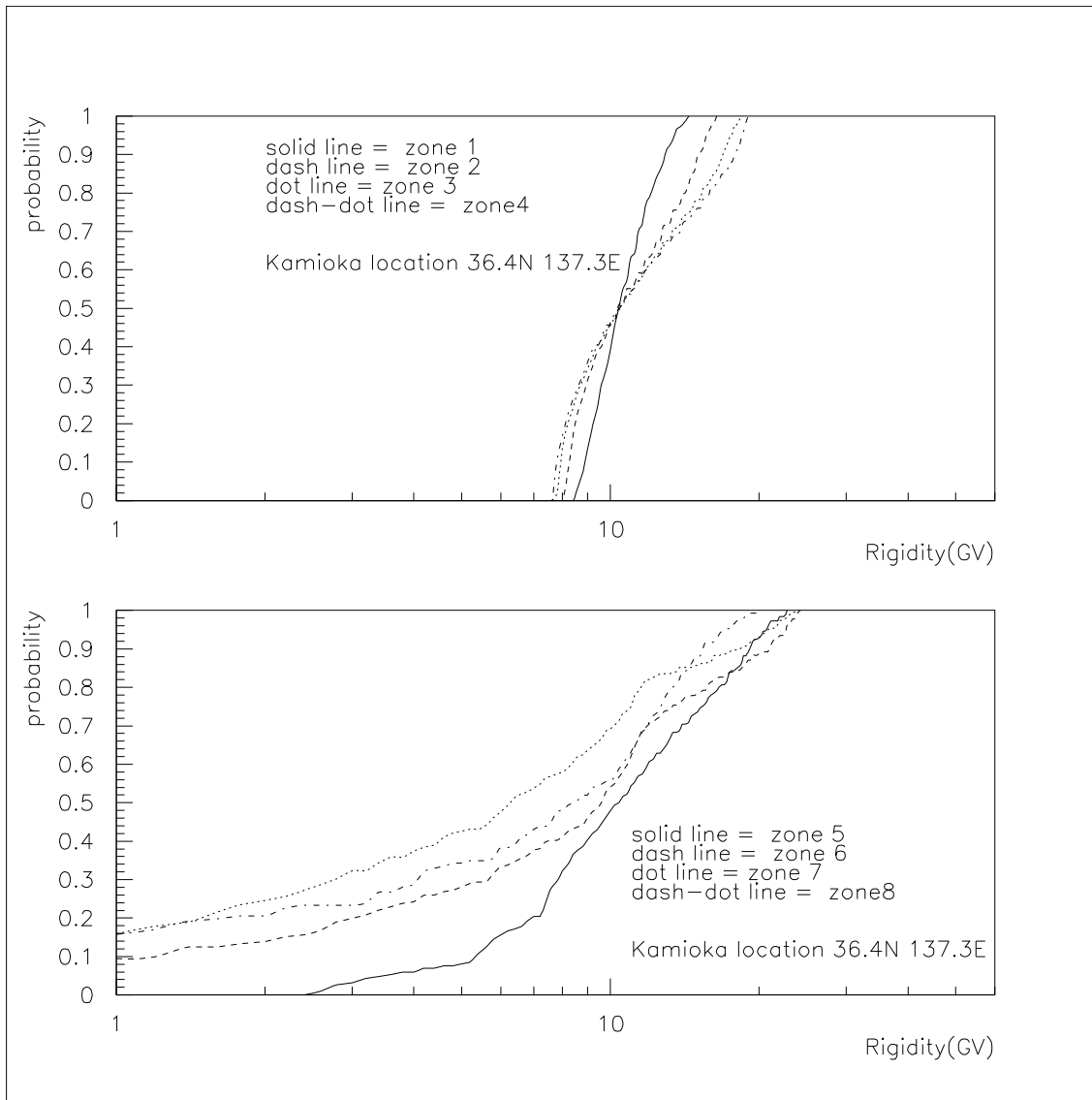


Figure 3.15: Cutoff distribution function at Kamioka(2). 地球磁場として、dipole 近似による磁場を用いた

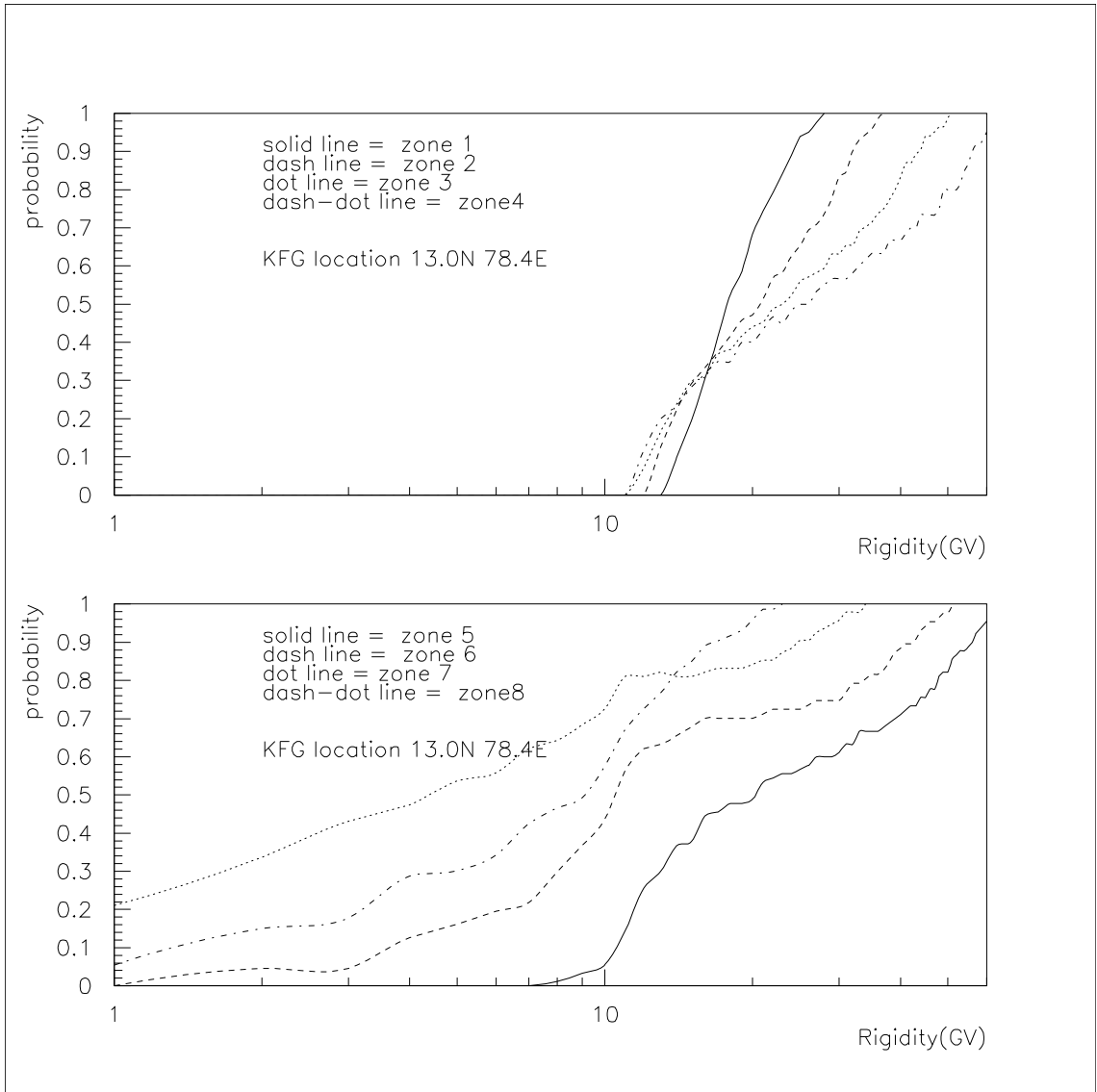


Figure 3.16: Cutoff distribution function at KFG(1). 地球磁場として、球面調和関数による磁場を用いた

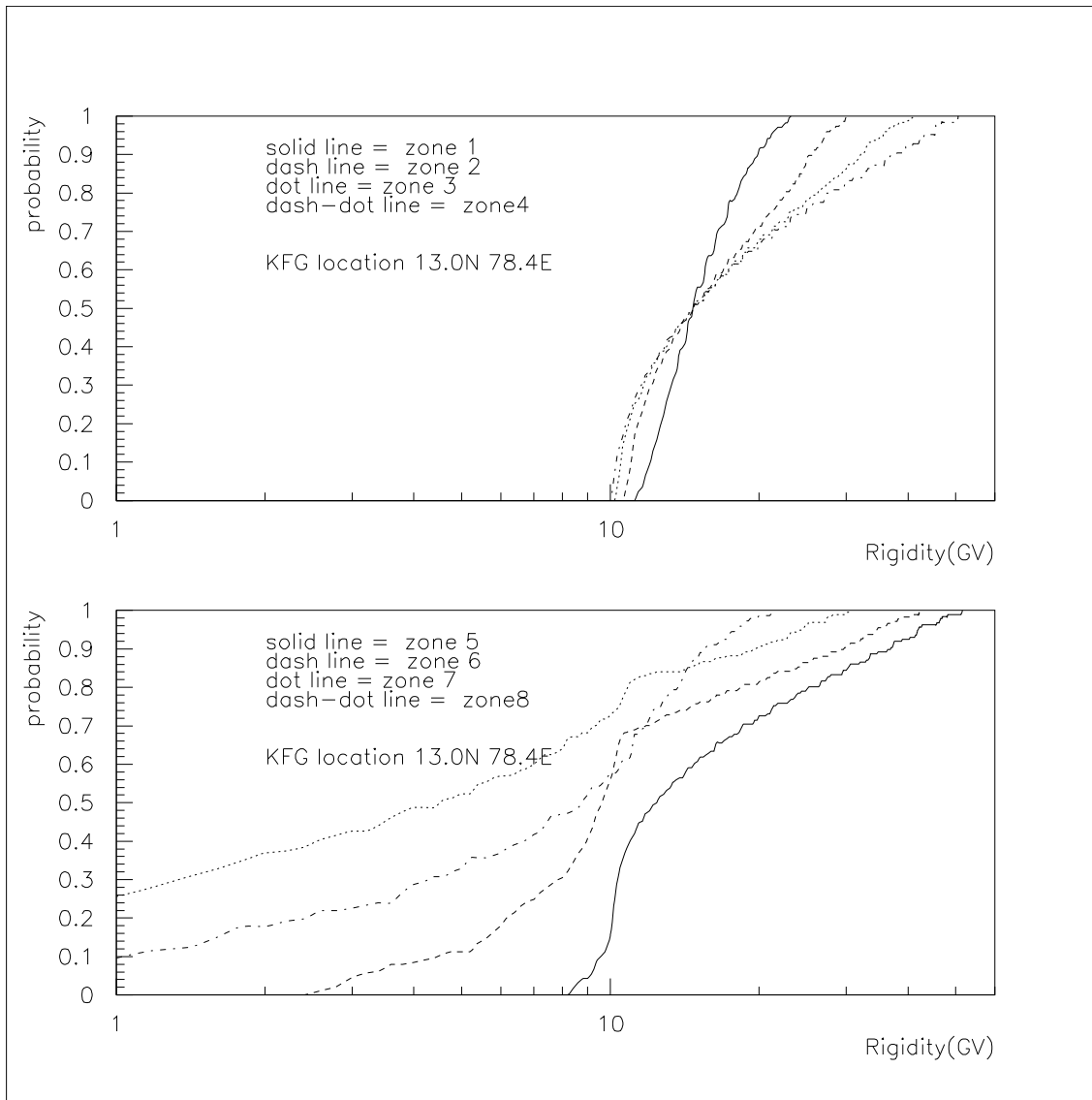


Figure 3.17: Cutoff distribution function at KFG(2). 地球磁場として、dipole 近似による磁場を用いた

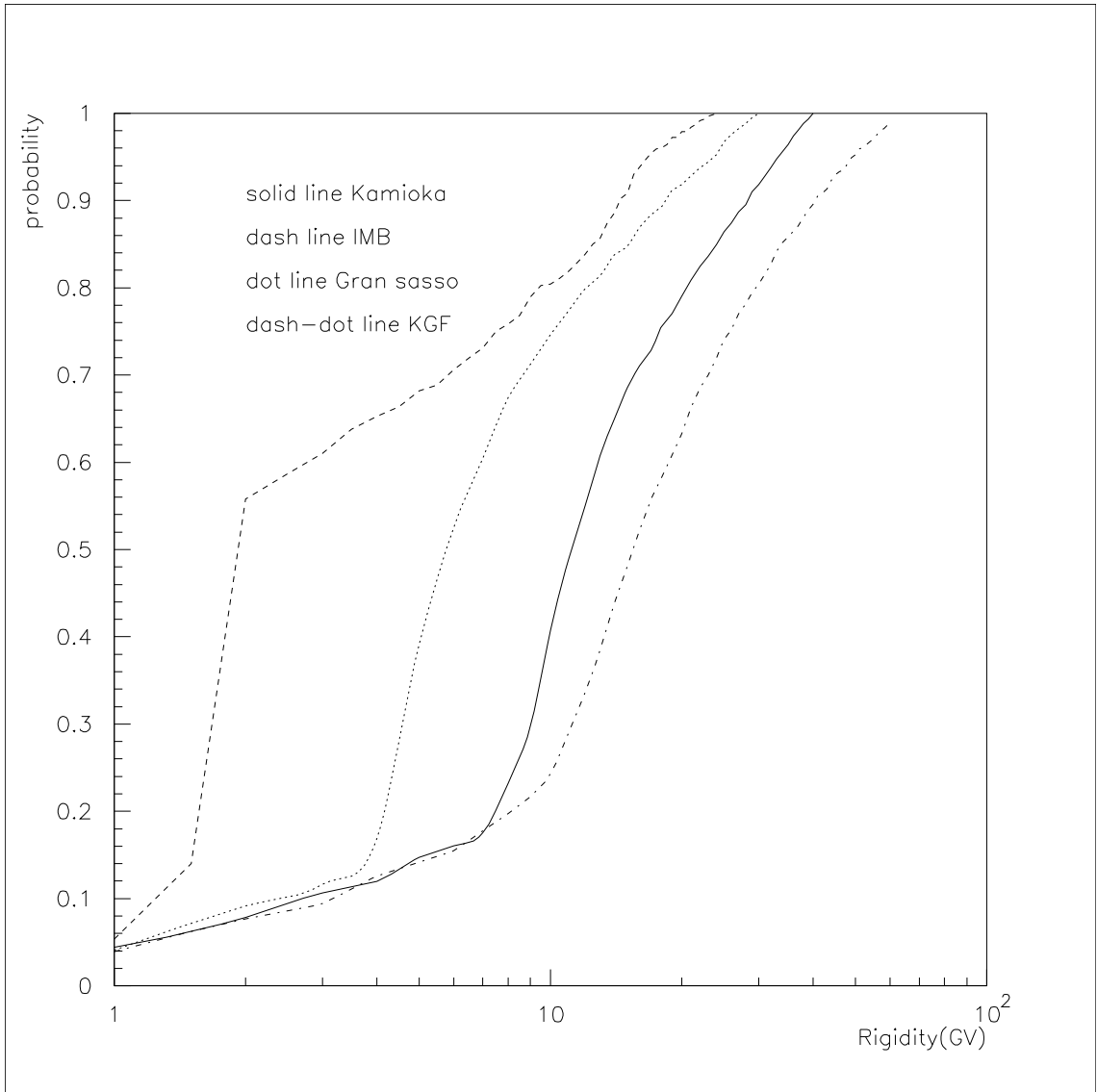


Figure 3.18: Additive cutoff distribution function at four point(1).4つの地点において、全方向での cutoff distribution の平均をとった。地球磁場として、球面調和関数による磁場を用いた

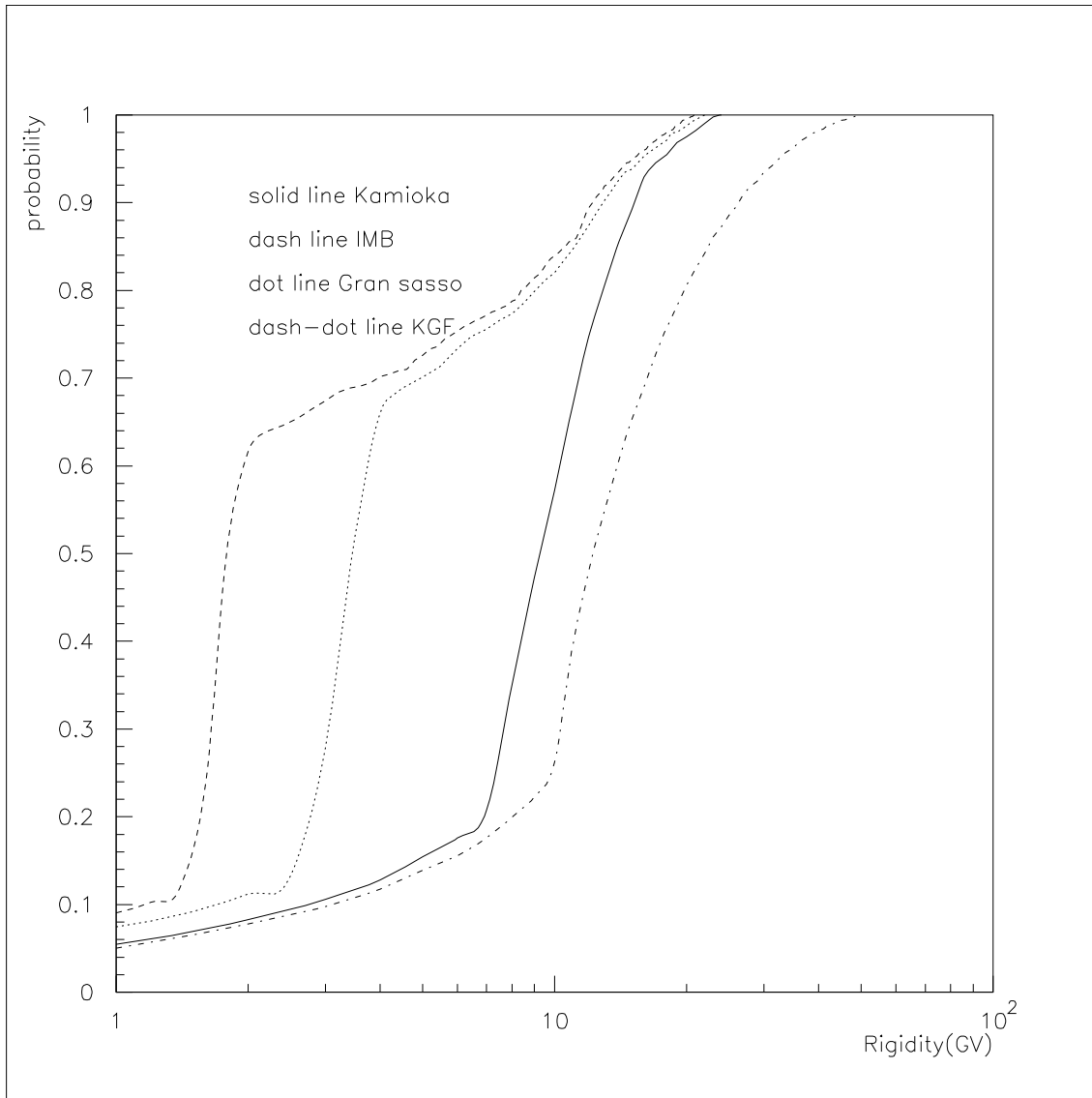


Figure 3.19: Additive cutoff distribution function at four point(2).4つの地点において、全方向での cutoff distribution の平均をとった。地球磁場として、dipole 近似による磁場を用いた

location	緯度、経度	地磁気緯度	磁場の計算方法	
			球面調和関数による磁場	dipole 近似による磁場
IMB	43.5N278.3E	52.0N	Fig 3.10	Fig 3.11
Gran Sasso	45.5N6.8E	44.4N	Fig 3.12	Fig 3.13
Kamioka	36.4N137.3E	27.0N	Fig 3.14	Fig 3.15
KFG	13.0N78.4E	2.2N	Fig 3.16	Fig 3.17

Table 3.5: Cutoff distribution function の figure の適応図

3.8 磁場計算と Rigidity Cutoff 計算の結論

ここまでで地球磁場の一次宇宙線におよぼす様々な影響を述べた。特に観測点の位置特性、入射粒子の方向特性が重要となってくる。これらは大気ニュートリノフラックスの方向特性にも大きな影響を及ぼす。また、磁場計算の方法の違いによって地球に入射出来る一次宇宙線のエネルギー領域のちがってくる。このこともまた大気ニュートリノフラックスの計算において重要な要素になるだろう。

Chapter 4

一次宇宙線の相互作用

一次宇宙線が大気に侵入すると、大気中の原子核と相互作用を起こし、 π, K などを生成する。よってこの過程を数値計算しようとする、ハドロンと原子核の相互作用を記述するアルゴリズムが必要となってくる。Chapter 4では大気ニュートリノフラックス計算のエネルギー領域に適した核子相互作用のプログラムによる計算結果を加速器実験の結果と照らし合わせ、そのプログラムの適応性、問題点を論じる。

4.1 Meson 生成の simulation program

核子 - 原子核相互作用の simulation program として LUND の Fritiof version 1.6 を使用する (詳しい解説は [19])。Fig 4.1に program を実行したときの Data taking の様子を示す。projectile, target の spectator 粒子になる数、impact parameter, 反応により生成された粒子の種類、3次元方向分布、エネルギーが出力される。

4.2 加速器実験と simulation の比較

ここで使用した simulation program と加速器による粒子生成実験の比較を行なう。一次宇宙線と空気の相互作用をあつかうのなら、空気シャワー実験の観測値と p- 空気断面積の simulation の比較を行なう方法もあるが、一般に空気シャワー実験は超高エネルギー (数百 TeV) である上、一次粒子の組成の不確定さ、シャワー発達中の固有のゆらぎ、検出器の応答のゆらぎがある。さらにそれらのゆらぎは分離しなければならない。よって、これらの不確定性がより小さい環境である加速器実験が比較対象としてベストとなってくる。

ここで、LUND (Fritiof version 1.6) code 計算結果と Eichten et alによる proton-Be collider 実験 (24GeV/c) [20] との比較を行なう。今回は、生成される $\pi^\pm, K^\pm, p, \bar{p}$ それぞれで、それらの角度依存性を含めて詳しく調べる。これは、1GeV/c 付近の大気ニュートリノの生成には大体数 10GeV/c ぐらいの一次宇宙線が大きく寄与してるからである。

the lund monte carlo - jetset version 6.3
 last date of change: 17 october 1986

```

energy 16. a gev
projectile a= 1 z= 1
target a= 14 z= 7
this list contains 0 events
minimum bias
event 1
projectile spectators protons 0 neutrons 0
target spectators protons 7 neutrons 6
impact parameter 3.42 fermi
the event contains 3 lines
  i ori code q d particle px py pz energy mass
  1 0 -17 -1 0 pi b- -0.775 0.030 3.498 3.585 0.140
  2 0 41 1 0 p + 0.551 -0.157 10.019 10.079 0.938
  3 0 17 1 0 pi + 0.318 -0.215 2.164 2.202 0.140
event 2
projectile spectators protons 0 neutrons 0
target spectators protons 5 neutrons 5
impact parameter 1.24 fermi
the event contains 7 lines
  i ori code q d particle px py pz energy mass
  1 0 41 1 0 p + -0.484 -0.230 0.975 1.456 0.938
  2 0 41 1 0 p + -0.131 -0.067 0.671 1.163 0.938
  3 0 -17 -1 0 pi b- 0.159 -0.219 1.098 1.140 0.140
  4 0 41 1 0 p + 0.210 0.105 0.060 0.969 0.938
  5 0 -17 -1 0 pi b- 0.179 -0.074 0.067 0.248 0.140
  6 0 41 1 0 p + -0.144 -0.090 0.283 0.995 0.938
  7 0 17 1 0 pi + 0.276 -0.423 3.221 3.263 0.140
  
```

Figure 4.1: LUND code における Data taking の例

結果については Fig 4.2から Fig 4.13にある。ここで用いられてる $\omega(p, \theta)$ はローレンツ不変の particle distribution function(粒子分布関数) であり、以下の様に定義される。

$$d^2N = \frac{1}{\sigma_a} \frac{\delta^2\sigma}{\delta p \delta \Omega} dp d\Omega = \omega(p, \theta) \frac{p^2 dp d\Omega}{2E} \quad (4.1)$$

ここで $\frac{\delta^2\sigma}{\delta p \delta \Omega}$ は粒子の生成微分断面積、 σ_a は projectile-target による吸収断面積、 p, E は生成粒子の実験室系における運動量とエネルギー (GeV)、 Ω は立体角 (sterad)、 θ は生成角度 (mrad) である。

また生成された π 粒子の平均多重度、 $x(x = E_\pi/E_p)$ 分布を p-p collision, p-Be collision の場合に分けて、実験との比較を行なう。その後で大気ニュートリノの荷電比に影響を及ぼす、生成 π の荷電比を示す。

4.3 解析結果

まず p-Be collision における生成粒子ごとの運動量分布の角度依存性を見る。(Fig 4.2 から Fig 4.13)

すべての生成粒子に共通してるのは、生成角度が大きくなるにつれ、実験データと simulation データのずれが大きくなる事である。また、低運動量領域において simulation データは実験データより大きく、高運動量領域ではその逆になる。特に低運動量領域におけるずれは反応の多くの部分を占める為、重要である。しかし全体の傾向としてはかなりよい fit を保っている。また、生成 proton は高運動量領域にも大きい粒子分布を示している。これは projectile の proton が高い運動量を持ったまま 2 次粒子として散乱されるからである。

また、Fig 4.14における生成された π^\pm の平均多重度は、pp collision, p-CNO collision 共に実験データとあっている。またここで NUCRIN code と呼ばれる Fritiof code とは別の核子-原子核相互作用の routine についての調べたが、Fritiof code とは同じエネルギー領域において大きなずれがある。今回の大気ニュートリノ計算においては NUCRIN code は使用しなかった。

次に Fig 4.15で生成 π の x 分布を $\pi^+, \pi^-, \pi^+ + \pi^-$ について示す。実験データは角度依存性と同じく Eichten et al 実験 p-Be collision である。 π^+ の高い x でややずれが見られるものの、 π^+, π^- 共に 0.2 付近では実験データと合っている。ここで $x < 0.2$ 以下の実験データがない。これは Eichten et al 実験は元々 neutrino beam の生成のために検出されたデータであり、 $x < 0.2$ は threshold 以下としてデータがない。 $\pi^+ + \pi^-$ については Bonn-Hamburg-Munich Collaboration 実験 p-p collision との fit も一緒に示す。これによると simulation データは高い x において実験データより低いものの、 $x \sim 0.1$ 付近では大体 fit している。しかしこのことが直接 p-Be collision に置き換えられるとは言えないので、現時点では $x < 0.2$ 以下について言及するのは難しい。

次に p-Be collision(24GeV/c) において生成される π^+, π^- の生成比率を示す。Fig 4.16で simulation と実験データの比較をした。低運動量においては $\pi^+/\pi^- \approx 1.2$ であり、運動量とともに生成比率も上昇していく。projectile の運動量を 48GeV/c にしても (Fig 4.17)、その傾向に変わりはない。

また、Fig 4.18に K^+, π^+, K^-, π^- の生成比率も示した。実験データとの不一致がやみられるものの、 K^+/π^+ に比べ K^-/π^- が小さいという特徴は実験データと一致する。

以上によるここまでの解析の結果から、Fritiof code は大気ニュートリノ計算における一次宇宙線の相互作用をあつかうのに適したものとみて、使用することにする。

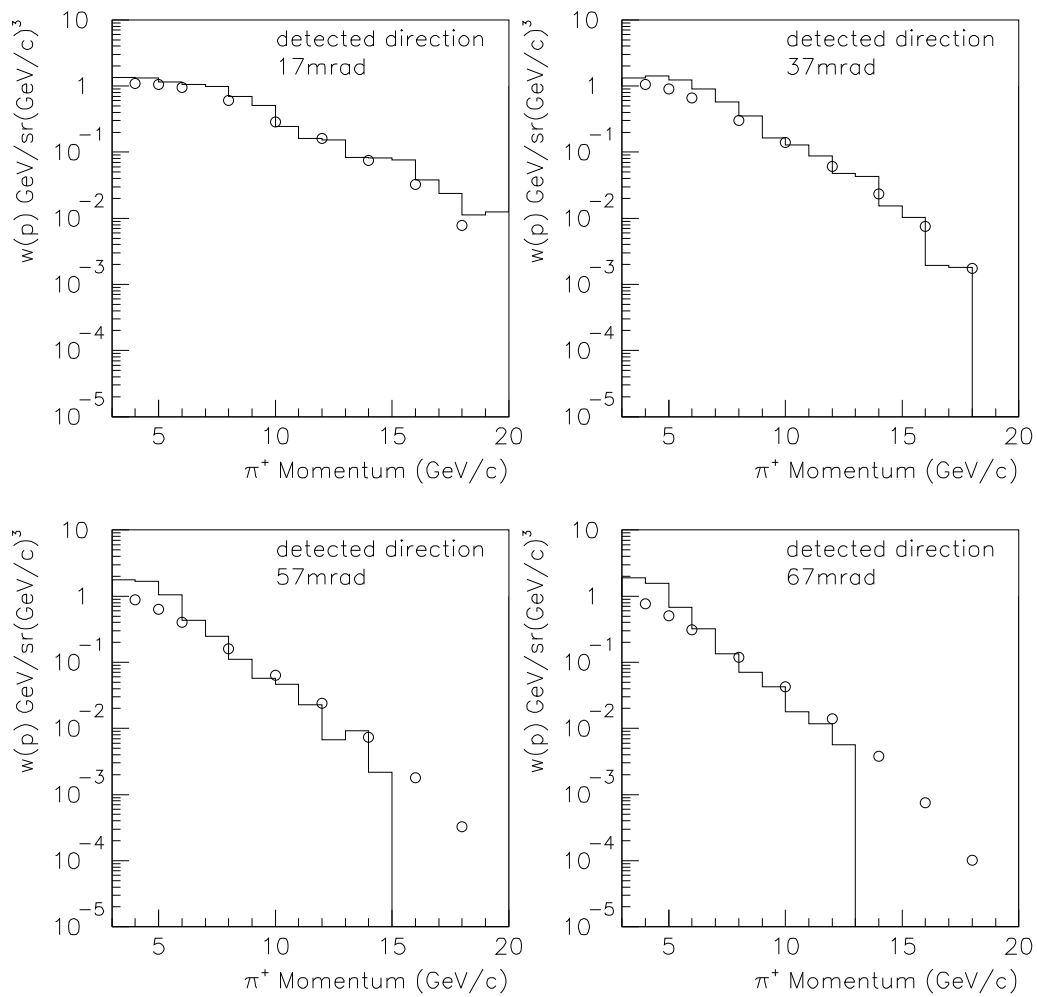


Figure 4.2: p-Be collision における π^+ 生成の simulation と実験値の比較 (1).proton の Projectile momentum = 24(GeV/c)。生成 π^+ の方向 17,37,57,67(mrad) で比較。Solid line は fritiof による simulation。○は加速器のデータ [20]

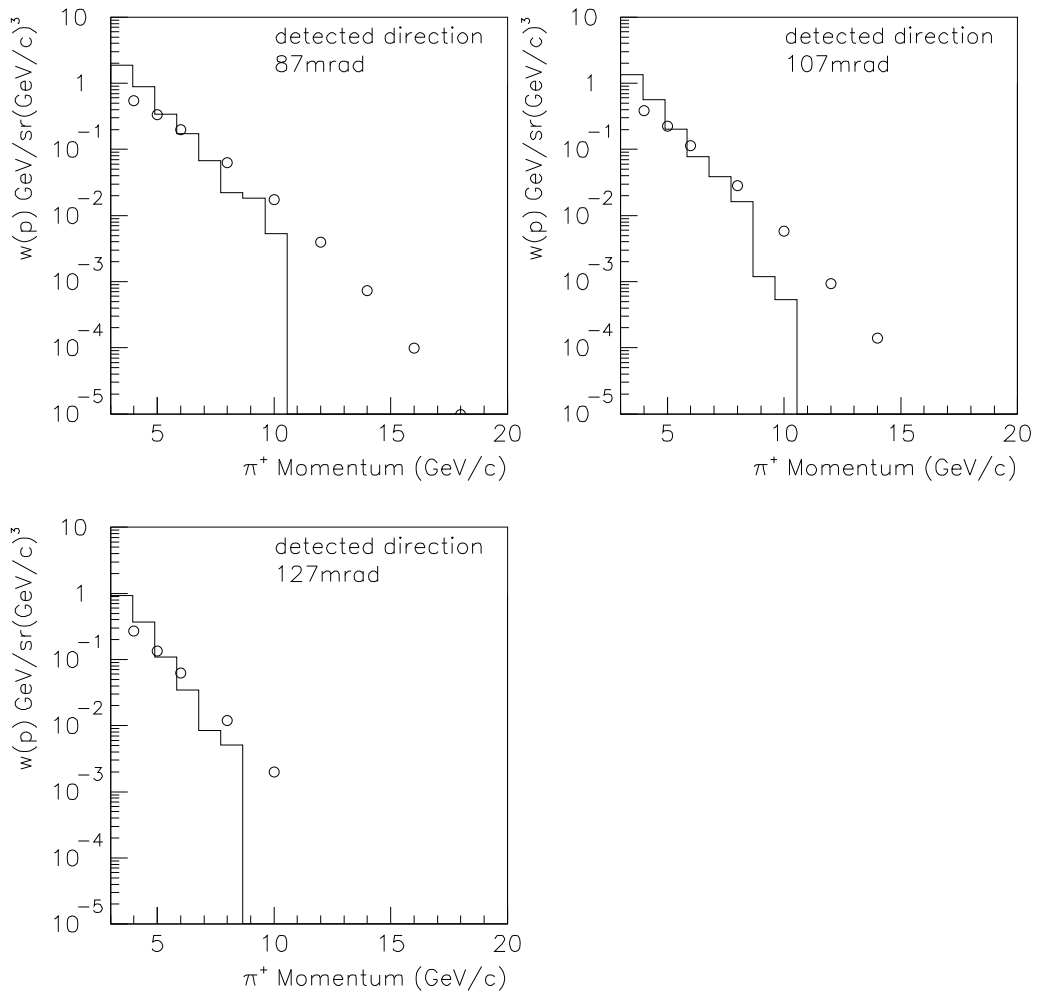


Figure 4.3: p-Be collision における π^+ 生成の simulation と実験値の比較 (2).proton の Projectile momentum = 24(GeV/c)。生成 π^+ の方向 87,107,127(mrad) で比較

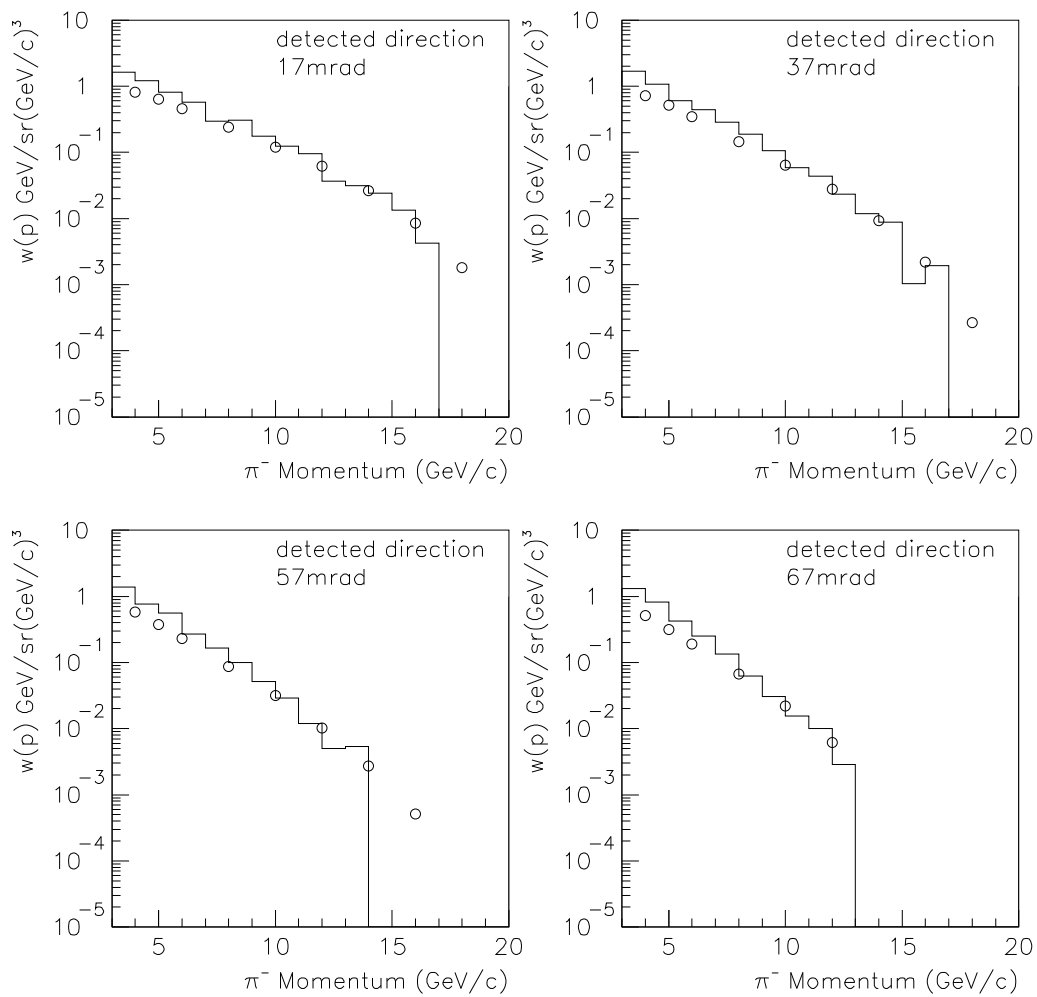


Figure 4.4: p-Be collision における π^- 生成の simulation と実験値の比較 (1).proton の Projectile momentum = 24(GeV/c)。生成 π^- の方向 17,37,57,67(mrad) で比較

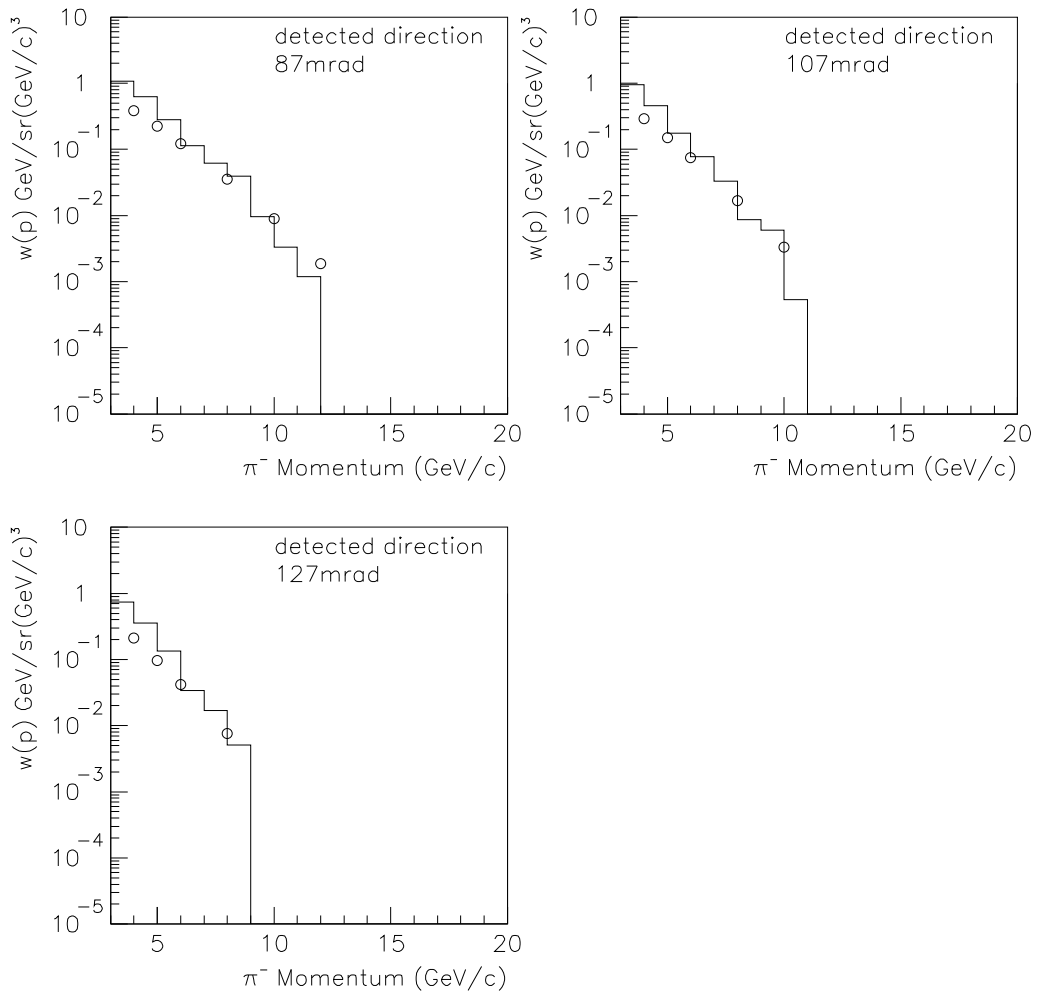


Figure 4.5: p-Be collision における π^- 生成の simulation と実験値の比較 (2).proton の Projectile momentum = 24(GeV/c)。生成 π^- の方向 87,107,127(mrad) で比較

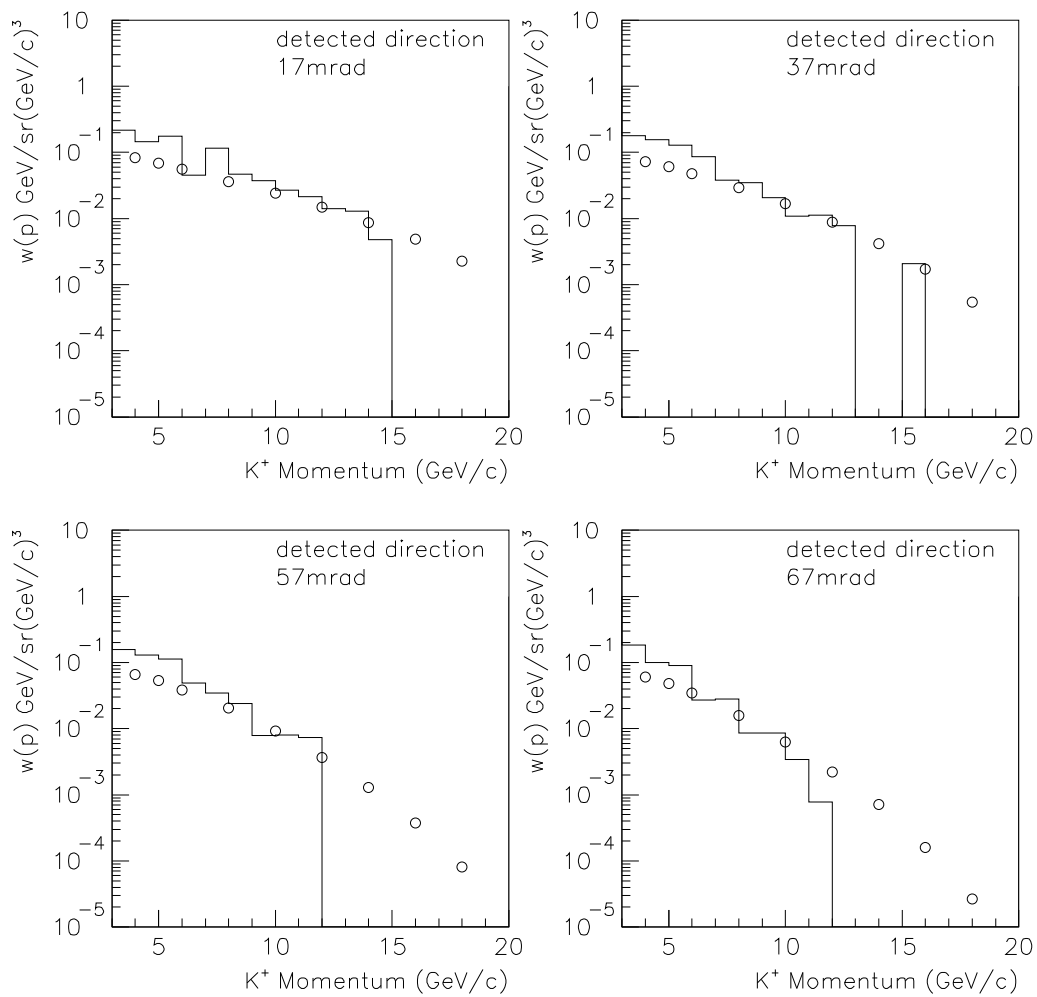


Figure 4.6: p-Be collision における K^+ 生成の simulation と実験値の比較 (1).proton の Projectile momentum = 24(GeV/c)。生成 K^+ の方向 17,37,57,67(mrad) で比較

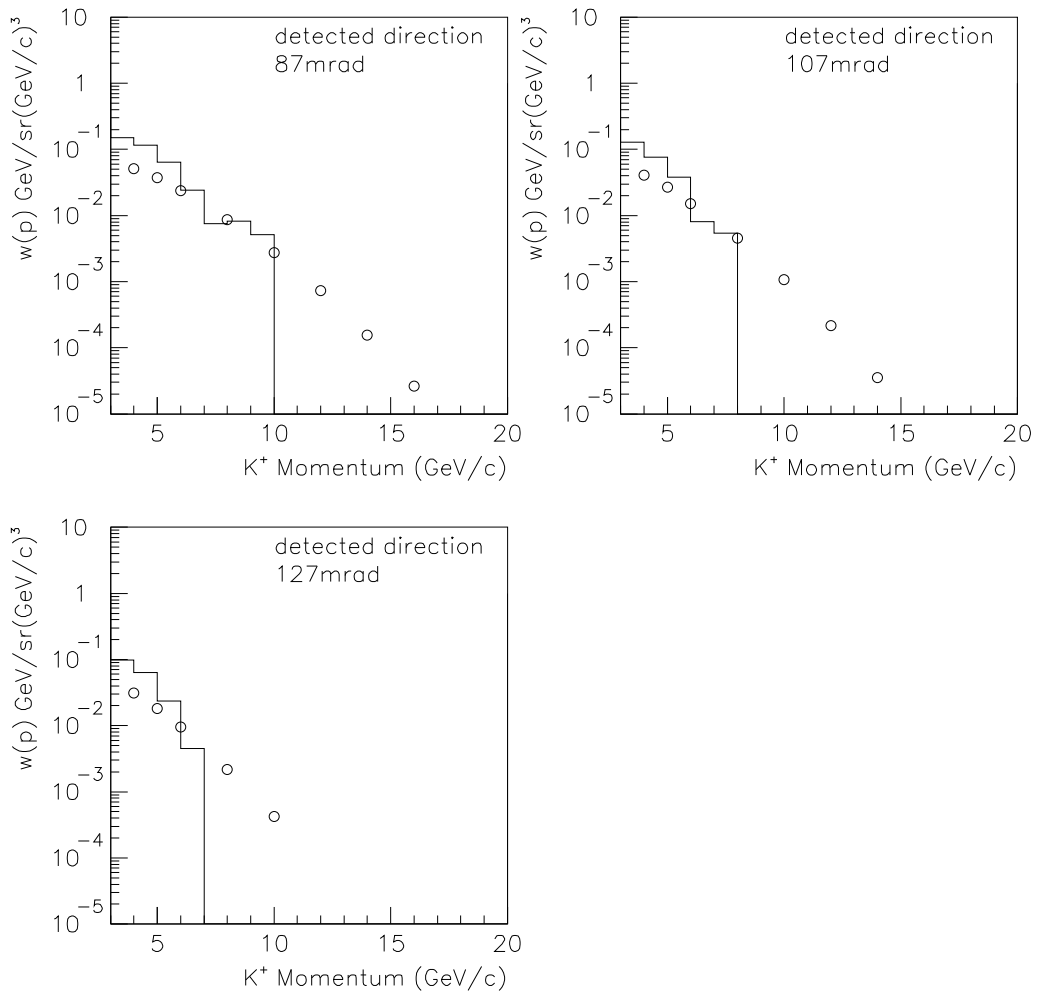


Figure 4.7: p-Be collision における K^+ 生成の simulation と実験値の比較 (2).proton の Projectile momentum = 24(GeV/c)。生成 K^+ の方向 87,107,127(mrad) で比較

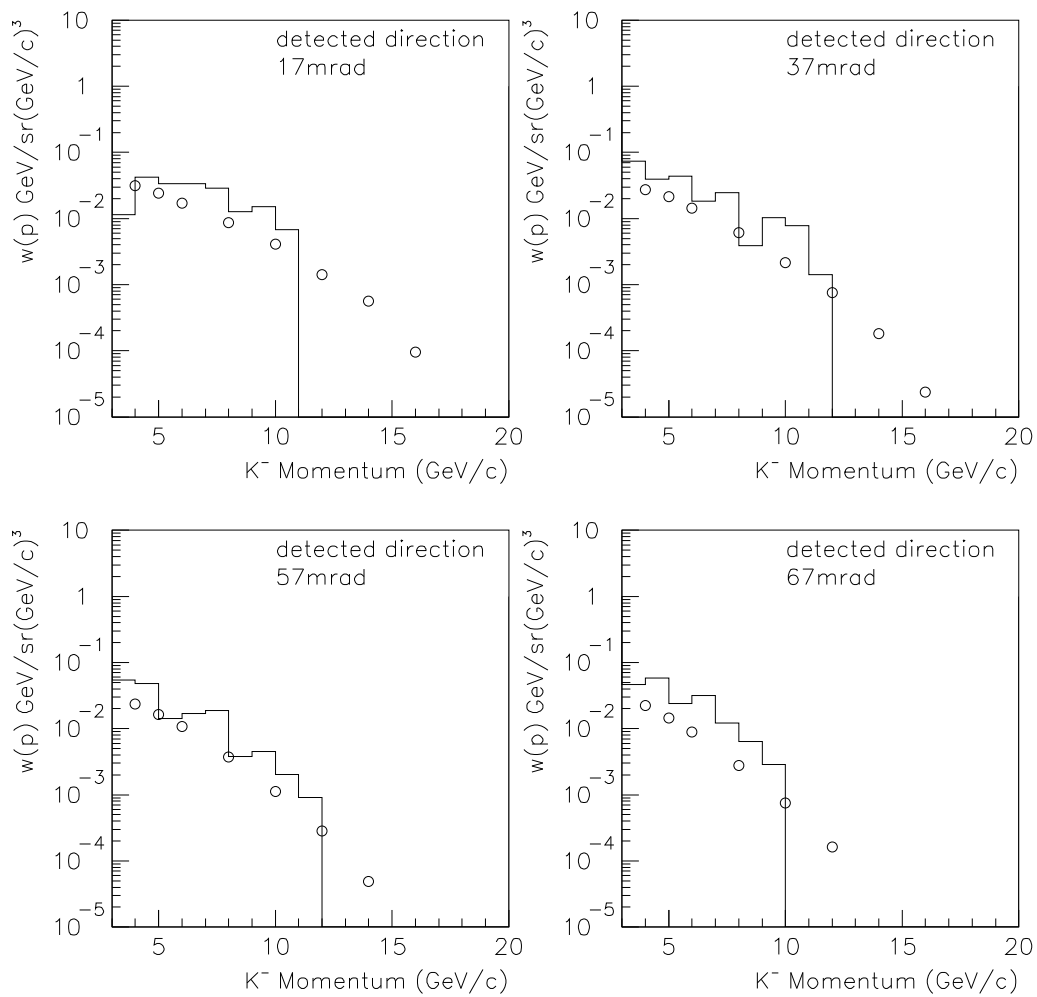


Figure 4.8: p-Be collision における K^- 生成の simulation と実験値の比較 (1).proton の Projectile momentum = 24(GeV/c)。生成 K^- の方向 17,37,57,67(mrad) で比較

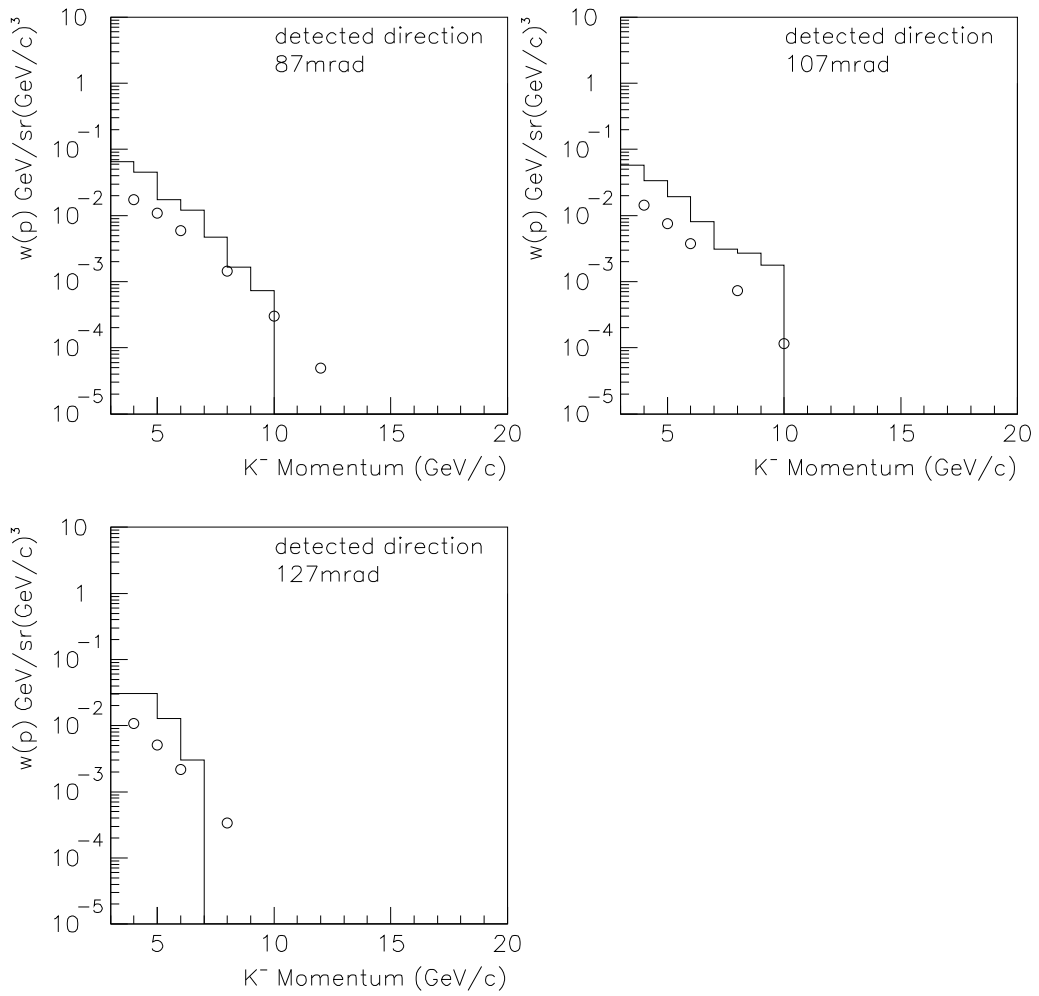


Figure 4.9: p-Be collision における K^- 生成の simulation と実験値の比較 (2).proton の Projectile momentum = 24(GeV/c)。生成 K^- の方向 87,107,127(mrad) で比較

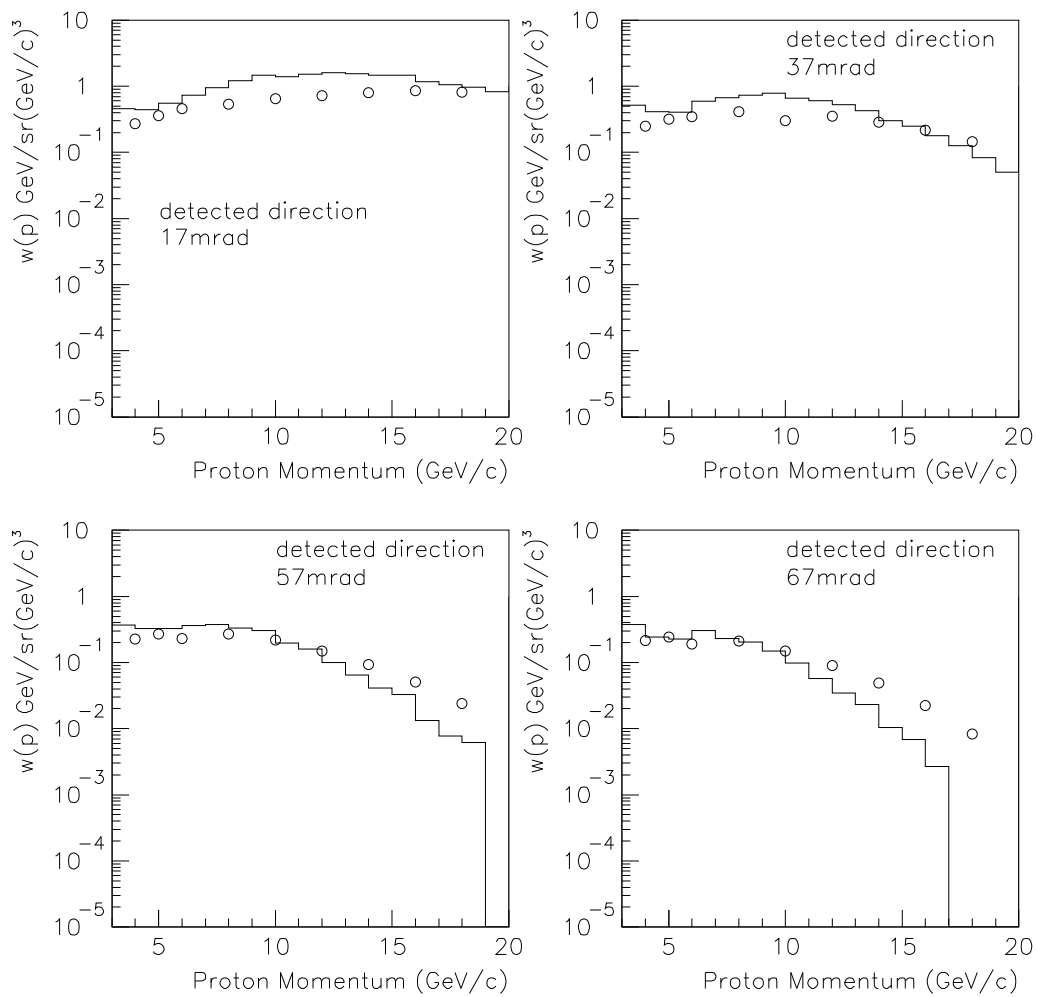


Figure 4.10: p-Be collision における p 生成の simulation と実験値の比較 (1).proton の Projectile momentum = 24(GeV/c)。生成 p の方向 17,37,57,67(mrad) で比較

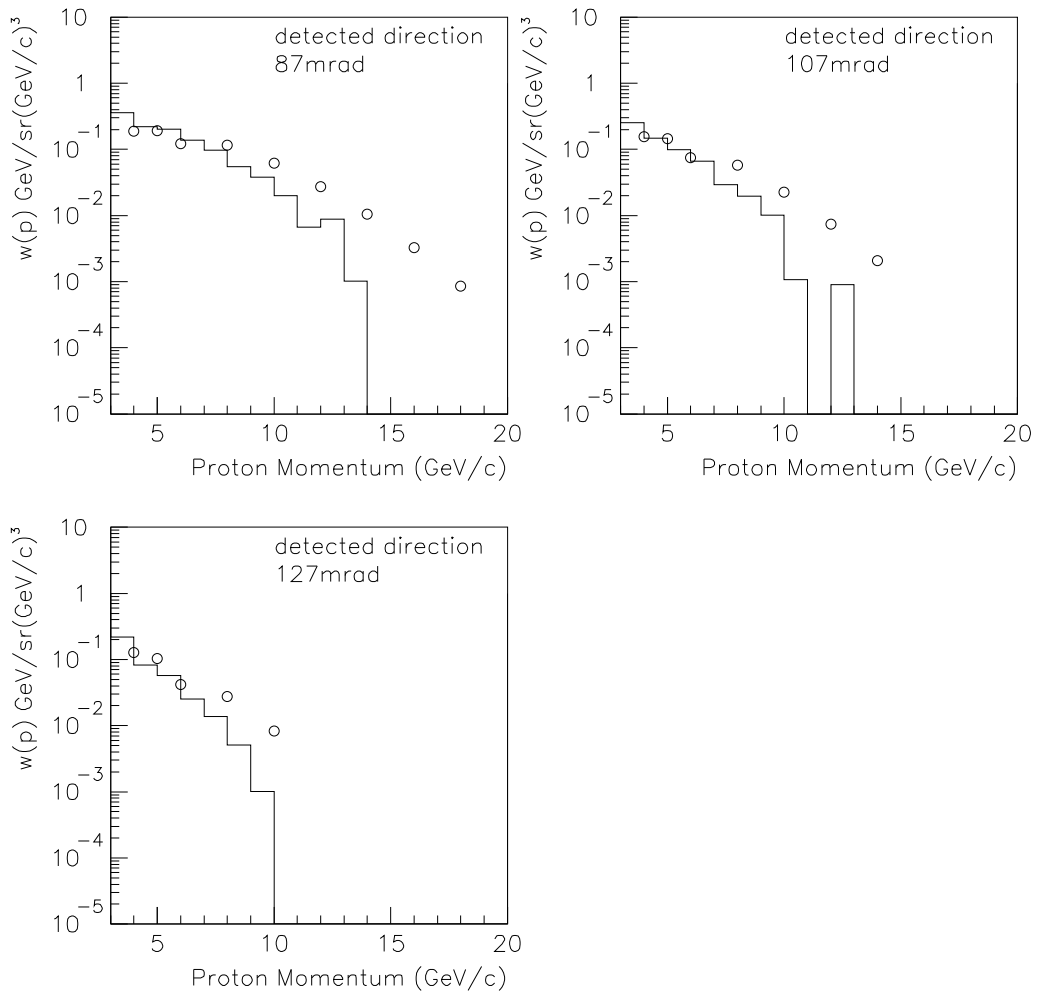


Figure 4.11: p-Be collision における p 生成の simulation と実験値の比較 (2).proton の Projectile momentum = 24(GeV/c)。生成 p の方向 87,107,127(mrad) で比較

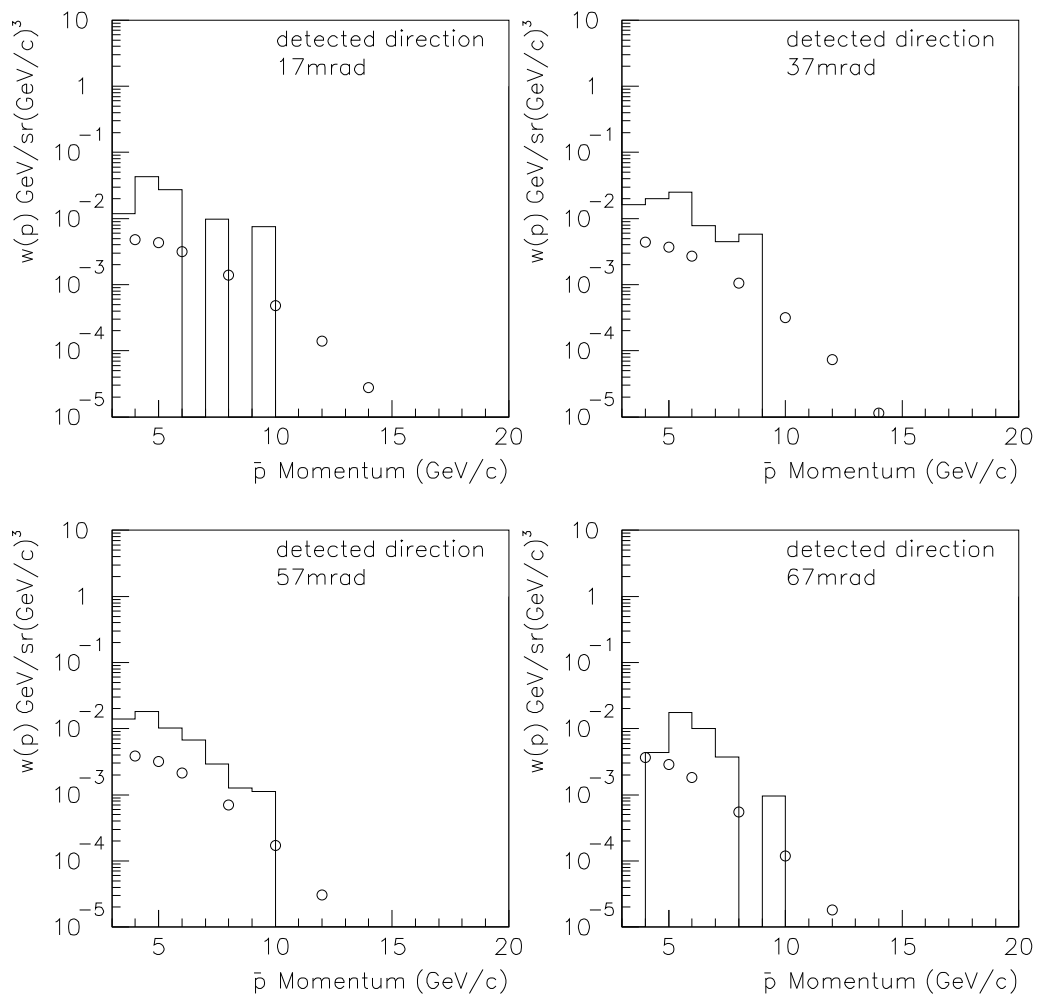


Figure 4.12: p-Be collision における \bar{p} 生成の simulation と実験値の比較 (1).proton の Projectile momentum = 24(GeV/c)。生成 \bar{p} の方向 17,37,57,67(mrad) で比較

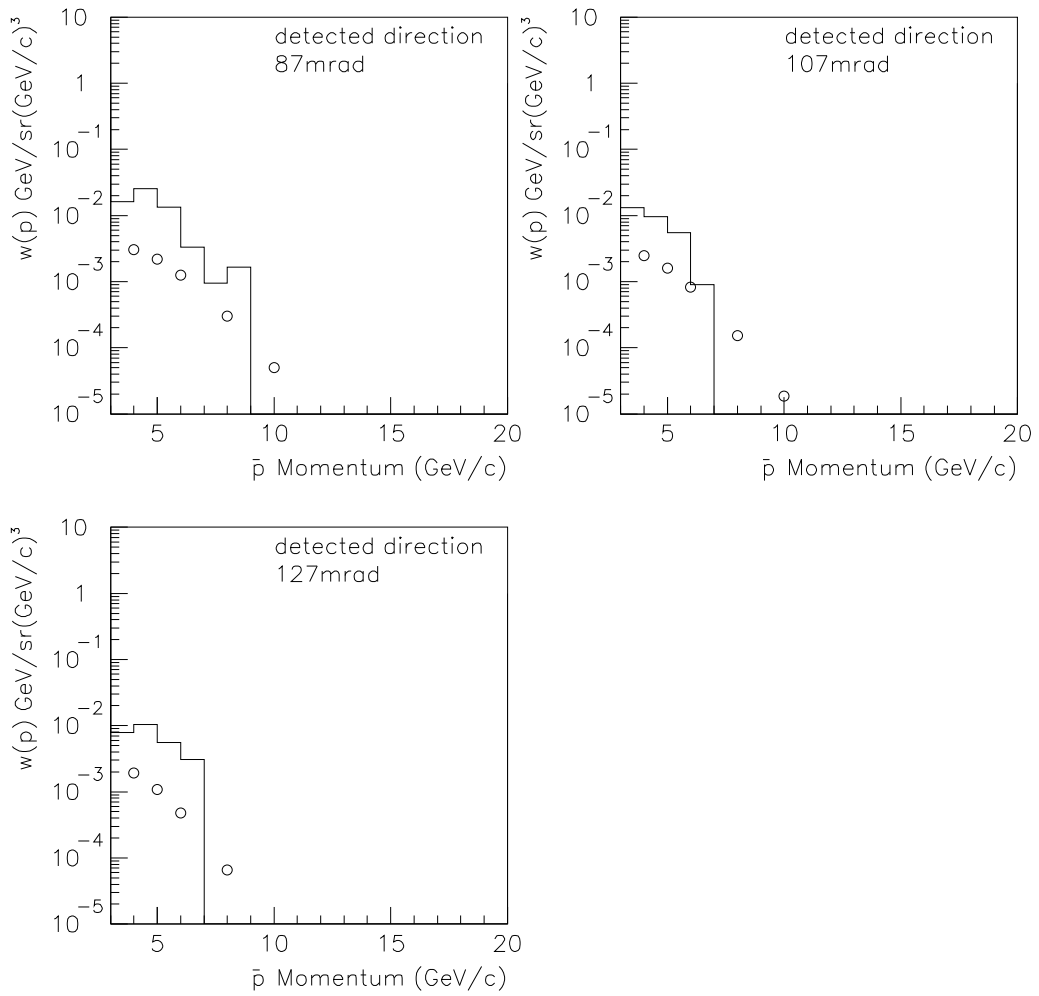


Figure 4.13: p-Be collision における \bar{p} 生成の simulation と実験値の比較 (2).proton の Projectile momentum = 24(GeV/c)。生成 \bar{p} の方向 87,107,127(mrad) で比較

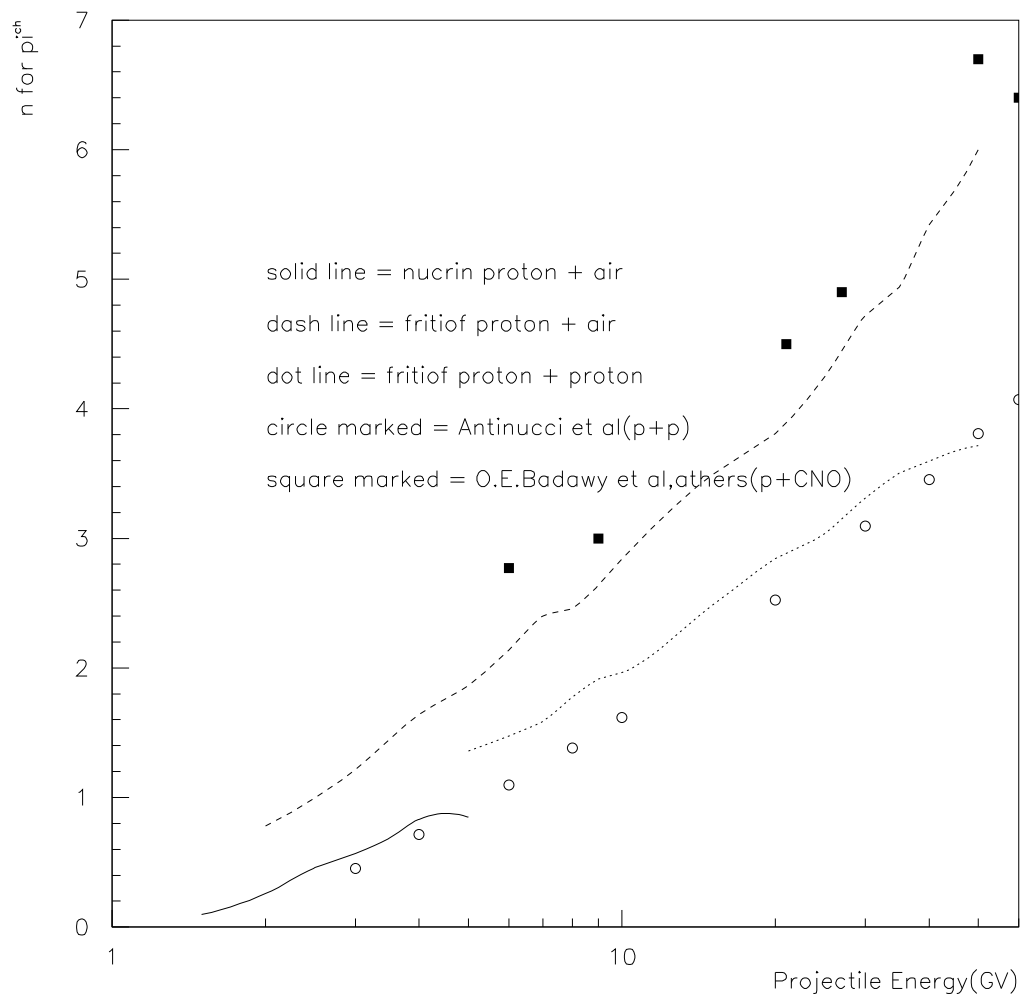


Figure 4.14: LUND による生成 pion の平均多重度.p+p collision のデータは [21],p+CNO collision のデータは [22] から抜粋

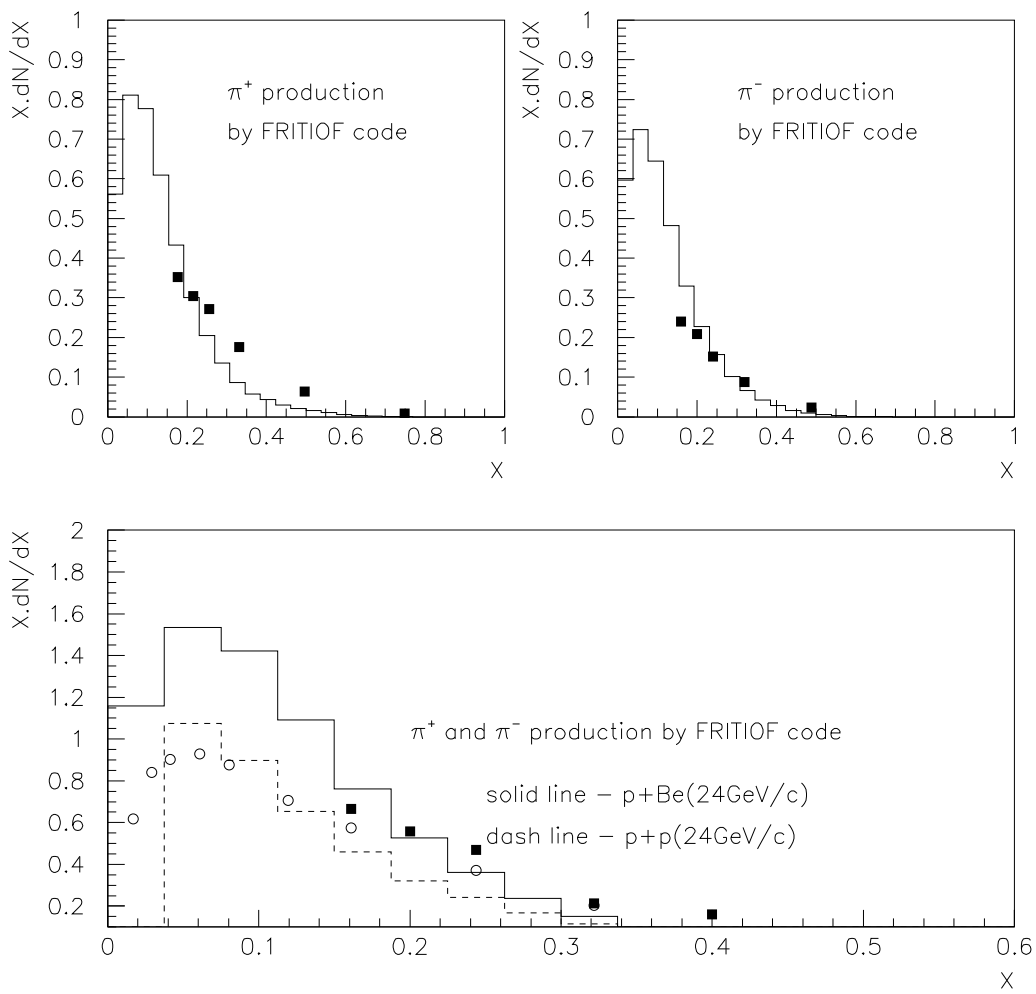


Figure 4.15: 生成 π の x 分布. ■は [20], ○は [23] から抜粋

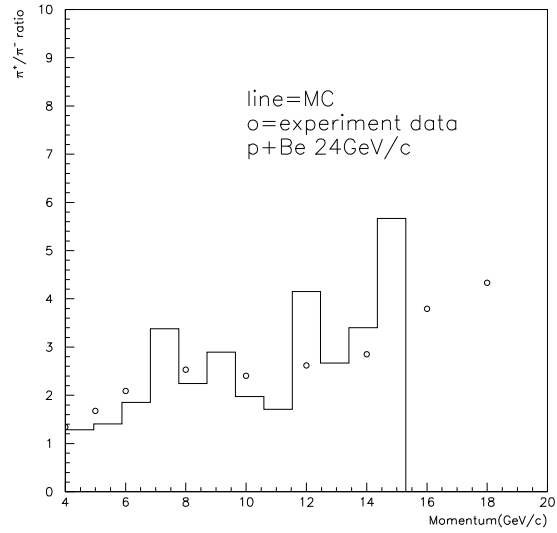


Figure 4.16: LUND による生成 π^+/π^- の運動量依存性 (1).proton の運動量を 24GeV/c とする。実験データ○は [20] より抜粋

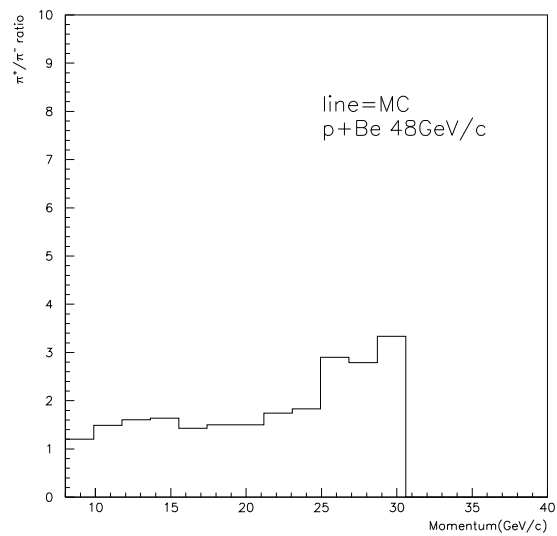


Figure 4.17: LUND による生成 π^+/π^- の運動量依存性 (2).proton の運動量を 48GeV/c とする。

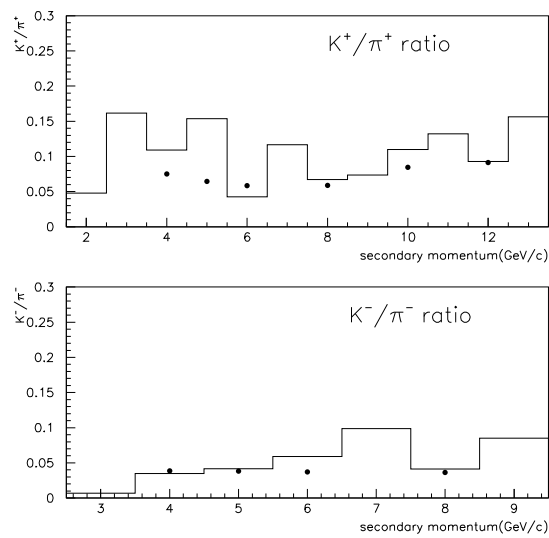


Figure 4.18: LUND による生成される K^+/π^+ 、 K^-/π^- の運動量依存性。実験データ●は [20] より抜粋。proton の運動量を 24GeV/c とする。

Chapter 5

Meson, Muon の崩壊によるニュートリノの生成

ν は μ, π, K の崩壊によって生成される。主な生成過程は以下の通りである。

$$\begin{aligned}
 \pi^\pm &\rightarrow \mu^\pm \nu_\mu (\bar{\nu}_\mu) && (100\%) \\
 \mu^\pm &\rightarrow e^\pm \nu_e (\bar{\nu}_e) \bar{\nu}_\mu (\nu_\mu) && (100\%) \\
 K^\pm &\rightarrow \mu^\pm \nu_\mu (\bar{\nu}_\mu) && (63.5\%) \\
 &\rightarrow \pi^\pm \pi^0 && (21.2\%) \\
 &\rightarrow \pi^\pm \pi^+ \pi^- && (5.6\%) \\
 &\rightarrow \pi^0 \mu^\pm \nu_\mu (\bar{\nu}_\mu) && (3.2\%) \quad (K_{3\mu\nu}) \\
 &\rightarrow \pi^0 e^\pm \nu_e (\bar{\nu}_e) && (4.8\%) \quad (K_{3e\nu}) \\
 &\rightarrow \pi^\pm \pi^0 \pi^0 && (1.73\%) \\
 K_s^0 &\rightarrow \pi^+ \pi^- && (68.6\%) \\
 K_l^0 &\rightarrow \pi^+ \pi^- \pi^0 && (12.37\%) \\
 &\rightarrow \pi^\pm \mu^\mp \nu_\mu (\bar{\nu}_\mu) && (27\%) \quad (K_{3\mu\nu}) \\
 &\rightarrow \pi^\pm e^\mp \nu_e (\bar{\nu}_e) && (38.6\%) \quad (K_{3e\nu})
 \end{aligned} \tag{5.1}$$

ここで期待される ν の flux 比は π の spectrum によらず、以下の様に見積もられる。

$$\frac{\nu_e + \bar{\nu}_e}{\nu_\mu + \bar{\nu}_\mu} = \frac{1}{2} \quad \frac{\bar{\nu}_\mu}{\nu_\mu} = 1 \tag{5.2}$$

しかし μ の energy が高いと、 μ の崩壊長が相対論的に伸び、崩壊する前に地表にたどりついてしまう。一旦地表に到達した μ は $\sim 2MeV/(g/cm^2)$ で energy を失ない、大部分が岩石に capture されてしまう。また、 μ の偏極と大気中での energy 損失も大気ニュートリノの計算において重要となってくる。これらはそれぞれ $\geq 100MeV$ の大気ニュートリノの Flux 量と (5.2) にきいてくる。Chapter 5では大気の Geometry を考慮しつつ、これらの Monte Carlo 計算を行なう。

5.1 大気

ここで Meson, Muon の崩壊を扱う前に地球上空の大気の Geometry について説明する。大気に入射する一次宇宙線はさまざまな入射角をもつ。もし入射角が大きいと当然大気を横切る距離も大きくな

る。大気での位置を扱う時、大気の高さを km で表すより大気の頂上を 0 とした大気の高さ g/cm^2 で表すほうが便利である。高さとの深さの関係は Fig 5.1 に示している。これは地球の丸みを考慮している。地上の観測点を A、相互作用や崩壊などの事象発生点を E としてある。また A から E の天頂角を θ_{in} 、 $AE = l, AB = h$ 、地球の半径 R 、地球の中心から事象発生点を $OE = H = h + R$ とする。 $\triangle OAE$ について、正弦定理より

$$\begin{aligned} \frac{H}{\sin(180^\circ - \theta_{in})} &= \frac{R}{\sin \theta} \\ \Rightarrow \cos \theta &= \sqrt{1 - \frac{R^2}{H^2} \sin^2 \theta_{in}} \end{aligned} \quad (5.3)$$

となり、一次粒子と大気のなす角度 θ がわかった。E での大気の高さ $X(g/cm^2)$ は、大気密度 ρ を PQ の延長線に沿って Q から大気頂上まで積分すればよい。 ρ は h を与えると決定するので、

$$X = \int_l^\infty \rho[h] dl \approx \frac{X_v}{\cos \theta} \quad (5.4)$$

となる。ここで高さとの垂直の高さの関係で役に立つパラメーター化した式は以下の様に求められている [24]。

$$h(km) = \begin{cases} 47.05 - 6.9 \ln X_v + 0.299 \ln^2 \frac{1}{10} X_v, & X_v < 25 g/cm^2 \\ 45.5 - 6.34 \ln X_v, & 25 < X_v < 230 \\ 44.34 - 11.861(X_v)^{0.19}, & X_v > 230 g/cm^2 \end{cases} \quad (5.5)$$

Fig 5.2 に、この式を用いた大気高度と大気圧力との関係を示す。モンテカルロ・シミュレーションにおいては、大気の高さを変数とし、 θ を (5.3) から求める為に (5.5) を用いなければならない。しかし頻繁に (5.5) を使用すると丸めの誤差が生じてしまう。それをなるべく避ける為に h と X の変換回数なるべくおさえなければならない。

5.2 meson, muon の崩壊確率

chapter 4 で述べられた様な核子 - 原子核相互作用によって生成された meson は大気中で崩壊もしくは再び大気との相互作用を行なう。相互作用長は $\lambda \approx 100 g/cm^2$ 程度である。崩壊長 d は、

$$d = c\tau \frac{E}{mc^2} \times \rho \quad (5.6)$$

となる。また、大気の高さ方向の密度 ρ は、 $\theta \leq 60^\circ$ の時 (5.5) の第 2 項を無視して、

$$\rho \equiv X_v/h_0 \sim \frac{X \cos \theta}{h_0} \quad (5.7)$$

となる。よって、

$$\frac{1}{d} = \frac{mc^2 h_0}{E c \tau X \cos \theta} \simeq \frac{q}{X \cos \theta} \quad h_0 \simeq 6.4(km), \quad q = A/E \quad (5.8)$$

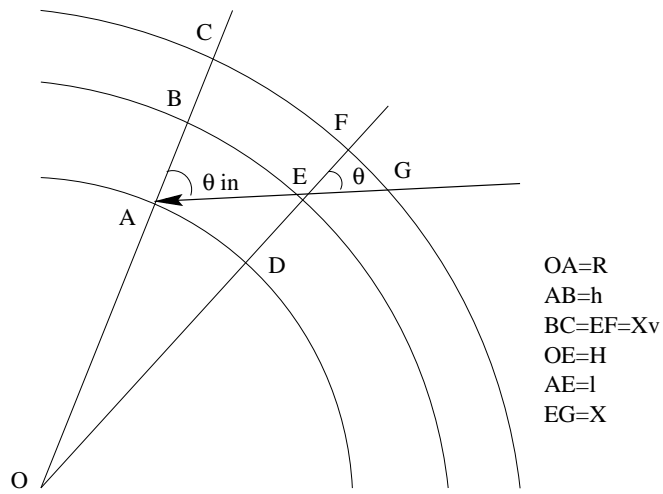


Figure 5.1: 大気の Geometry。入射粒子と観測点のなす角度 θ 、入射粒子と大気の鉛直方向のなす角度 θ_{in} の関係について示す。

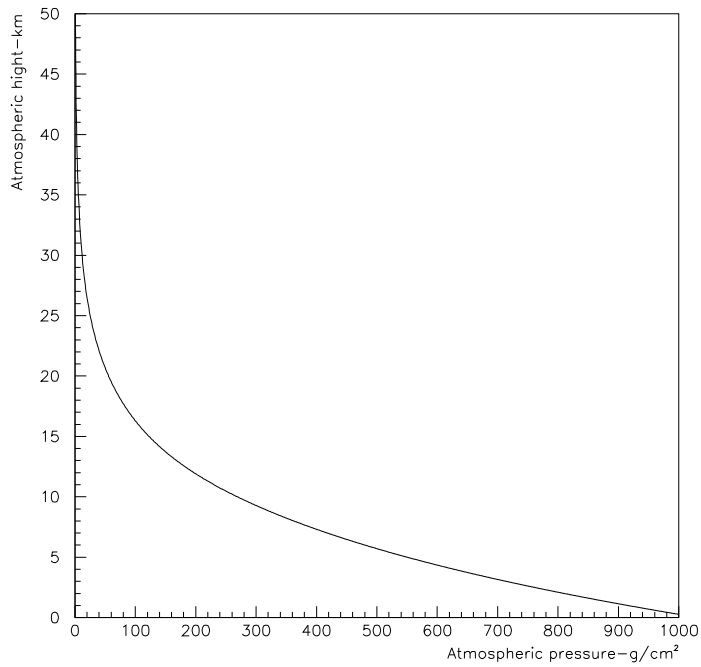


Figure 5.2: 大気の圧力と高度の関係

となる。 $c\tau_\pi \simeq 780(\text{cm}), c\tau_K \simeq 370(\text{cm})$ より、 π で $A = 110\text{GeV}, K$ で $A = 200\text{GeV}$ となる。ここで深さ X_1 で生成した π が X まで生き残る確率を $P_s(X - X_1)$ を計算する。生成した meson が再び大気と相互作用するのを無視すると深さ X での meson Flux $\Pi(X)$ の満たす微分方程式は

$$\frac{d\Pi(X)}{dX} = -\frac{1}{d}\Pi(X) \quad (5.9)$$

変数分離形に出来るので

$$\int_{X_1}^X \frac{d\Pi(X)}{\Pi(X)} = \int_{X_1}^X \left(-\frac{q}{X \cos \theta}\right) dX \quad (5.10)$$

より

$$P_s(X - X_1) \equiv \frac{\Pi(X)}{\Pi(X_1)} = \left(\frac{X_1}{X}\right)^{q/\cos \theta} \quad (5.11)$$

となる。 meson の生成地点を大気頂上から崩壊地点にわたって考えると、

$$P_{\pi,K}(\text{decay}) = 1 - \int_0^X P_s(X - X_1) dX_1 = 1 - \int_0^X \left(\frac{X_1}{X}\right)^{q/\cos \theta} dX_1 = \frac{q \sec \theta}{1 + q \sec \theta} \quad (5.12)$$

となり、 $E \ll A$ では $P_{\pi,K}(\text{decay}) \rightarrow 1$ となる。 Fig 5.3に π の崩壊確率を示す。大気ニュートリノ生成に大きく影響する数 GeV 程度の π においては、 sea level までにほとんど崩壊することがわかる。また数十 GeV の領域をみると入射角度による依存性がみられる。また Fig 5.4における K の崩壊確率については、 K の寿命の短さが効き、崩壊確率が π よりも大きい。

また μ の崩壊確率 $P_\mu(\text{decay})$ は meson の崩壊地点によって変化する。よって $P_\mu(\text{decay})$ は (5.11) を拡張した形となる。(5.8)に μ の質量、寿命を代入すると、 $q = 1.03/E_\mu(\text{GeV})$ になり、崩壊確率は、

$$P_\mu(\text{decay}) = 1 - \left(\frac{x_0 \cos \theta}{X_s}\right)^{q/\cos \theta} \quad (5.13)$$

$x_0; \mu - \text{production} - \text{depth} \quad X_s; \text{sea} - \text{level}$

となる。 Fig 5.5に μ の崩壊確率を示す。ただし、ここでは簡単にする為、 $x_0 \sim 100\text{g}/\text{cm}^2$ 、 $X_s \sim 1000\text{g}/\text{cm}^2$ に固定しておく。これによると、低エネルギー領域において μ はほとんど崩壊してるが、エネルギーの増加と共に大体 E_μ^{-1} にしたがって確率は減少している。

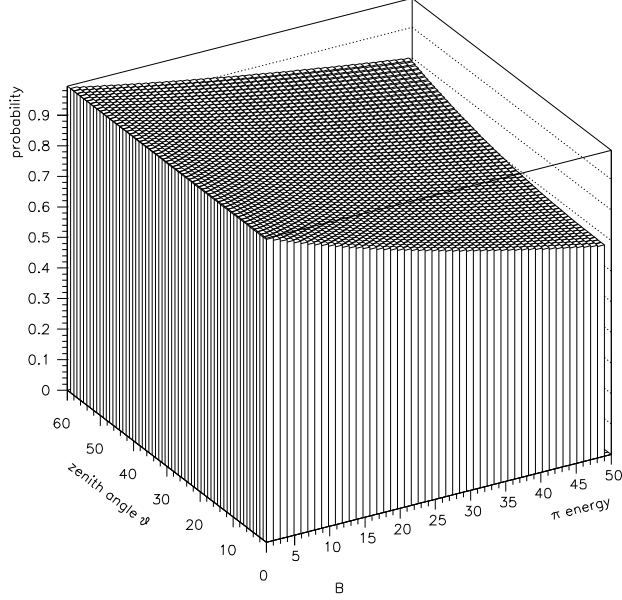


Figure 5.3: π の大気中での崩壊確率

5.3 Meson 崩壊過程の simulation

$\pi \rightarrow \mu + \nu_\mu$ 過程の simulation は π の静止系で考えた二体崩壊のモデル $M \rightarrow m_1 + m_2$ を用いる。 M を静止系と見たとき、 m_1 、 m_2 の運動量の大きさを $p_1^* = p_2^* = p^*$ とし、エネルギーを E_1^* 、 E_2^* とする。 M 、 m_1 、 m_2 の四次元運動量をそれぞれ、 P 、 p_1 、 p_2 とすると、この系では、 $P = (M, 0)$ 、 $p_1 = (E_1^*, \vec{p}^*)$ 、 $p_2 = (E_2^*, -\vec{p}^*)$ である。また $P = p_1 + p_2$ 、 $P^2 = M^2$ とおける。スカラー積 $P \cdot p_1$ は

$$\begin{aligned} P \cdot p_1 &= ME_1^* = \frac{1}{2}P \cdot (p_1 + p_2 + p_1 - p_2) = \frac{1}{2}(P^2 + p_1^2 + p_2^2) \\ &= \frac{1}{2}(M^2 + m_1^2 - m_2^2) \end{aligned} \quad (5.14)$$

となる。ここから E_1^* が求まり、スカラー積 $P \cdot p_2$ から同じ様に E_2^* も求まる。

$$\begin{aligned} E_1^* &= \frac{1}{2M}(M^2 + m_1^2 - m_2^2) \\ E_2^* &= \frac{1}{2M}[M^2 - (m_1^2 - m_2^2)] \end{aligned} \quad (5.15)$$

また、

$$p^{*2} = E_1^{*2} - m_1^2 = E_2^{*2} - m_2^2$$

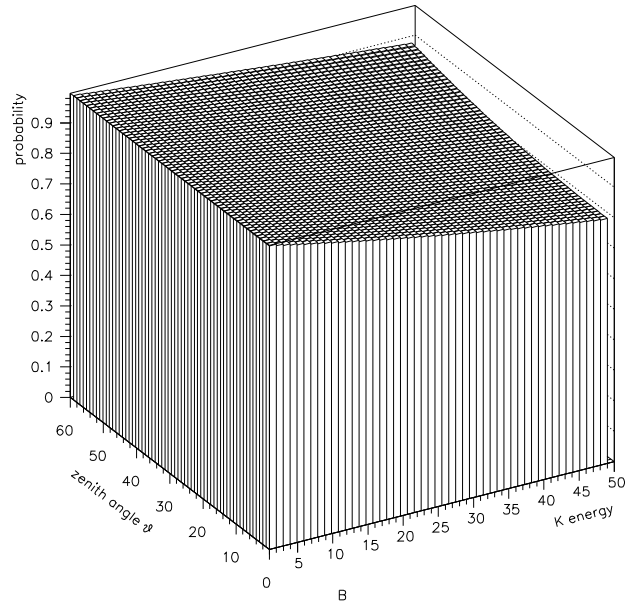


Figure 5.4: K の大気中での崩壊確率

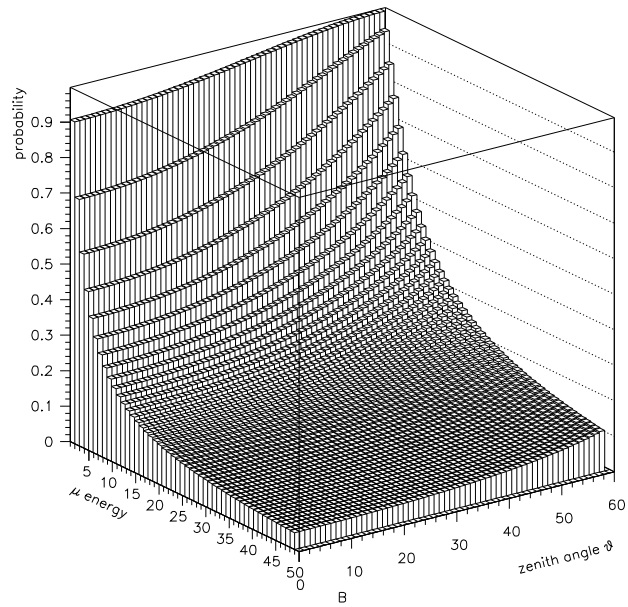


Figure 5.5: μ の大気中での崩壊確率

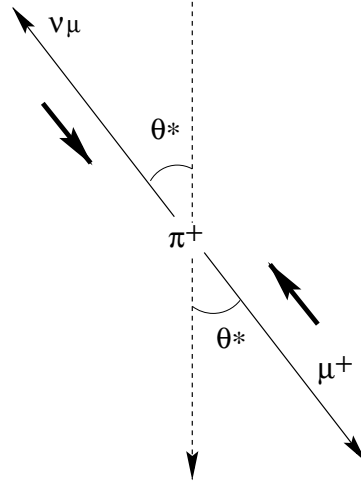


Figure 5.6: π 静止系での二体崩壊過程. θ^* は二次粒子の π 静止系での放出角

$$= \frac{M^4 - 2M^2(m_1^2 + m_2^2) + (m_1^2 - m_2^2)^2}{4M^2} \quad (5.16)$$

$\pi \rightarrow \mu + \nu_\mu$ について p^* を求めると、 $M = 140\text{MeV}$ 、 $m_1 = 106\text{MeV}$ 、 $m_2 = 0$ を (5.16) に代入して、 $p^* = 29.9\text{MeV}$ である。崩壊で作られた二次粒子 i のエネルギーは実験室系で

$$E_i = \gamma E_i^* + \beta \gamma p^* \cos \theta^* \quad (5.17)$$

となる [25]。ここで $\beta = \frac{P_\pi}{E_\pi}$ は実験室系での親の速度、 γ はローレンツ因子である。実際の simulation では Fig 5.6 の様なふるまいを考慮し、(5.17) における $-1 \leq \cos \theta^* \leq 1$ を random にふり、 E_i を求める。ここで二次粒子 i の範囲は

$$\gamma(E_i^* - \beta p^*) \leq E_i \leq \gamma(E_i^* + \beta p^*) \quad (5.18)$$

となる。Fig 5.7 に π のエネルギーを 0.5GeV にした時の μ, ν_μ のエネルギー分布の simulation 結果を示す。これによると二次粒子の分布は (5.18) 範囲において平らになることがわかる。また二次粒子のそれぞれのエネルギーの平均値は、

$$\langle E_\mu \rangle / E_\pi = 0.787 \quad \langle E_{\nu_\mu} \rangle / E_\pi = 0.213 \quad (5.19)$$

にほぼ一致している事がわかる。

また、二次粒子 i の親粒子からの生成角度 θ_{sec} は、 p_\perp を生成粒子の横方向の運動量とすると、 pi の崩壊の場合 $p_{\mu\perp} = -p_{\nu\perp} = p_\perp$ となるので、

$$\begin{aligned} \sin \theta_{sec} &= \frac{p_\perp}{p_i} \\ p_\perp &= \sqrt{p_\mu^2 - \frac{(p_\mu^2 - E_\nu^2)^2}{4p_\pi^2}} \end{aligned} \quad (5.20)$$

となる。Fig 5.8に simulation の結果を示す。これによると π のエネルギーが小さいと ν_μ の角度分布は広くなる。fig 5.3に ν_μ の生成角度を 180 度 (π 進行方向の反対方向) まで見た。1GeV の π からのニュートリノは 90 度以上の散乱が 0.5% 存在している。大気ニュートリノフラックスを 3 次元分布で見ようとするなら、角度によっては地球に到達しないニュートリノが出てくるのを考慮しなければならないだろう。

K の崩壊の場合は (5.1) に示した様にさまざまな崩壊過程があるが、ここでは $K^\pm \rightarrow \mu^\pm \nu_\mu (\bar{\nu}_\mu)$ の過程のみを考える。すると Fig 5.10 の様な崩壊分布になり、(5.19) に対応する値は、それぞれ、0.52 と 0.48 になる。

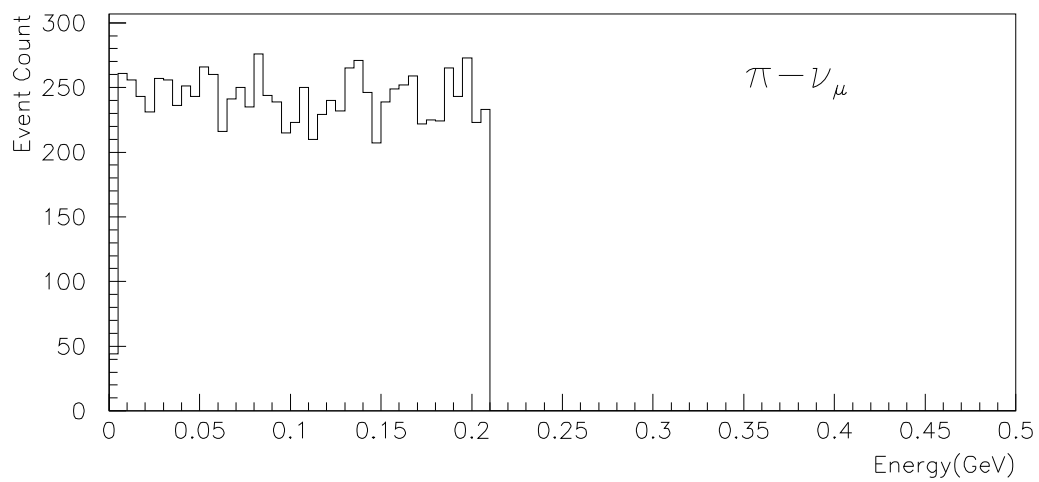
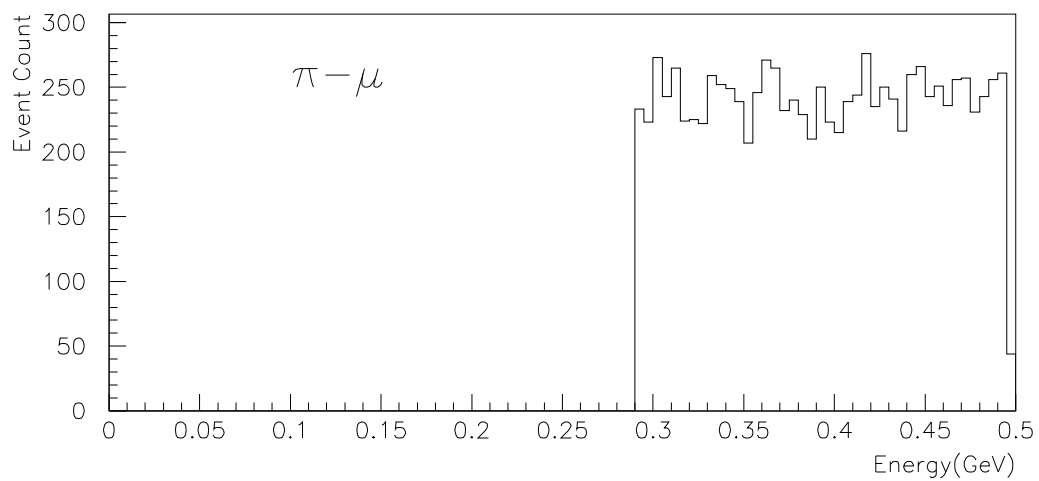


Figure 5.7: π 崩壊による muon,neutrino の energy spectrum

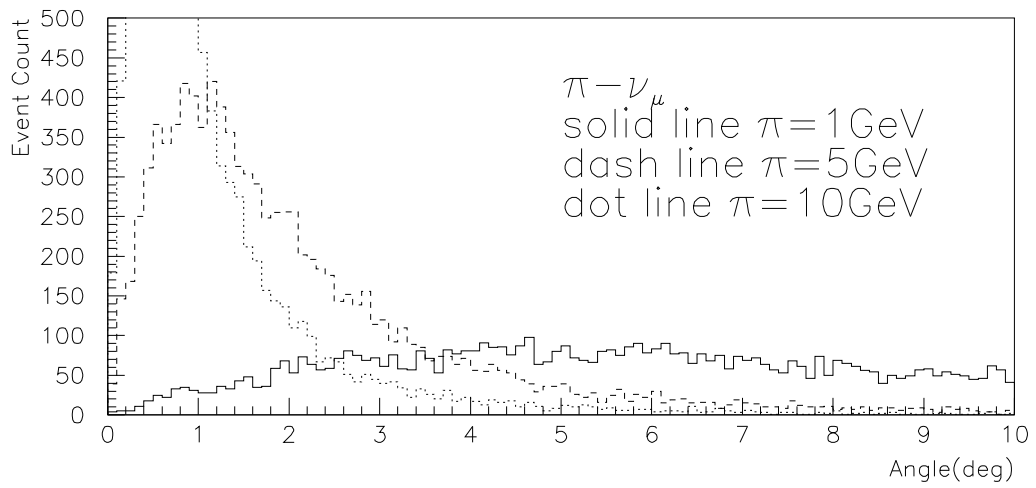
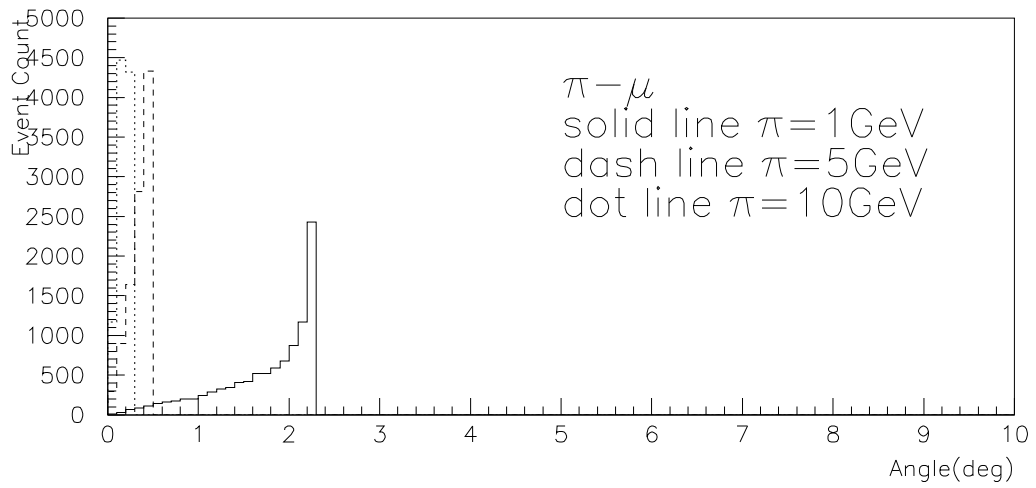


Figure 5.8: π 崩壊による muon,neutrino の生成角度

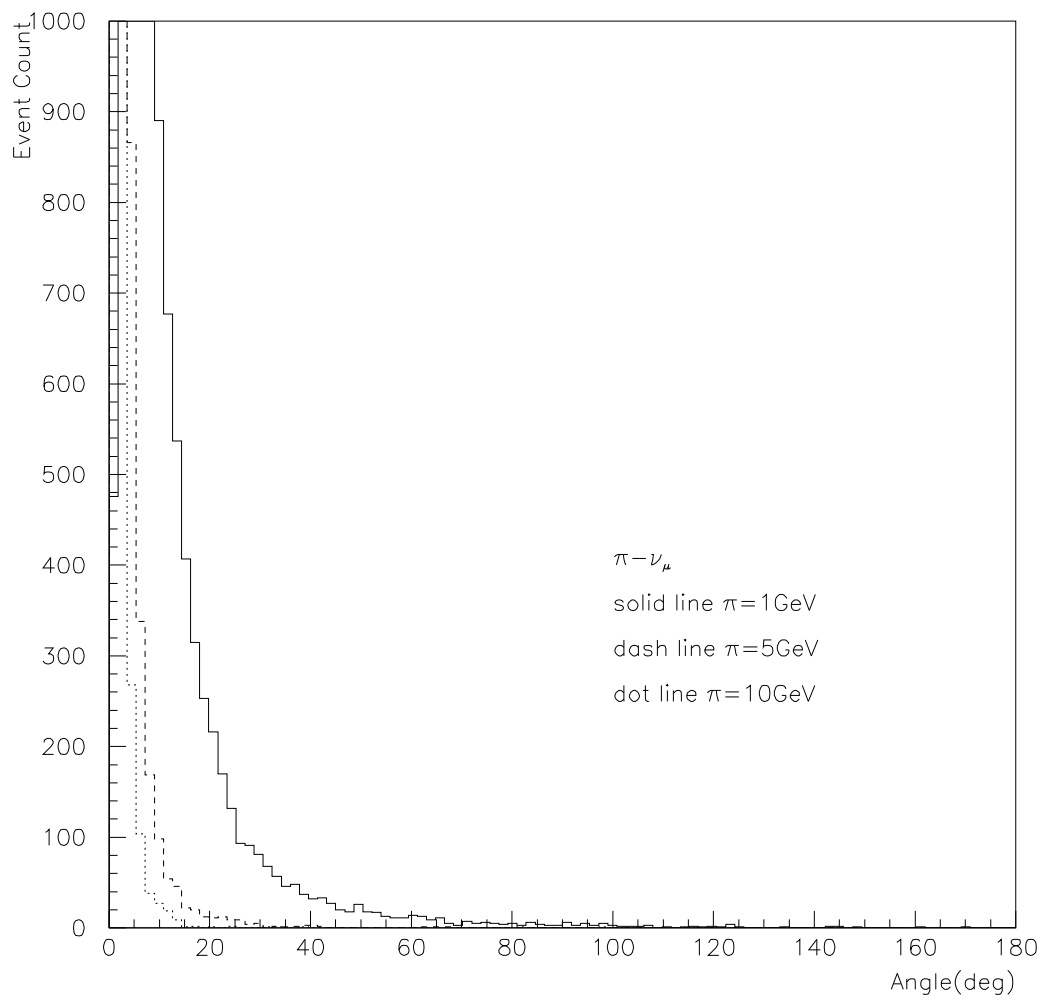


Figure 5.9: pion 崩壊による neutrino の生成角度.Angle range を $0 \sim 180^\circ$ にした

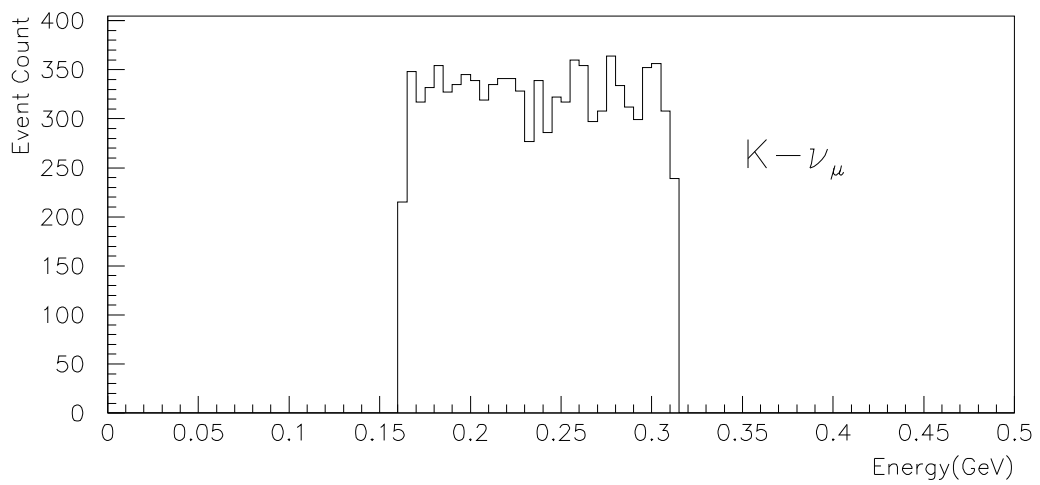
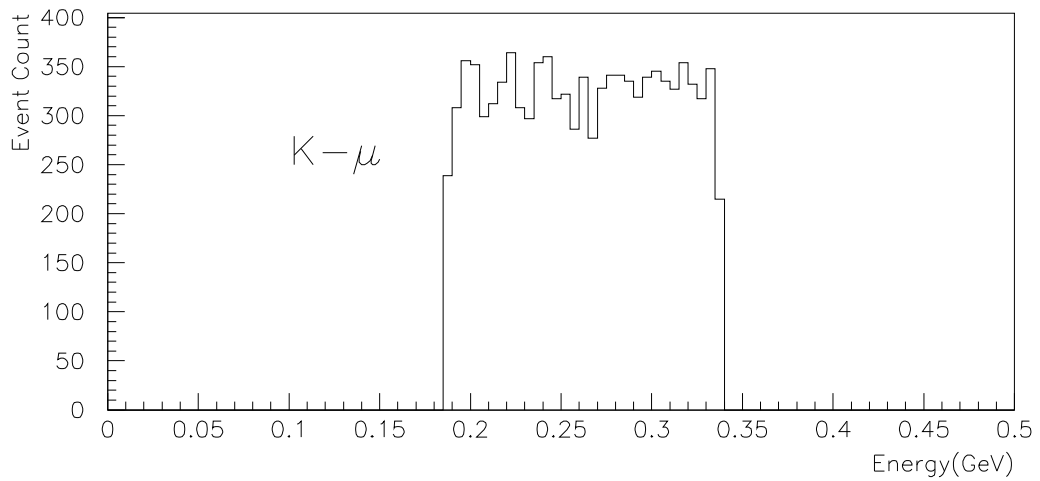


Figure 5.10: K 崩壊による muon, neutrino の energy spectrum. K のエネルギーを 0.53GeV (運動量 $0.2\text{GeV}/c$) とした。

5.4 muon 崩壊の simulation(1)

muon 崩壊については muon の偏極がある場合と、それを考えない場合について simulation をし、エネルギー分布の違いを見てみる。

まず、偏極を考えない、シンプルな三体崩壊について述べる [26]。muon の三体崩壊は Fig 5.11 の様に考える。muon の静止系において、3 個の二次粒子のうち 2 個を 1 個の仮想粒子とみなして一次崩壊させ、その仮想粒子の静止系で二次崩壊をさせる。仮想粒子の質量は、

$$(m_1 + m_2)^2 \leq m_{12}^2 \leq (M_\mu - m_3)^2 \quad (5.21)$$

となる。simulation では (5.21) の分布は平坦になるとして、 m_{12} を random にとり、(5.14) から (5.17) を使いエネルギー分布を求める。Fig 5.12 に 1GeV の崩壊の simulation の結果を示す。 $\mu \rightarrow \nu_\mu + \nu_e + e$ の崩壊過程において、二次粒子 ν_μ, ν_e, e は μ に比べて質量が 0、もしくは大変小さい。よってエネルギー分布は 3 個の粒子共ほぼ同じになる。また stopping muon の崩壊も Fig 5.13 に示す。

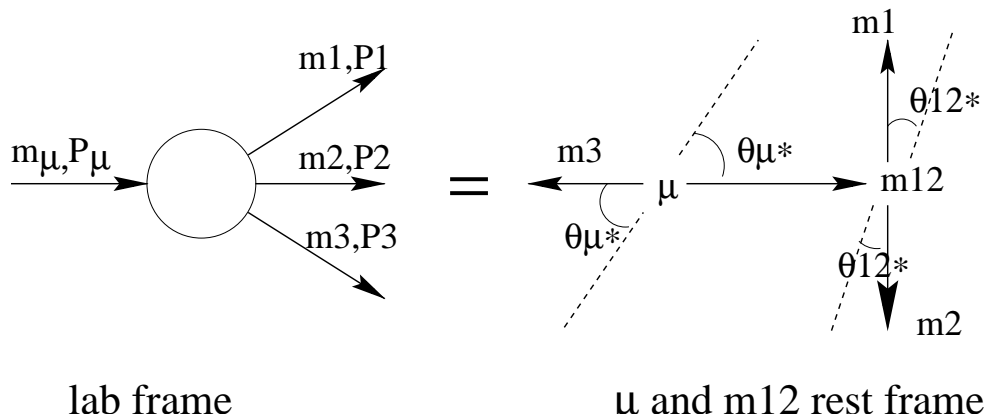


Figure 5.11: μ の三体崩壊の model. 偏極は考えないシンプルな過程である。

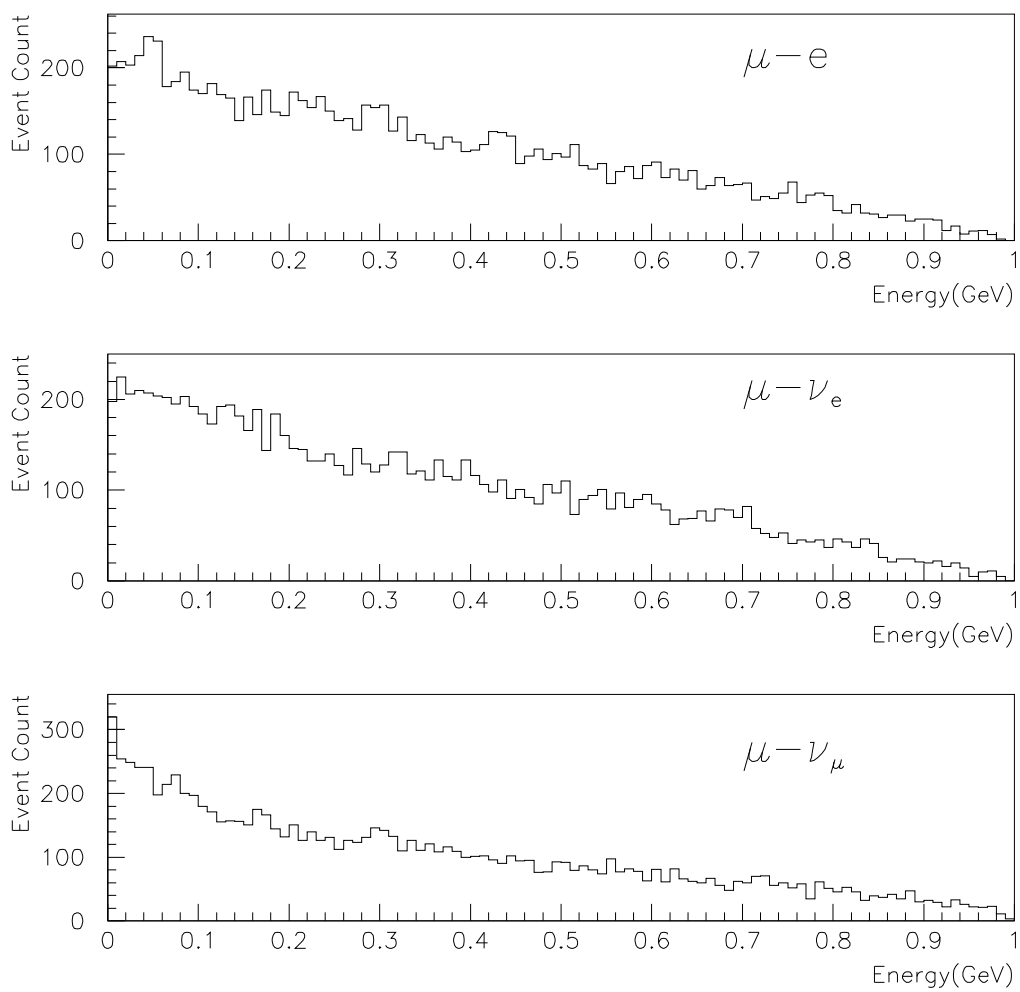


Figure 5.12: 1GeV の μ の偏極を考えないときの三体崩壊による二次粒子の energy spectrum

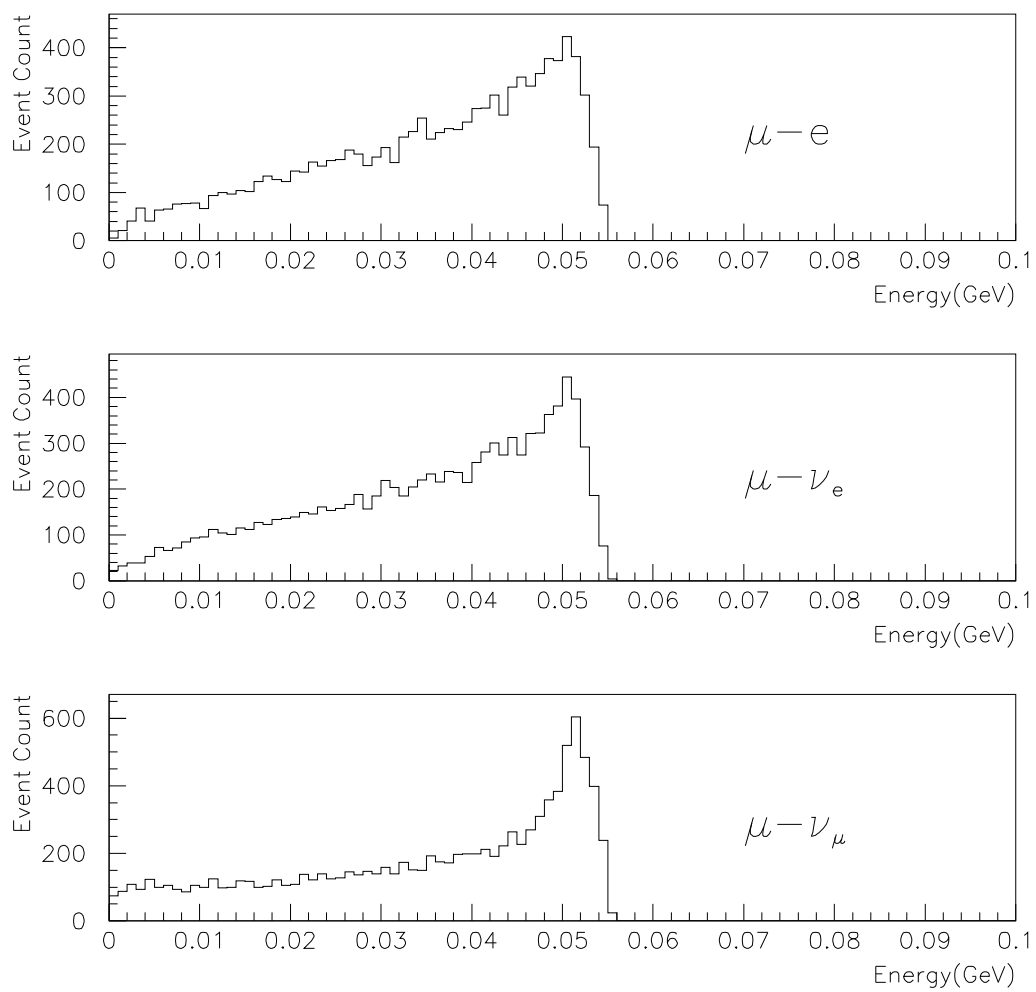


Figure 5.13: stopping muon の偏極を考えないときの三体崩壊による二次粒子の energy spectrum

	$f_0(x)$	$f_1(x)$
ν_μ, e	$2x^2(3-2x)$	$2x^2(1-2x)$
ν_e	$12x^2(1-x)$	$12x^2(1-x)$

Table 5.1: muon 崩壊の関数

5.5 muon 崩壊の simulation(2)

実際の pion 崩壊からの muon はバリティ非保存から、 π^+ 崩壊で左巻き、 π^- 崩壊で右巻きに完全に偏極されている。muon の崩壊過程

$$\mu(p) \rightarrow e(p') + \nu_e(k') + \nu_\mu(k) \quad (5.22)$$

の行列要素は、以下の様になる。

$$M = \frac{G}{\sqrt{2}} [\bar{u}(k)\gamma^\mu(1-\gamma^5)\frac{1+\gamma^5s}{2}u(p)] \cdot [\bar{u}(p')\gamma_\mu(1-\gamma^5)v(k')] \quad (5.23)$$

ここで s は muon の偏極ベクトルである。この行列要素から、生成粒子の分布は muon 静止系で以下の様に与えられる [27]。

$$dn \propto 3(1-x) + \frac{2\rho}{3}(4x-3) \mp \xi \cos \theta [1-x + \frac{2\delta}{3}(4x-3)] \times x^2 dx d(\cos \theta) \quad (5.24)$$

ここで $\rho, \xi, \xi\delta$ は Michel parameter であり、 $V-A$ coupling において、実験的に $\rho = \xi\delta = \frac{3}{4}, \xi = 1$ と置ける。また、崩壊過程には W の質量効果は入れないこととする。よって、

$$\frac{dn}{dx d\Omega} = \frac{1}{4\pi} [f_0(x) \mp f_1(x) \cos \theta] \quad (5.25)$$

ここで $x \equiv 2E_l'/\mu, (0 \leq x \leq 1)$ は、muon 静止系で最終状態 lepton のスケールしたエネルギーであり、 θ はその lepton と muon のスピンとのなす角である。 $f_0(x), f_1(x)$ は muon 崩壊の行列要素から導出した関数で、Table 5.1 に示してある。 $\int_0^1 f_0(x) dx = \int_0^1 f_1(x) dx = 1$ となり規格化がなされている。飛行中の muon が崩壊する時、実験室系から見て muon が動く方向に偏極を射影してから、エネルギー分布を muon 静止系から実験室系に変換する。muon 静止系における lepton の立体角を極座標で表すと、 $d\Omega = d \cos \theta_l d\phi_l$ となる。Fig 5.15 における lepton と pion 間の角度 $\bar{\theta}$ は、

$$\cos \bar{\theta} = \cos \theta_\pi \cos \theta_l + \sin \theta_\pi \sin \theta_l \cos \phi_l \quad (5.26)$$

となる。 ν_μ と $\bar{\nu}_\mu$ はヘリシティが逆になるので、 $\cos \bar{\theta} = \pm \cos \theta$ である。(5.26) を (5.25) に代入し、方位角 ϕ_l を $0 \sim 2\pi$ で積分すると、

$$\frac{dn}{dx d \cos \theta_l} = \frac{1}{2} [f_0(x) - f_1(x) \cos \theta_l \cos \theta_\pi] \quad (5.27)$$

また $\cos \theta_\pi$ は次式で与えられる。

$$\cos \theta_\pi = \frac{1}{\beta_\mu} \left(\frac{2E_\pi r_\pi}{E_\mu(1-r_\pi)} - \frac{1+r_\pi}{1-r_\pi} \right) \quad (5.28)$$

ここで $r_\pi = (m_\mu/m_\pi)^2$ である。生成 lepton のエネルギーは muon 静止系と実験室系間のローレンツ変換より、

$$E_l = \frac{1}{2}x(1 + \beta_\mu \cos \theta_l)E_\mu \quad (5.29)$$

となる。simulation においては、与えられた E_π 、(5.17) から無作為に選ばれた E_μ 、それに準じる β_μ を (5.28) に代入し $\cos \theta_\pi$ を求める。次に (5.27) の分布にしたがう $x, \cos \theta_l$ を選ぶ。最後に $x, \cos \theta_l$ を (5.29) に代入し lepton の最終的なエネルギー E_l を選ぶ。

Fig 5.16 に 1GeV での崩壊過程の simulation を示す。electron で 0.3GeV, ν_μ で 0.25~0.3GeV, ν_e で 0.2GeV 付近にピークを持ち、平均エネルギーは $\langle E_e \rangle \approx 0.3738467, \langle E_{\nu_e} \rangle \approx 0.2900808, \langle E_{\nu_\mu} \rangle \approx 0.3360684$ となっている。また、stopping muon のエネルギー分布も Fig 5.17 に示した。electron, ν_μ に比べ、 ν_e のエネルギー分布が大きく違っており、 e, ν_μ については 50MeV 付近で急な落差が見られる。

また、Fig 5.18 に stopping muon の崩壊による電子のエネルギー分布を、実験データと比較してみる。ここでシミュレーションの結果は実験データに比べ、やや高めのエネルギーに分布している。これはここでのシミュレーションにおいてはエネルギー損失をまだ入れていない為である。その点を除けばシミュレーションと実験データはよく合っている。

いずれにせよ偏極を入れた時と入れない時では、エネルギー分布に大きな差が出てしまうことが確認された。今回の大気ニュートリノフラックスの計算においては偏極を入れて行なうこととする。

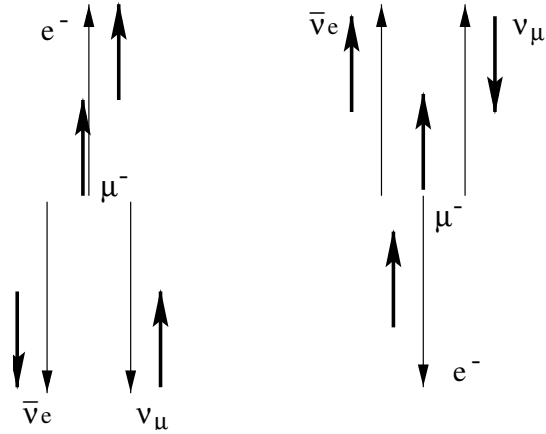


Figure 5.14: muon 崩壊におけるパリティ非保存 $\mu^- \rightarrow e^- + \nu_\mu + \bar{\nu}_e$ のときの例。muon 静止系では、2つのニュートリノの運動量が平行で電子の運動量に反対向きであるとき、電子は最大の運動量を持つ。図からわかる通り、 $\nu_e, \bar{\nu}_\mu$ 対のスピンは相殺されるので、放出された電子のスピンは muon のスピンの方向と同じ方向を向いていなければならない。実験によれば、偏極 muon の崩壊からの電子は muon のスピンの方向とは反対の方向に主に放出される。したがって左巻きである。この左右非対称性はパリティの破れの表れである。

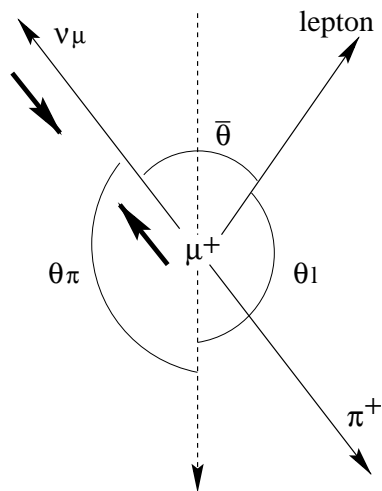


Figure 5.15: muon 静止系での崩壊過程

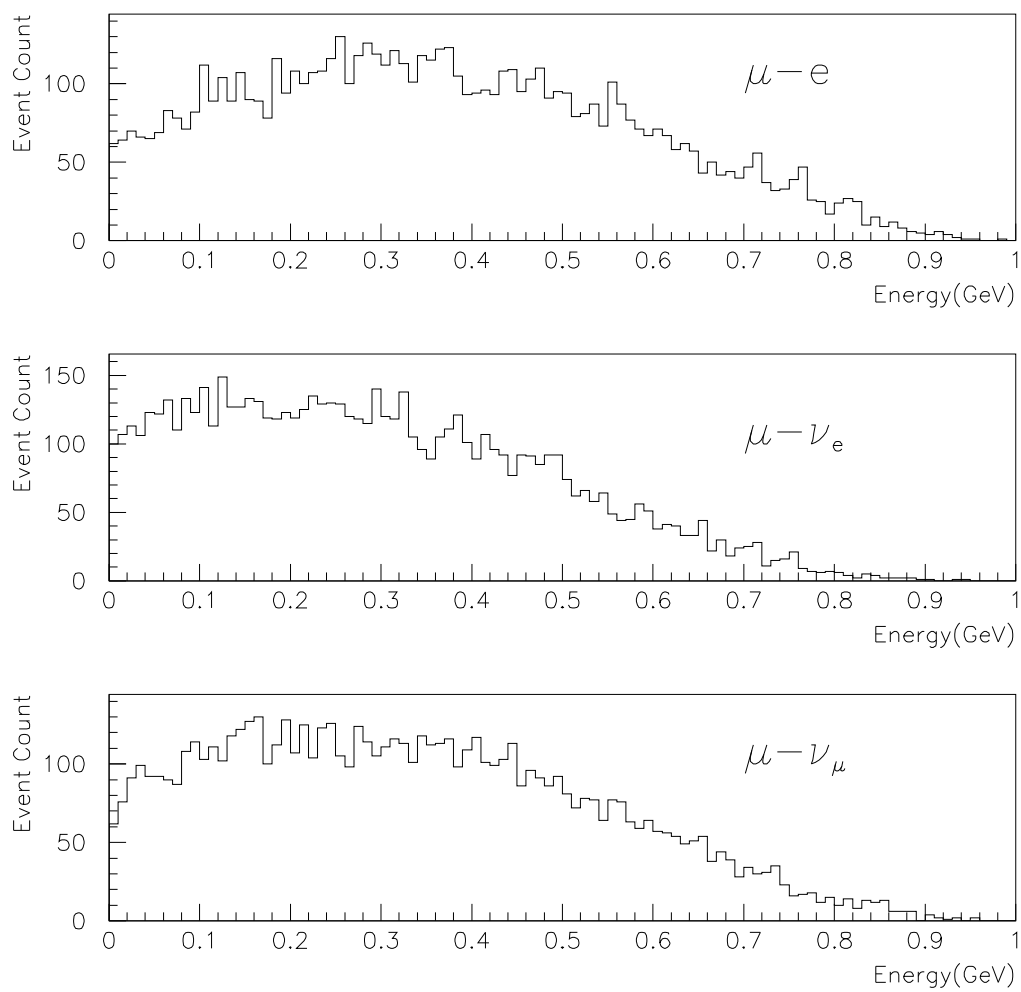


Figure 5.16: 偏極を考慮した1GeVのmuon崩壊による二次粒子のenergy spectrum

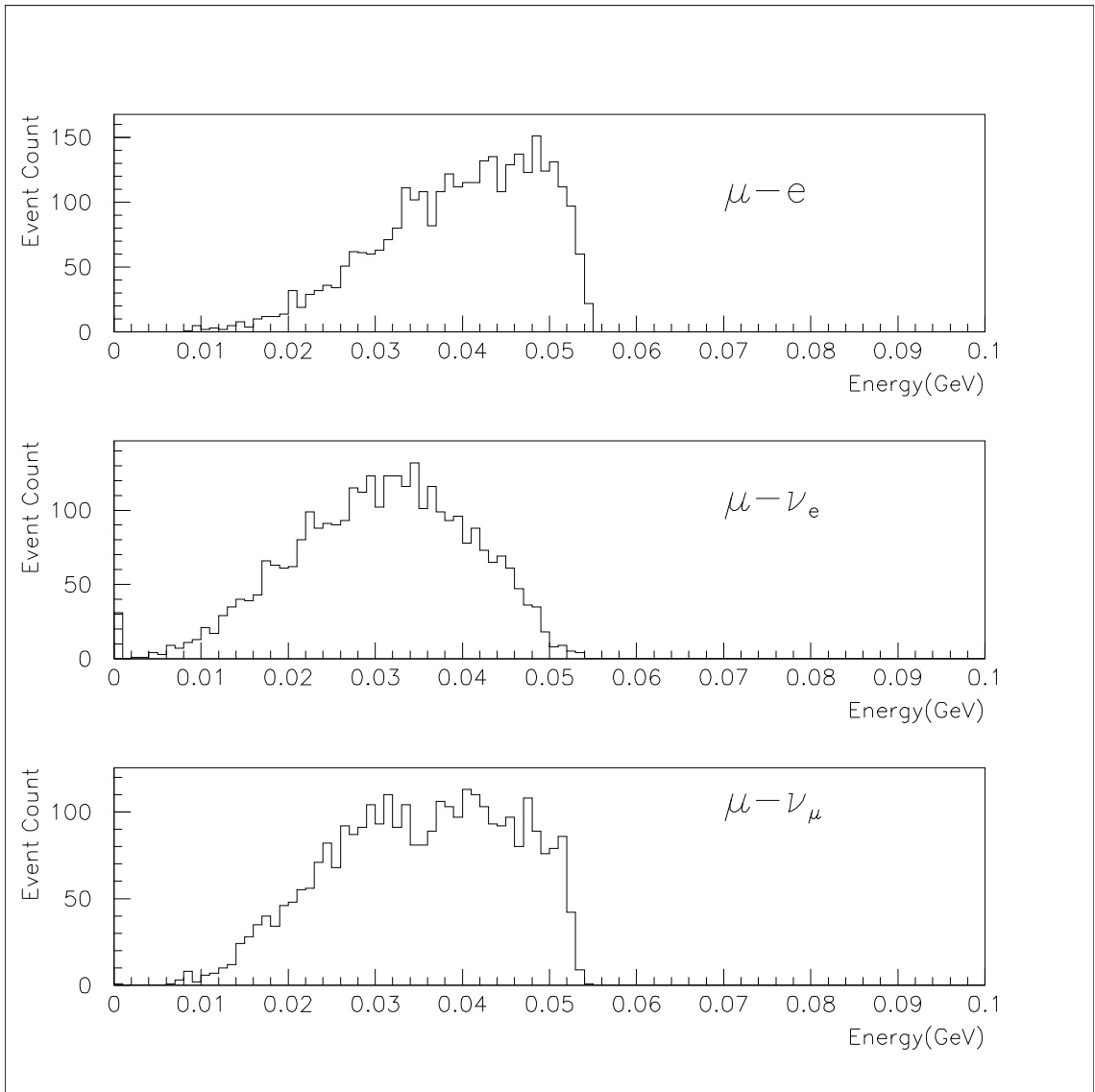


Figure 5.17: 偏極を考慮した stopping muon 崩壊による二次粒子の energy spectrum

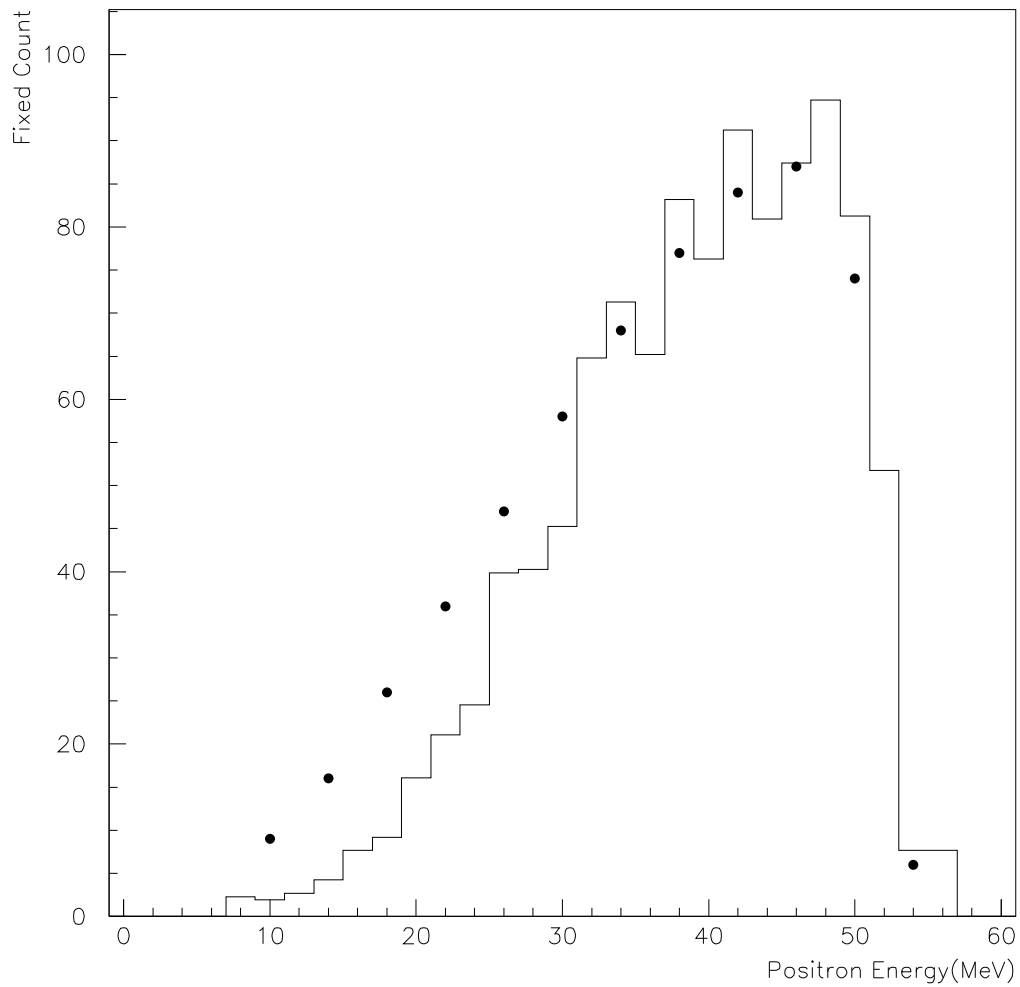


Figure 5.18: 偏極を考慮した stopping muon 崩壊からの電子の energy spectrum と実験データとの比較。●の実験データは [28] から抜粋。実験データと Monte Carlo は $E_e = 46\text{MeV}$ におけるイベント数と fit した。

5.6 muon のエネルギー損失

大気上層部で生成された muon が、崩壊もしくは地表まで到達するまでには、大気中を通過していくことになる。よってこの状況では、大気中での muon のエネルギー損失を入れたモンテカルロ計算が望ましい。 $E_\mu \sim$ 数 GeV の低エネルギー領域での muon のエネルギー損失過程としては、muon が大気を通過するさい、まわりの媒質を連続的に電離するのが主となっている。その他のエネルギー損失の原因として制動放射、核との電磁相互作用、そして e^+e^- 対の直接生成がある。これらは高エネルギー領域で目立っている。今は電離損失の場合のみ考える。muon の電離損失の割合を表す式としては Bethe-Bloch formula が知られている [29]。

$$\begin{aligned} \frac{dE}{dX} &= \alpha^2 2\pi N \lambda_e^2 \frac{Z m_e}{A \beta^2} \left(\ln \frac{2m_e \beta^2 \gamma^2 E'_m}{I^2(Z)} - 2\beta^2 + \frac{1}{4} \frac{E'_m{}^2}{E^2} - \delta \right) \\ \alpha &= 1/137.036; \text{結合定数}, N = 6.023 \times 10^{23}; \text{アボガドロ数}, \\ \beta &= p/E, \gamma = E/m_\mu, Z; \text{原子数}, A; \text{原子質量}, \\ \lambda_e &= 3.8616 \times 10^{-11}(\text{cm}); \text{electron のコンプトン波長}, I(z); \text{電離ポテンシャル} \end{aligned} \quad (5.30)$$

E'_m は electron の最大エネルギー移行量であり、

$$E'_m = 2m_e \frac{p^2}{m_e^2 + m_\mu^2 + 2m_e \sqrt{p^2 + m_\mu^2}} \quad (5.31)$$

また密度補正 δ は以下の様にパラメーター化されたのを使用する。

$$\begin{aligned} \delta(X) &= 4.6052X + a(X_1 - X)^m + C, & X_0 < X < X_1 \\ \delta(X) &= 4.6052X + C, & X > X_1 \\ X &= \log(\beta\gamma) \end{aligned} \quad (5.32)$$

ここでの定数

$$X_0 = 0.304 \quad X_1 = 2 \quad a = 0.533 \quad m = 3 \quad C = 3.998 \quad I(z) = 82 \times 10^{-9} \quad (5.33)$$

は [29] から抜粋した。以上を使用して求めたエネルギー損失を Fig 5.19 に示す。エネルギー損失の割合 dE/dX は、相対論的粒子のときほぼ一定であり、 $100GeV$ 程度の muon においては大体 $2MeV \cdot g^{-1} \cdot cm^2$ ぐらいであることがわかる。この結果によると、例えば大気の高層部 (\sim 数 g/cm^2) で出来た muon が地表 ($\sim 1000g/cm^2$) まで辿り着いたとすると、約 $2GeV$ のエネルギー損失が起こる計算となる。また、meson 崩壊から muon 崩壊の過程において数百 MeV もしくはそれ以上のエネルギー損失が起こりうる。よって、崩壊過程のシミュレーションには、これらを考慮した結果を求める。

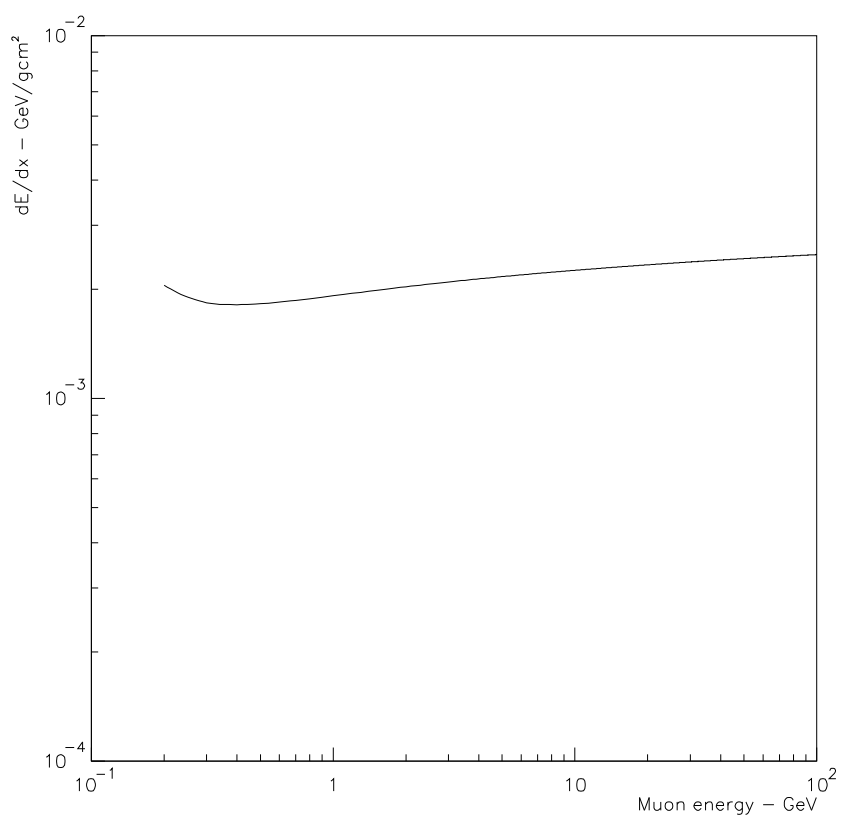


Figure 5.19: 電離損失による Muon のエネルギー損失

Chapter 6

大気ニュートリノフラックス

ここまでの Chapter で大気ニュートリノの生成過程と、そのチェックを行なった。それによると計算のアプローチの仕方によって、それぞれの過程に、結果の違い、不確実性が確認された。このような不確実性は大気ニュートリノフラックスの計算にどのような影響を与えるだろうか？

Chapter 6 ではここまでの計算結果を元に大気ニュートリノフラックスを求め、計算方法の違いによるフラックス量の違いを示す。また、ニュートリノの到達方向ごとにフラックス量、 ν_μ/ν_e を求め、到達するニュートリノの方向依存性を示す。さらに、以上の結果から大気ニュートリノ異常問題について論じる。

6.1 simulation program の概要

大気ニュートリノフラックス計算の simulation program は大きく以下の様に分けられる。(詳しくは Fig 6.1 参照)

1. 一次粒子生成部

(2.2) のエネルギー分布から一次宇宙線を選定する。同時にその宇宙線の観測地点から見た入射方向をランダムに選定する。その後、選ばれたエネルギー、入射方向を持つ一次宇宙線粒子が地表までたどり着けるかを、Chapter 3 で示した最低運動量の計算を用いて確認する。もし粒子が地表までたどり着けないのなら、最初のプロセスに戻る。

2. 相互作用部

一次宇宙線が大気に侵入後、大気との強い相互作用によって meson の生成を行なう過程。simulation program として LUND code を使用する。もし再び proton が生成されたら、もう一度 LUND code に通す。

3. meson, muon 崩壊部

相互作用部で生成された meson を崩壊確率に沿って大気中で崩壊させる。今回は π, K の大気との相互作用は考えないとする。また、そこから生成した muon も偏極の効果、大気中でのエ

エネルギー損失も考慮して崩壊させる。muon のエネルギー、入射方向によっては、崩壊せずに地表まで辿り着く muon も発生してくる。

4. Geometry 設定部

neutrino の観測する地点、大気密度、高度などについての設定を引き受ける。

イベント授受の手法として、primary→meson→muon→neutrino をフラックスの塊で見ていくのではなく、1 イベントごとに拾っていくことにした。この手法は時間がかかるが、より詳しく大気ニュートリノイベントを見ることが出来る。また、将来的に3次元でニュートリノイベントを追う為である。それに伴い空気シャワーのイベントはFig 6.2の様を追っていく。生成した粒子を地表に辿り着く迄追い、そのイベント完了後残りのイベントへ進む。

また、今回のシミュレーションにおいては、相互作用、崩壊の時の粒子の生成角度は考慮せず、すべての生成粒子は前方に散乱させるという一次元近似を採用した。(3次元散乱については後述)

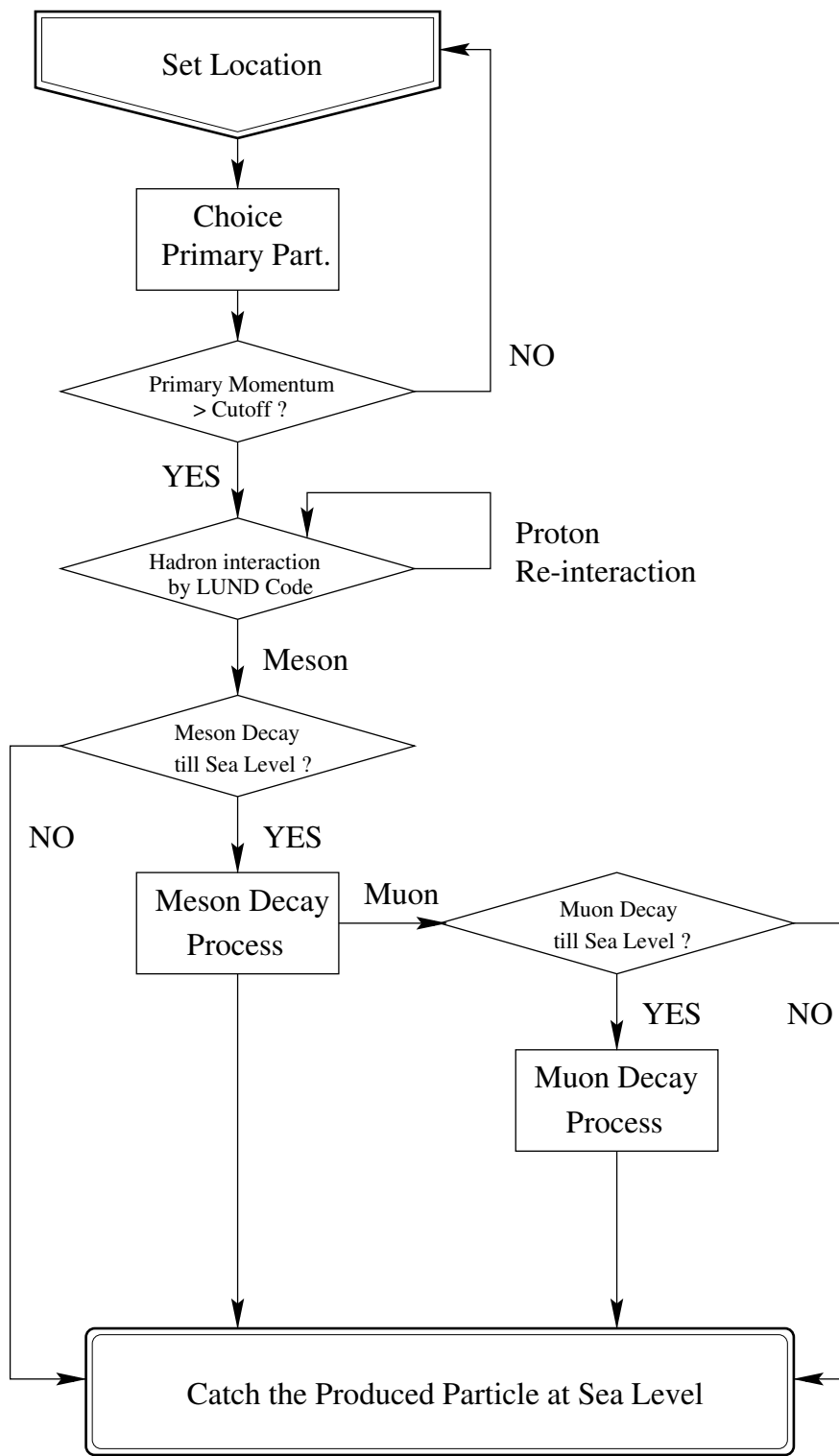


Figure 6.1: simulation program の概要図

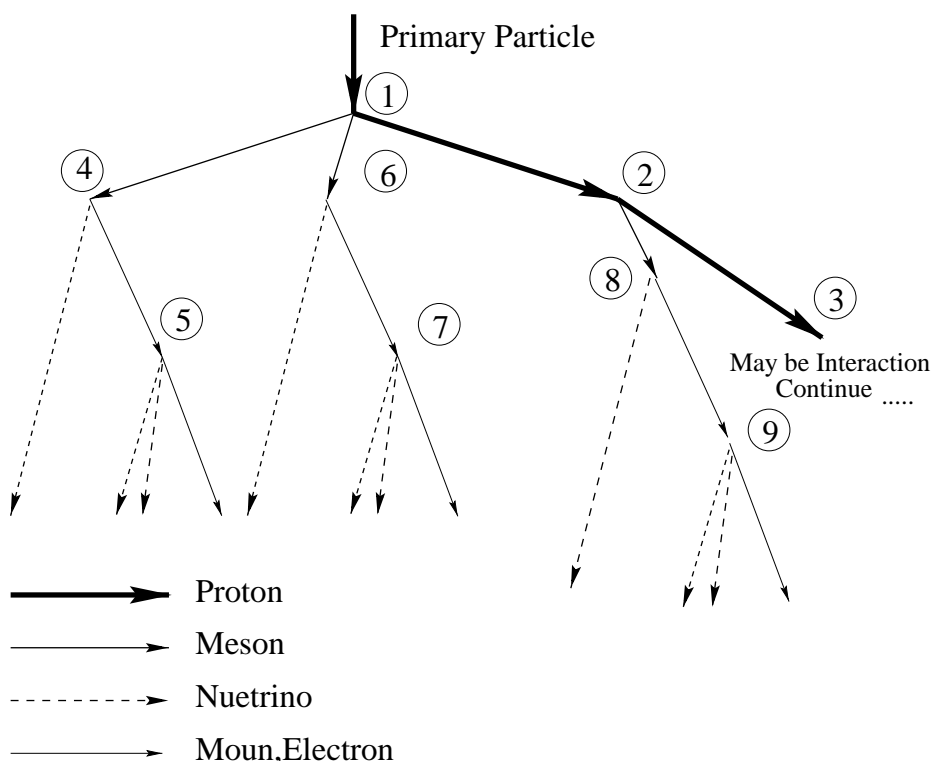


Figure 6.2: 空気シャワーの枝分かれのモデル。番号順にプロセスを進めていく。

6.2 データ解析

以下において計算結果を示す。生成ニュートリノのエネルギー領域は MeV 領域から十数 GeV 程度とする。これは 1GeV 付近のニュートリノを詳しく検証する為である。

始めは地球磁場において、dipole 磁場の近似を用いて一次宇宙線を選別した場合で考える。

6.2.1 大気ニュートリノのフラックス量

まず、ニュートリノと反ニュートリノの ν_μ, ν_e イベントのフラックスを Fig 6.3 に示す。ここでフラックス量を $Flux \times E_\nu^2$ とおく。これによると、大気ニュートリノフラックスの多くは 1GeV 以下の低エネルギー領域にあり、それに比べると GeV 領域のフラックス量は少ないことがわかる。また過去になされた大気ニュートリノフラックス計算も Fig 6.4 に掲載した。今回の計算と他の計算の詳しい比較は Section 6.4 に譲ることとする。

6.2.2 ニュートリノフラックスの角度依存性

次にフラックス量が到達する方向にどう依存するかをエネルギー領域ごとに見たのを Fig 6.5 から Fig 6.10 に示す。まず $E_\nu = 0.2 \sim 0.4 GeV$ の低エネルギー領域における Zenith Angle (緯度方向) 分布は殆ど平坦で、角度依存性は存在しない。これは、horizontal 方向は一次宇宙線の Rigidity Cutoff が高い敷居であり、それが低エネルギーのフラックス量にきいてくる。vertical 方向は一次宇宙線からの π, μ の崩壊長が粒子の飛程距離よりも長くなってしまふ為、高エネルギー領域ほどではないにしろ、ニュートリノ生成崩壊が起りにくく、フラックス量自体が少ない為である。

また、フラックス量の Azimuth Angle 分布を見ると、 $E_\nu = 0.2 \sim 0.4 GeV$ の領域においては ν_μ, ν_e 共に、顕著な東西効果が確認された。ニュートリノは西方向からは大量に入射し、東方向からは少ない。これは Fig 3.5 の Rigidity Cutoff の Azimuth Angle 依存とは逆の相関をとる。

以上の様な角度依存性はニュートリノのエネルギーが高くなってくると状況が変わっていく。Fig 6.7 における $E_\nu = 1 GeV$ の領域での Zenith Angle 分布を見ると、horizontal 方向において ν_μ, ν_e フラックス量のピークがあり、vertical 方向に向かうに従って、双対に減っているのがわかる。また ν_e イベントについては ν_μ イベントに比べてフラックス量の差が大きい。この辺のエネルギー領域になると、horizontal 方向からの μ は飛程距離が長いので崩壊しやすく、逆に vertical 方向は μ は崩壊せずに地表に到達してしまう影響が徐々に出てくる。ここで ν_e は μ の崩壊によって生成されるので、その影響をもろに受ける。また、Fig 6.8 における Azimuth Angle 分布を見ると、東西効果は低エネルギー領域ほどではない。よって、Rigidity Cutoff の影響が弱められてるのがわかる。 $E_\nu = 3 GeV$ (Fig 6.9, F) においては、Rigidity Cutoff の影響はさらに弱められ、フラックス量の horizontal-vertical 依存は大きくなる。

6.2.3 ニュートリノの生成比

大気ニュートリノ異常問題のそもそもの発端は、ニュートリノ生成比

$$\nu_\mu + \bar{\nu}_\mu \sim 2(\nu_e + \bar{\nu}_e) \quad (6.1)$$

という、反応過程から期待される理論値と、観測値がずれていることであった。だが、実際に、さまざまな要素が加わったシミュレーションを行う場合、この理論値は厳密にはどうなるのだろうか？

Fig 6.11から Fig 6.13においてニュートリノ生成比 $\nu_\mu + \bar{\nu}_\mu / \nu_e + \bar{\nu}_e$ と、ニュートリノと反ニュートリノの比 $\nu_e / \bar{\nu}_e, \nu_\mu / \bar{\nu}_\mu$ をニュートリノの到達方向別に示す。

まず Fig 6.11の全方向で平均したニュートリノ生成比 $\nu_\mu + \bar{\nu}_\mu / \nu_e + \bar{\nu}_e$ は $0.1 < E_\nu < 1\text{GeV}$ では $ratio \approx 2 \sim 2.3$ と理論値よりやや多め、 $E_\nu < 0.1\text{GeV}$ では ≈ 1.8 と、やや少なめである。これは μ が崩壊するとき ν_e のエネルギー分布が μ の偏極の影響により ν_μ に比べて低くシフトしているからである。(Fig 5.16参照) また $E_\nu > 1\text{GeV}$ では μ の崩壊が起きにくい為、ニュートリノ生成比はエネルギーに従って増加する。この影響は Fig 6.12における horizontal 方向ではほとんどないが、Fig 6.13における vertical 方向では非常に顕著である。Fig 6.14では $E_\nu > 1\text{GeV}$ にしぼって、ニュートリノ生成比の角度依存性を見る。それによると Zenith Angle が 0 近く (vertical 方向) になるとともに、ニュートリノ生成比も増加している。

Fig 6.11には全方向からのニュートリノと反ニュートリノの比も示した。それによると $0.1 < E_\nu < 1\text{GeV}$ において、 $\nu_e / \bar{\nu}_e \approx 1.2, \nu_\mu / \bar{\nu}_\mu \approx 1.$ となり、 ν_μ, ν_e でかなり違いのあるふるまいを見せる。これは生成過程の性質の違いに起因しており、低エネルギー領域での ν_μ は π^+ の場合、

$$\pi^+ \rightarrow \nu_\mu + \mu^+ \quad \mu^+ \rightarrow \bar{\nu}_\mu + e^+ + \nu_e \quad (6.2)$$

となり、muon がすべて崩壊したとすると一回の過程で必ず ν_μ と $\bar{\nu}_\mu$ が出来る。よって $\nu_\mu / \bar{\nu}_\mu$ は大気中を通過する muon の崩壊確率に依存する。ニュートリノのエネルギーが増加すると、muon の崩壊が減少し、今度は親の π^+ / π^- 比に近づいていく。 $\nu_\mu / \bar{\nu}_\mu$ の増加は、まずは vertical 方向で現れ (Fig 6.13)、horizontal 方向には高エネルギー領域になるまで現れない (Fig 6.12)。一方電子ニュートリノの方は親の π^+ / π^- 比が直接影響し、方向依存性はあまり見られない。ここで Chapter 4に戻ってほしい。Fig 4.16によると、核子-原子核相互作用において、一次宇宙線粒子に対し生成される π のエネルギーが高いと、 π^+ / π^- 比も高くなっていくのがわかる。しかし Fig 4.15によると、 $x = E_\pi / E_{proton} \approx 0.1 \sim 0.2$ 付近に多い為、実際の $\nu_e / \bar{\nu}_e$ 値には、あまり変化は見られない。しかし、一次宇宙線のフラックス量は $\sim E^{-2.7}$ で落ちていく。その為、ある高いエネルギーの π を考えた場合、高エネルギーの一次粒子の相互作用から、 $x \approx 0.2$ で発生する π より、低エネルギーの一次粒子からエネルギーをほとんど引き受けた π の方が多くなると思われる。よって $\nu_e / \bar{\nu}_e$ 値もエネルギーとともに徐々に大きくなっていく。

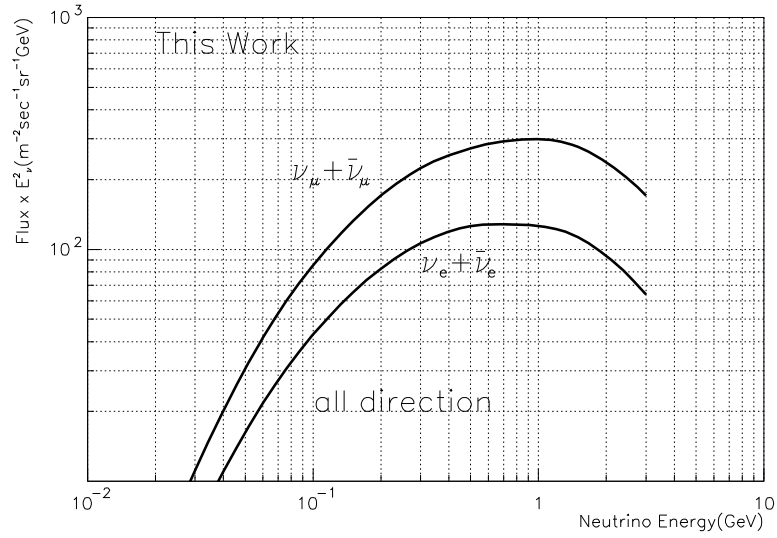


Figure 6.3: 神岡において期待される全方向からのニュートリノのエネルギー分布

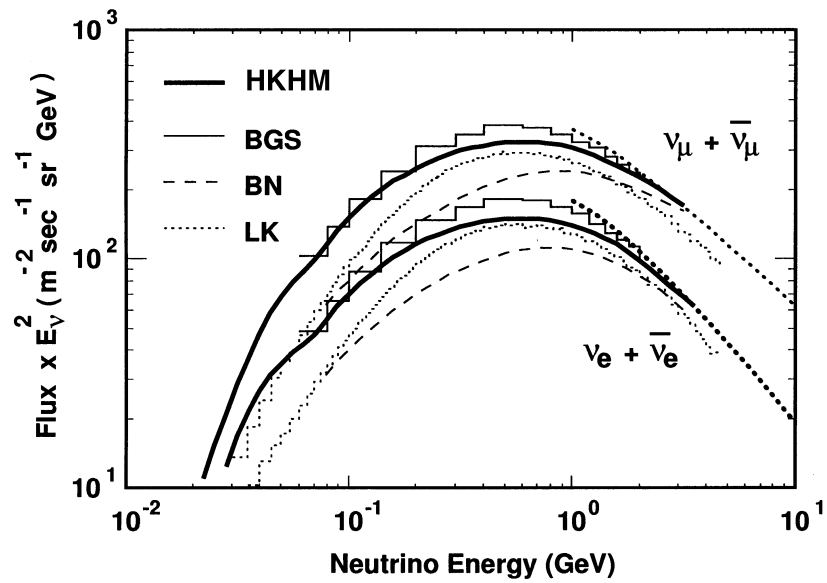


Figure 6.4: 過去の計算による、神岡において期待される全方向からのニュートリノのエネルギー分布。Honda et al(HKHM) [12]、Barr,Gaisser and Stanev(BGS)、Bugaev and Naumov(BN) [31]、Lee and Koh(LK) [32] の計算を抜粋した。

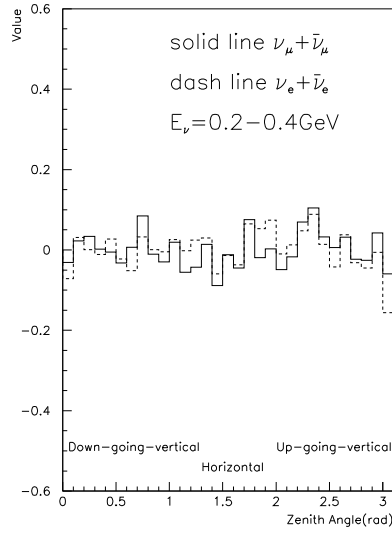


Figure 6.5: ミュー、電子ニュートリノフラックスの Zenith Angle 分布 $E=0.2-0.4\text{GeV}$. 縦軸の値は $Value = (F - \langle F \rangle) / \langle F \rangle$; F =Flux rate. 以下の図の Average Value は、すべてこの値である。

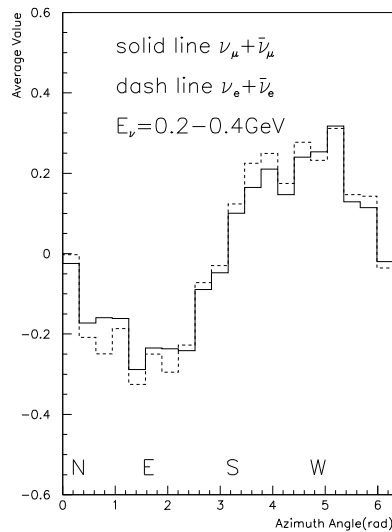


Figure 6.6: ミュー、電子ニュートリノフラックスの Azimuth Angle 分布 $E=0.2-0.4\text{GeV}$

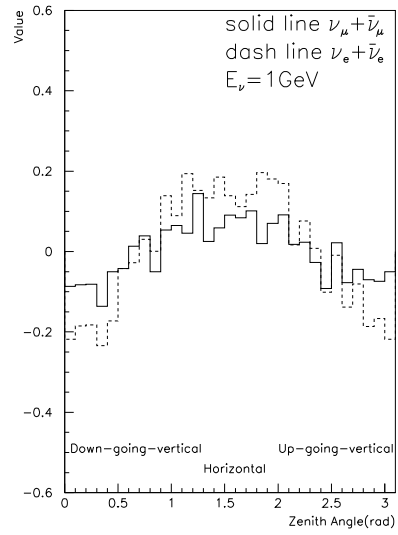


Figure 6.7: ミュー、電子ニュートリノフラックスの Zenith Angle 分布 $E=1\text{GeV}$

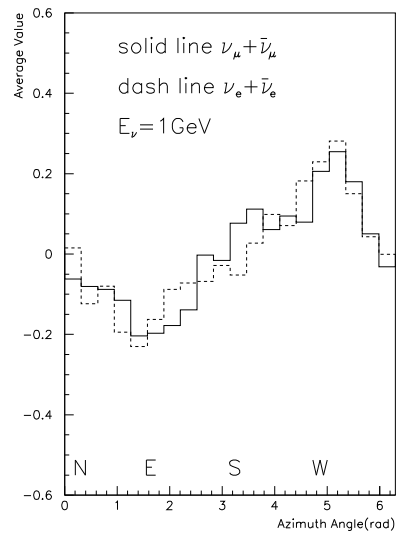


Figure 6.8: ミュー、電子ニュートリノフラックスの Azimuth Angle 分布 $E=1\text{GeV}$

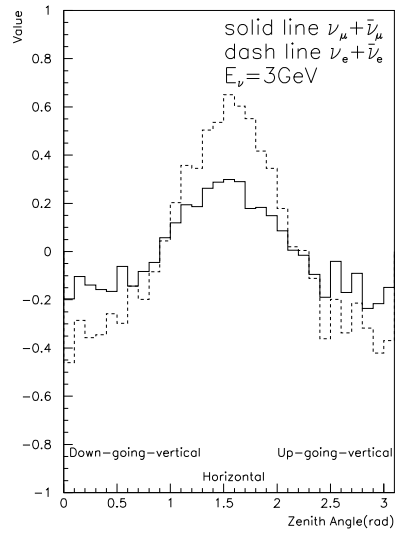


Figure 6.9: ミュー、電子ニュートリノフラックスの Zenith Angle 分布 $E=3\text{GeV}$

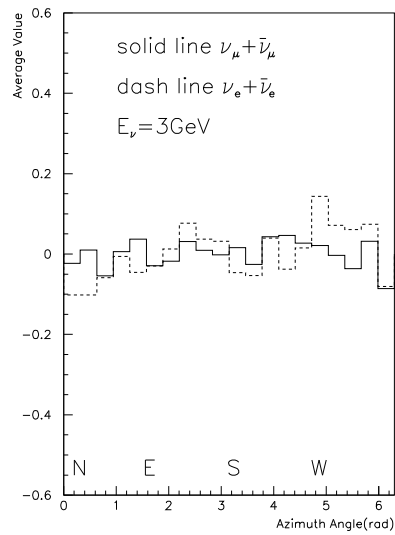


Figure 6.10: ミュー、電子ニュートリノフラックスの Azimuth Angle 分布 $E=3\text{GeV}$

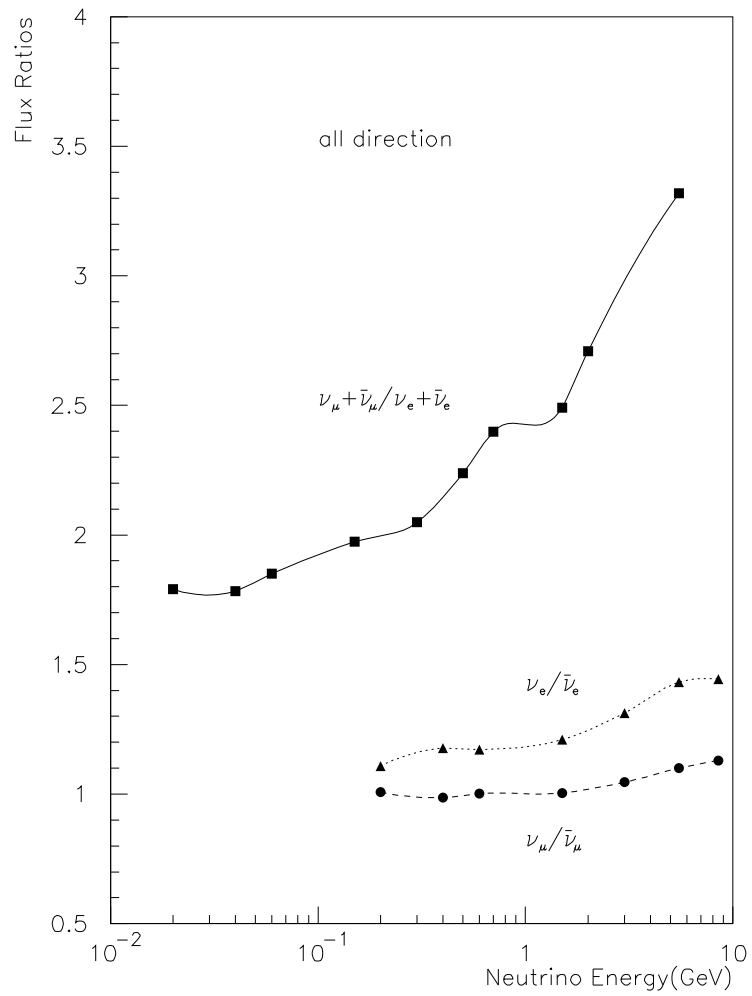


Figure 6.11: 全方向からのニュートリノ、反ニュートリノの荷電比とトータルのミューニュートリノ、電子ニュートリノの生成比

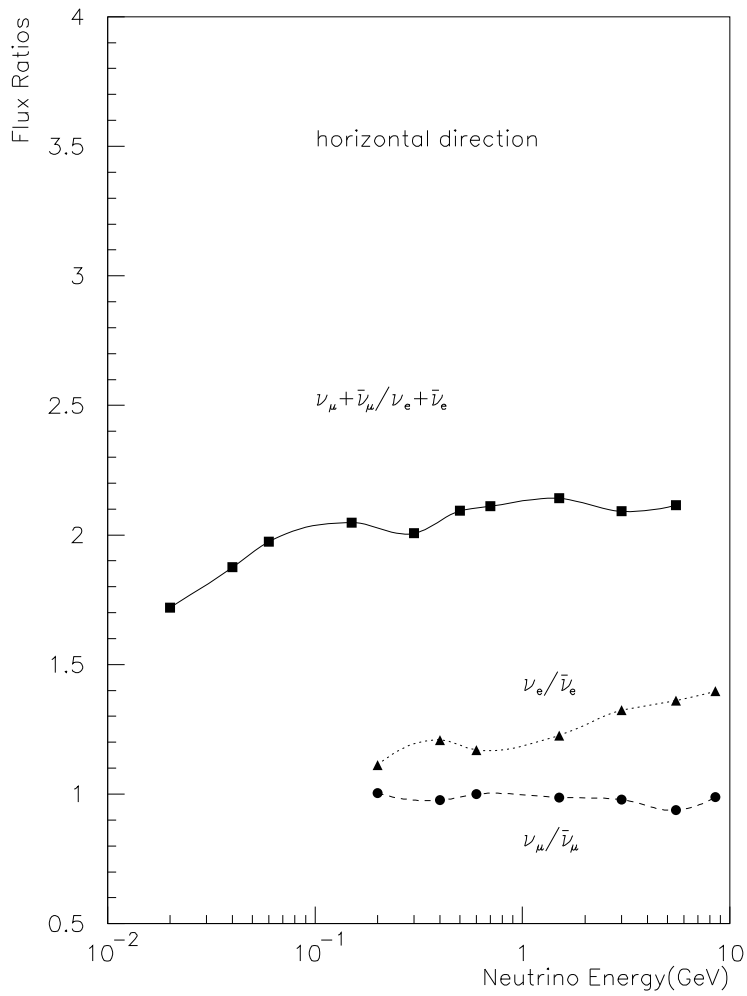


Figure 6.12: 水平方向からのニュートリノ、反ニュートリノの荷電比とトータルのミューニュートリノ、電子ニュートリノの生成比

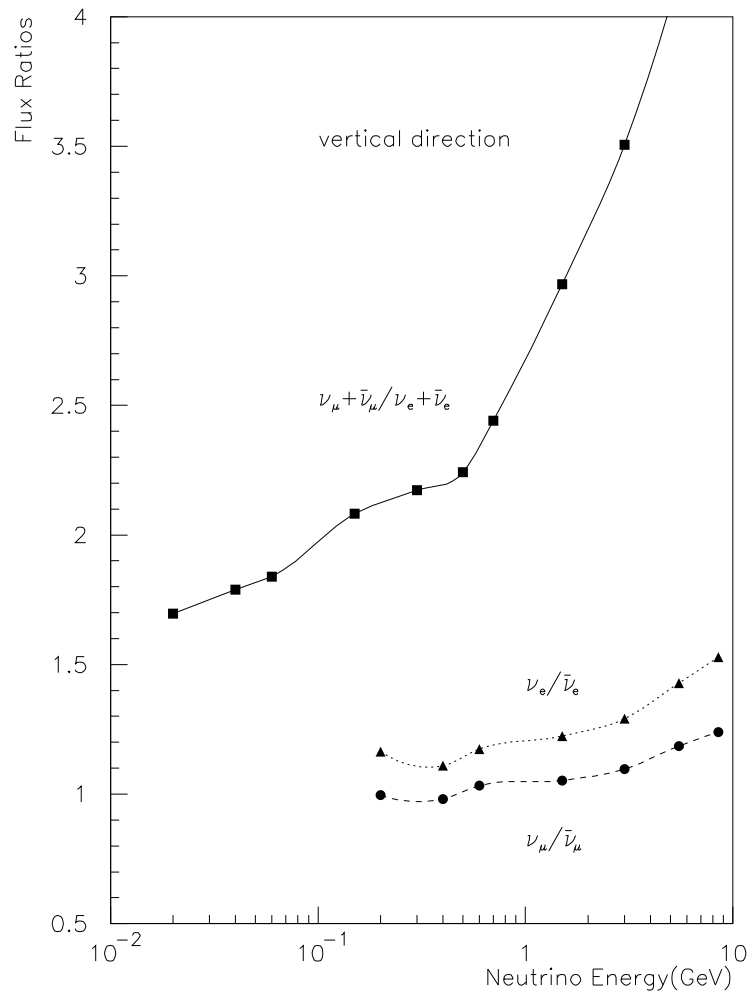


Figure 6.13: 鉛直方向からのニュートリノ、反ニュートリノの荷電比とトータルのミューニュートリノ、電子ニュートリノの生成比

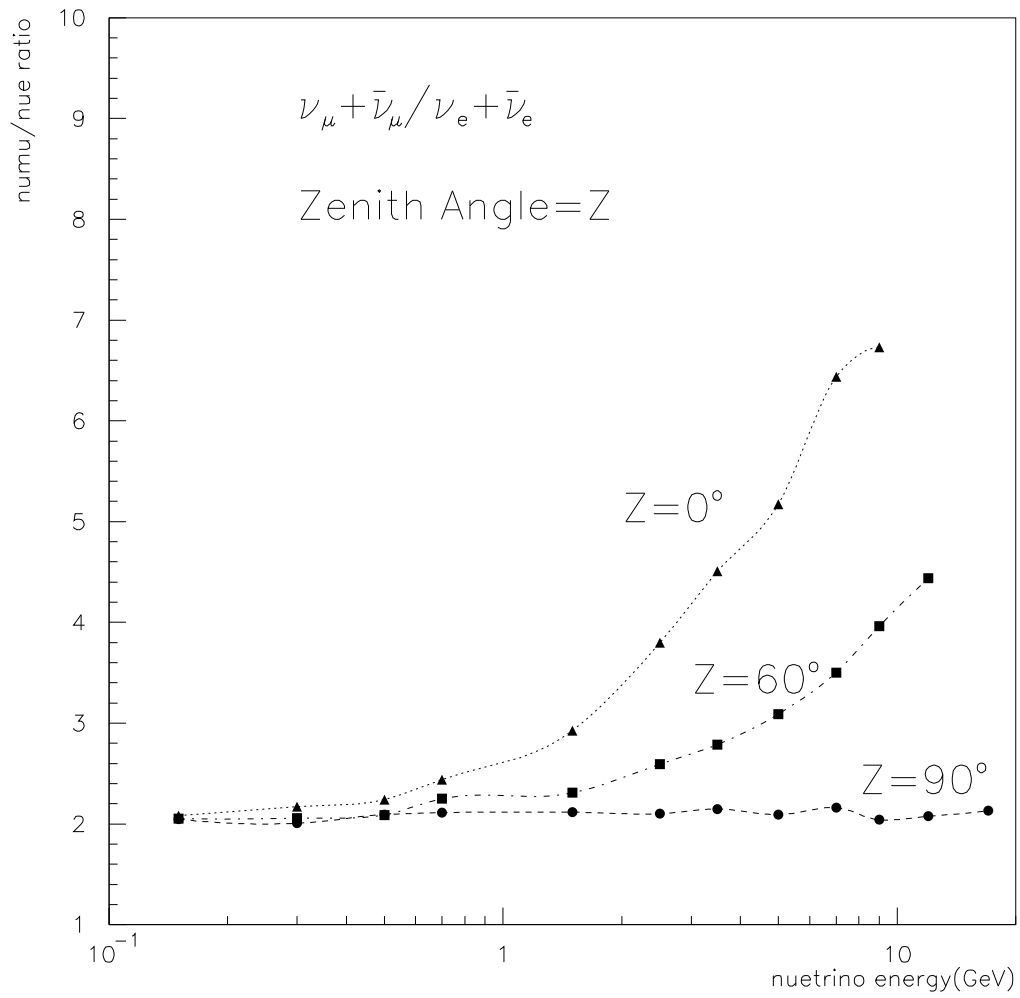


Figure 6.14: 0.1 GeV 以上のニュートリノ生成比の角度依存性。●;zenith angle= 90°、■;zenith angle= 60°、▲;zenith angle= 0° を示す。

6.3 simulation program の変更を行った場合 (地球磁場の simulation の変更)

ここまでは地球磁場として dipole 磁場の近似を用いた。この方法は計算が大変早くなるという利点があるが、実際の磁場とはややずれがある。よって地球磁場をより実際の磁場に近い、球面調和関数を用いたものを使用し、dipole 磁場近似計算との違いを示す。球面調和関数磁場と dipole 磁場自体の違いは Fig 3.1, Fig 3.2 を、一次宇宙線に与える影響の違いは Section 3.6 を参照されたい。

6.3.1 ニュートリノフラックスの角度依存性 (2)

ニュートリノフラックスの角度依存性については磁場を変えたことによって大きな変化が見られた。Fig 6.15 におけるニュートリノフラックスの Zenith Angle 分布を見てみると、horizontal 方向において大きな窪みが確認される。6.2.2 で述べた様に horizontal では一次宇宙線の Rigidity Cutoff が高い敷居であり、それが他の方向に比べて低エネルギーのフラックス量の減少につながるのだが、Fig 6.5 に比べて、その効果は絶大である。また、Fig 6.16 の Azimuth Angle 分布によると、Fig 6.6 と同じ様に東西効果が確認される。

しかし dipole 近似磁場による計算と、球面調和関数磁場による計算の最も大きなちがいは、Cutoff の影響を受けるエネルギー領域がずれている事である。例えば東西効果について検証する。dipole 近似磁場においては $E_\nu = 3\text{GeV}$ の領域ではほとんど影響がないが、球面調和関数磁場を用いた Fig 6.20 において東西効果が顕著に確認される。また、Zenith Angle 分布について $E_\nu = 1\text{GeV}$ の領域について Fig 6.17 と Fig 6.7 を比べてみる。dipole 近似磁場においては、horizontal 方向では $\pi - \mu$ 崩壊確率が多い為フラックス量が多く、vertical 方向では少ないという特徴が Cutoff 効果に比べ顕著に出てくるが、球面調和関数磁場においては Cutoff 効果が残っており、horizontal 方向のフラックス量は少ない。

これは dipole 近似磁場と球面調和関数磁場を用いた場合の Cutoff の絶対値の違いによるところが大きい。よって、磁場計算の違いによって、低エネルギー領域のフラックス量に多大な影響を及ぼす事が示された。

6.3.2 ニュートリノの生成比 (2)

ニュートリノフラックスの生成比については全方向分布について Fig 6.21 に示す。ここでは Fig 6.11 に示された dipole 磁場による計算とは大きな差位はみられなかった。

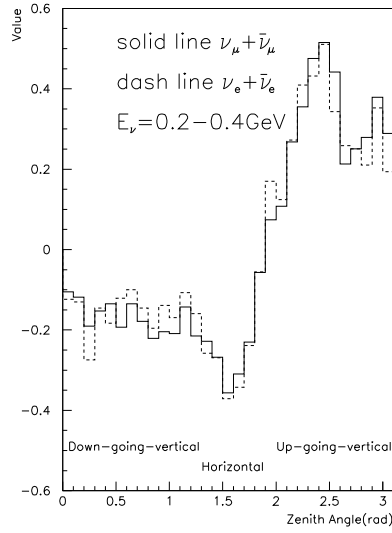


Figure 6.15: ミュー、電子ニュートリノフラックスの Zenith Angle 分布 $E=0.2-0.4\text{GeV}$ (2)。地球磁場について球面調和関数磁場を使用

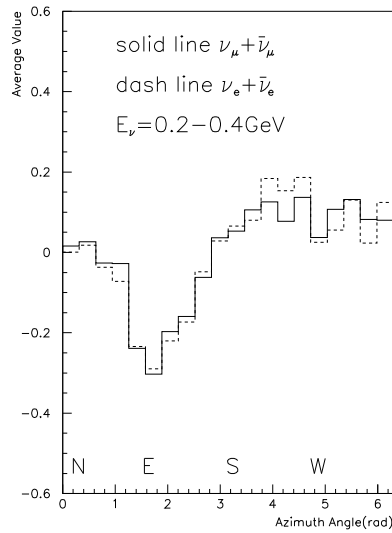


Figure 6.16: ミュー、電子ニュートリノフラックスの Azimuth Angle 分布 $E=0.2-0.4\text{GeV}$ (2)

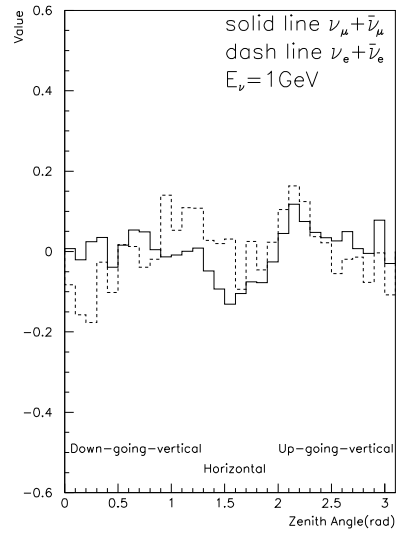


Figure 6.17: ミュー、電子ニュートリノフラックスの Zenith Angle 分布 E=1GeV

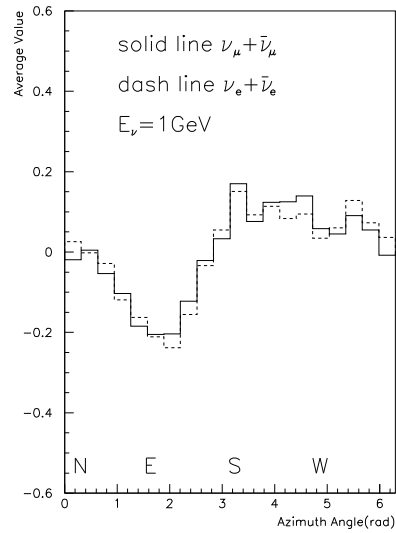


Figure 6.18: ミュー、電子ニュートリノフラックスの Azimuth Angle 分布 E=1GeV

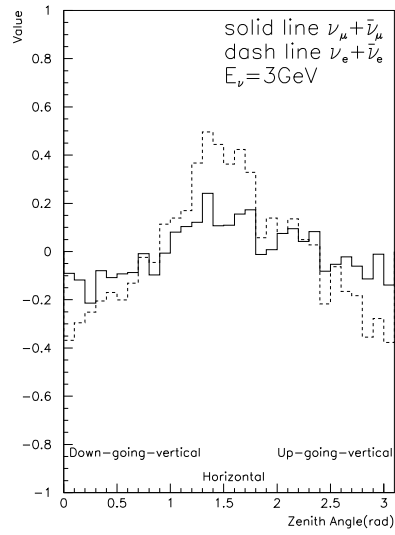


Figure 6.19: ミュー、電子ニュートリノフラックスの Zenith Angle 分布 $E=3\text{ GeV}$

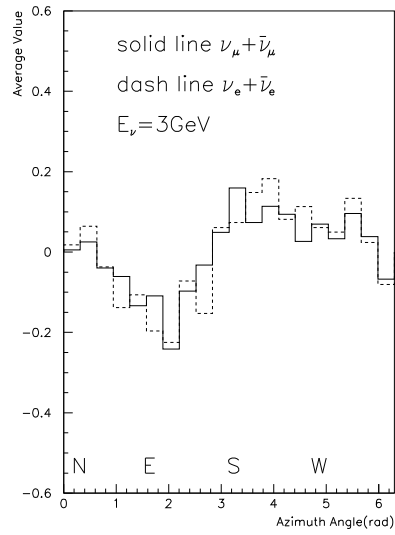


Figure 6.20: ミュー、電子ニュートリノフラックスの Azimuth Angle 分布 $E=3\text{ GeV}$

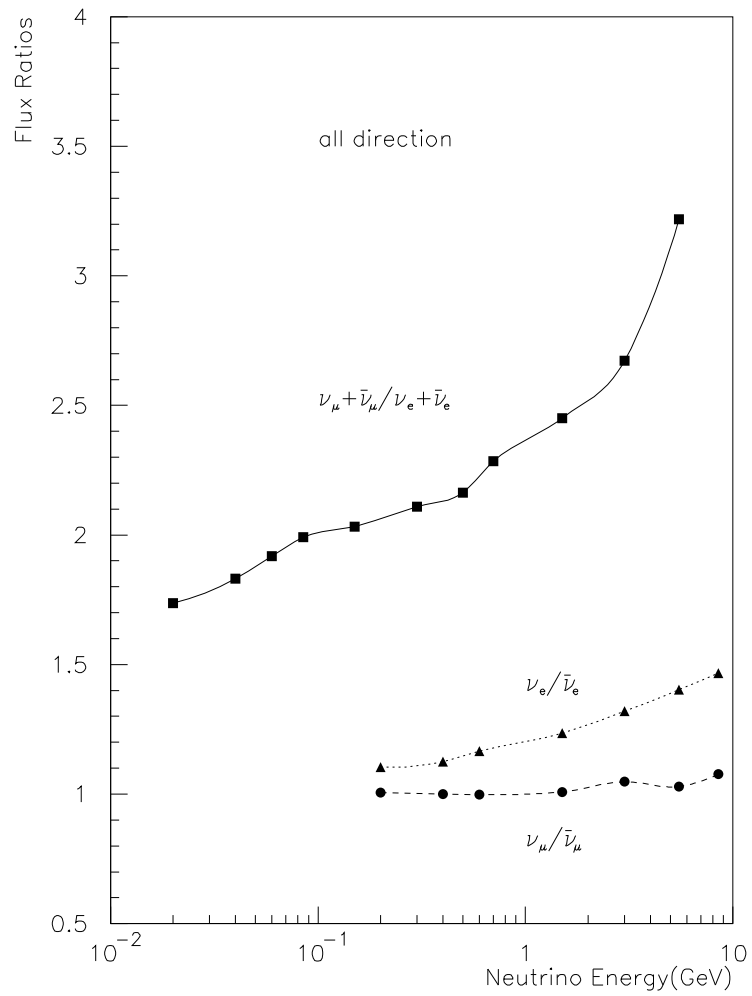


Figure 6.21: 全方向からのニュートリノ、反ニュートリノの荷電比とトータルのミューニュートリノ、電子ニュートリノの生成比

6.4 大気ニュートリノ異常問題

ここまでで、大気ニュートリノフラックスについて、フラックス量、方向依存性、生成比について論じた。これらから大気ニュートリノ異常問題について何が理解出来るだろうか。

Fig 6.22に、今回のフラックス計算と過去にすでになされた、いくつかのフラックス計算を重ね合わせてみた。過去の計算のうち、Bugaev and Naumov(BN) [31] の計算は他の4つの計算 (by Honda et al(HKHM) [12], by Barr, Gaisser and Stanev(BGS) [30], by Lee and Koh(LK) [32], This Work) に比べて、低エネルギー領域 ($E_\nu < 500 MeV$) において、ニュートリノフラックスの量が少ない。このフラックス値の標準化における違いはニュートリノ振動について $\nu_\mu \leftrightarrow \nu_e$ の解釈を提案するものとなる。BN と他の計算の大きな違いは、核子-原子核相互作用過程において pion の平均多重度が少ないことである。このことがニュートリノフラックスにも影響を与える。

大気ニュートリノの検出は、検出器中の物質との相互作用によって生成される荷電粒子を観測することにより行なう。相互作用の過程はニュートリノ、反ニュートリノ各々について以下の様になる。

- 1) $\nu_l N \rightarrow l^\pm N'$ 荷電カレント準弾性散乱
- 2) $\nu_l N \rightarrow l^\pm N' \pi$ 荷電カレント Δ 生成
- 3) $\nu_l N \rightarrow l^\pm N' m \pi$ 荷電カレント π 多重発生 ($m \geq 1$)
- 4) $\nu_l N \rightarrow \nu_l N' \pi$ 中性カレント Δ 生成
- 5) $\nu_l N \rightarrow \nu_l N' m \pi$ 中性カレント π 多重発生 ($m \geq 1$)

荷電カレント準弾性散乱においては、生成される電子・ μ 粒子の区別を行うことによって、もとのニュートリノのフレーバーを知ることが出来る。 π 中間子が生成される反応ではフレーバーの識別は困難になり、中性カレント反応では不可能である [1]。

Fig 6.23はHKHMによるカミオカンデにおける電子・ μ イベントの期待値と実測値の比較である。実際に観測される電子が simulation の結果と一致しており、 $\nu_\mu \leftrightarrow \nu_\tau$ のモードによる振動の解釈に好都合になっている。一方、フラックス量が少ない場合は、振動において ν_e も含めた解釈が必要となる。

今回の計算においては、フラックスのふるまいによると、 $\nu_\mu \leftrightarrow \nu_\tau$ による振動の可能性を示唆している。しかし、今回の計算はニュートリノの相互作用を考慮していない上、 π, K の相互作用、反応過程における粒子の散乱による3次元分布も考慮していない。よってニュートリノ振動については今回の計算では何とも言えない。

また、HKHM, BGS, LK, BN それぞれにおけるニュートリノの生成比を Fig 6.24に示す。今回の計算結果である Fig 6.21も含めて見ると、 $E_\nu < 0.1 GeV$ で $\nu_\mu + \bar{\nu}_\mu / \nu_e + \bar{\nu}_e$ は2を切るものの、 $0.1 < E_\nu < 1 GeV$ では ~ 2 、それ以上のエネルギーになると、生成比は < 2 になるといくというふるまいは共通している。つまり、観測値の様に $\nu_\mu + \bar{\nu}_\mu / \nu_e + \bar{\nu}_e$ が ~ 1 になることは解析計算の上ではないといえる。

Fig 6.25に、カミオカンデにおいて観測されたニュートリノの生成比の解析結果と、今回の計算

によるニュートリノの生成比の比較を示した。これによると、地球裏側からのニュートリノの生成比は、観測値が計算値の半分以下であることが示された。もし、ニュートリノ振動があるとすると、地球裏側からのニュートリノは飛行距離が長い為、振動の影響が大きいと予想される。その点において、この結果は興味深い。

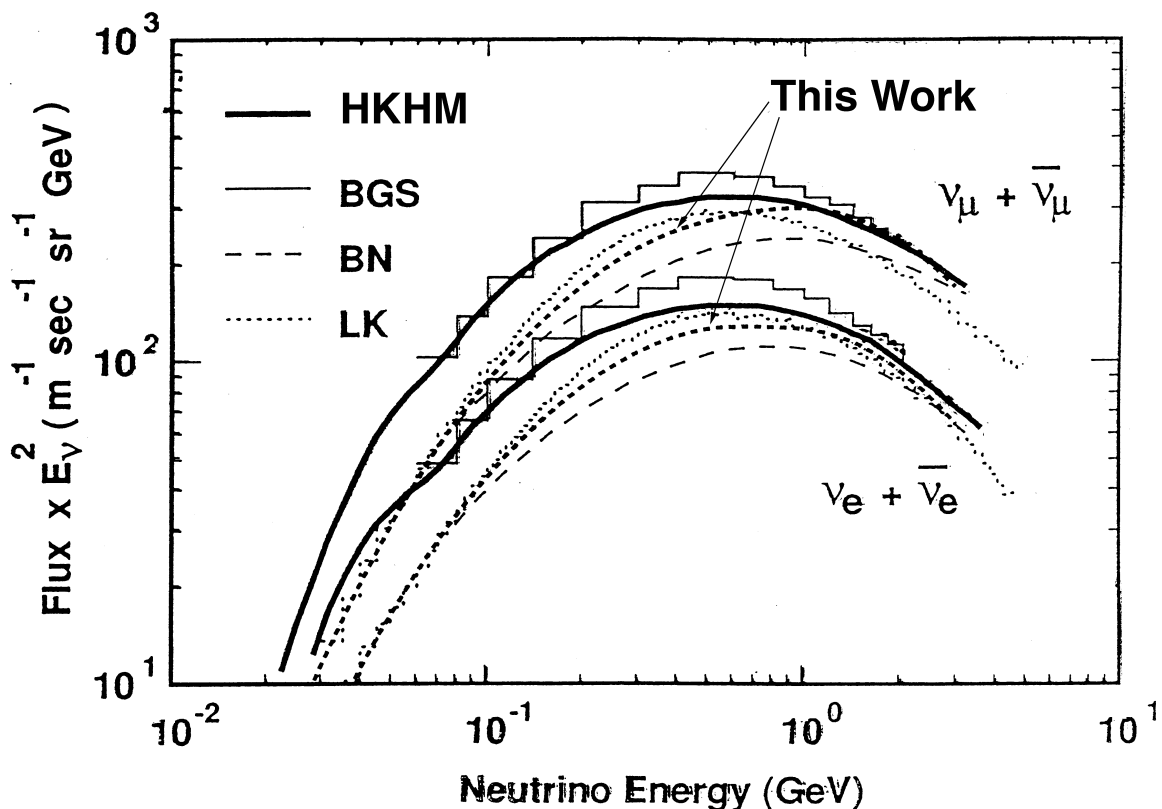


Figure 6.22: 大気ニュートリノフラックスの今回の計算と、他でなされた計算結果の比較。Fig 6.3と Fig 6.4の結果を合わせたものである。ここで太い dot line が今回の計算によるもの

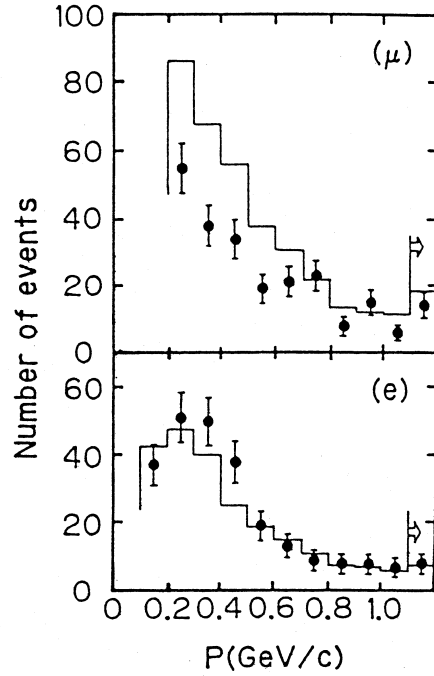


Figure 6.23: HKHM によるカミオカンデにおける e -event と μ -event の観測期待値と実際の観測値の比較 [33]

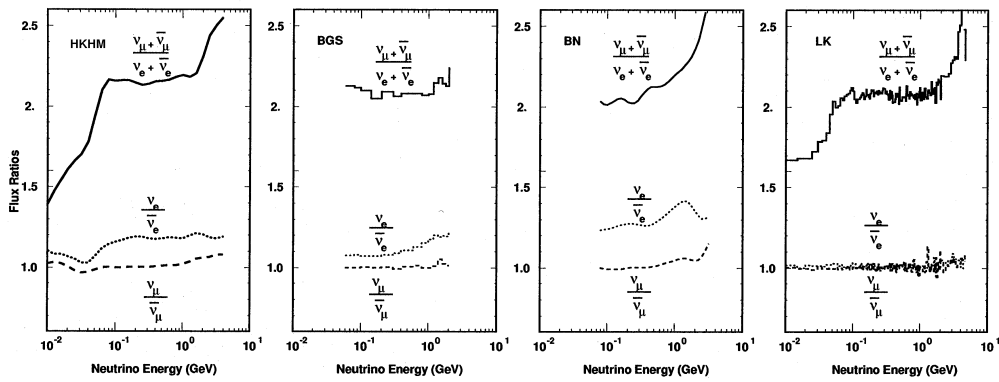


Figure 6.24: HKHM,BGS,BN,LK の計算によるニュートリノ生成比

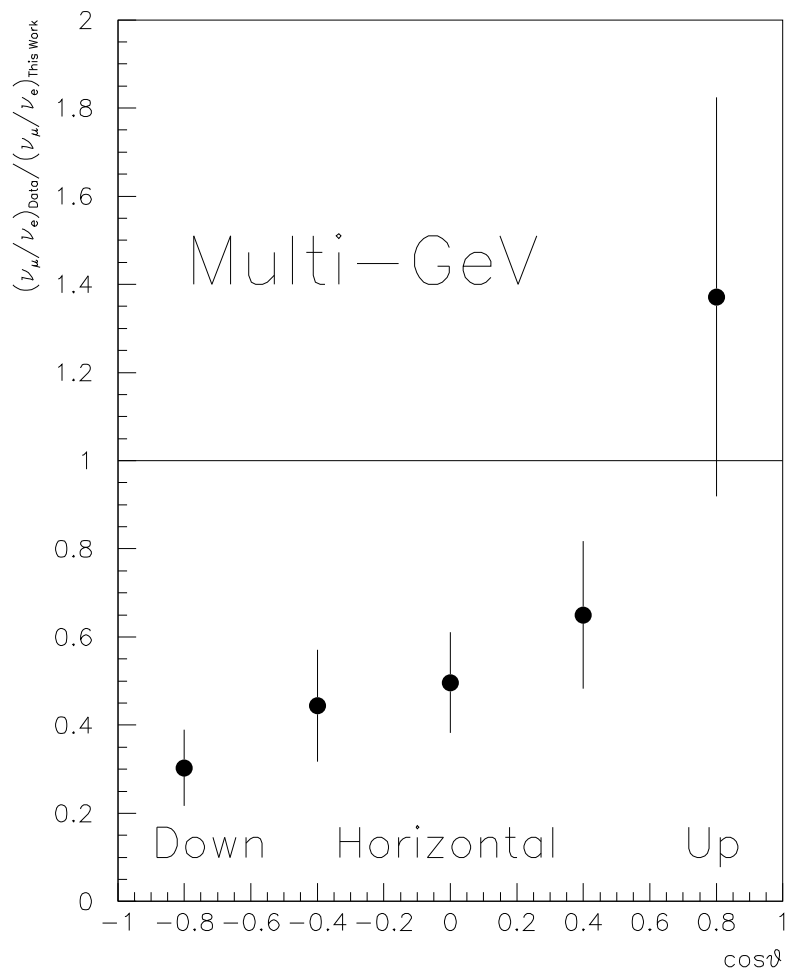


Figure 6.25: カミオカンデにおいて観測されたニュートリノの生成比の解析結果 [33] と、今回の計算によるニュートリノの生成比の比較。計算におけるニュートリノの検出能率は 100% とした

6.5 simulation における問題点、課題

今回開発した simulation program は観測点を目標に一次宇宙線の方向とニュートリノ生成方向を一致させた一次元近似による大気ニュートリノフラックス計算である。この方法はもちろん厳密には正しいものではない。実際の大気中での粒子のふるまいは常に観測点を向いている訳ではなく、大気中における粒子の相互作用、崩壊による散乱角度の依存がある。この場合一次宇宙線が観測点方向を向いていても、ニュートリノイベント自体は観測点には直接かからない。一方他のイベントから観測点にかかるイベントが補正されうる。しかし散乱角度によっては発生したニュートリノが地球外へ脱出してしまう事も考慮しなければならない。

これらのことを考慮した、ニュートリノフラックスの三次元分布の simulation program を開発するのは可能である。一次宇宙線を地球上の大気上空すべての座標 (緯度、経度)、方向でランダムに発生させ、その場所における Cutoff 計算により一次宇宙線を選別する。その後一次宇宙線の侵入方向に相互作用、崩壊による散乱角を足してゆき、ニュートリノの座標、方向を求める。そこでニュートリノの進行経路が地上の観測点にかかるイベントのみを選び出す。

ここで program 上の問題が生じる。この様なふるまいをする program において解析可能なイベントを集める迄、かなりの時間を要するのである。特に深刻なのは Cutoff 計算のプロセスである。このプロセスの高速化は重要な課題である。

また、現在のプログラムにおいても問題点がある。核子 - 原子核相互作用のプロセスにおいて、加速器データと完全には一致しない部分、もしくは simulation と比べるデータがない部分が存在することである。また、meson(π, K) と大気の相互作用の過程も今回は考慮していない。これらの不確定性は直接に大気ニュートリノフラックスのエネルギー分布に影響してくる為、早急な確認が必要である。

さらに、大気ニュートリノ異常問題の議論をさらにすすめる上で、ニュートリノ反応過程を今回開発したプログラムに組み入れ、実際のニュートリノイベントの観測値と比べなければならない。

Chapter 7

Conclusion

大気ニュートリノフラックスの数値計算はニュートリノ振動の証拠のひとつと考えられる、大気ニュートリノ異常問題の検証の上で非常に重要である。今回の研究では、計算のそれぞれの過程についての検証を行なった。

まず、一次宇宙線のエネルギースペクトラムは低エネルギー領域においていくらかの不確定要素があるものの、(2.2)のFitting関数と観測データは、ほぼ合っている。数値計算においては、この分布にしたがって大気へ入射する一次宇宙線のエネルギー、粒子を選んだ。

また、地球磁場が、一次宇宙線粒子の運動量、入射方向に強く依存して大気への入射粒子に影響を与えることを示した。これはまた大気ニュートリノフラックス自身にも影響してくる。

核子-原子核相互作用についてはある程度の不確定性が解決していないものの、simulationと加速器の実験データは、ほぼ一致した。

以上の結果に崩壊過程、大気のGeometryを加えて、大気ニュートリノフラックスのsimulation programを開発した。

解析の結果、ニュートリノフラックスにおける強い方向依存性と、ニュートリノ生成比におけるエネルギー依存性が確認された。特にニュートリノフラックスの方向依存性については、今回の計算で用意したdipole磁場と球面調和関数磁場の違いによって、方向依存性の強さに大きな差が生じた。

また、大気ニュートリノフラックスが、 $\nu_\mu \leftrightarrow \nu_\tau$ の振動の可能性を示した過去の計算結果と同程度となった。だが今回はまだ計算自身に不確定要素(1次元近似にしたことなど)があり、また、ニュートリノの観測における反応過程を盛り込んでいないため、まだ不完全である。

今後の予定として、今回開発したプログラムに3次元分布、ニュートリノ反応過程を盛り込み、大気ニュートリノ異常問題の検証の上で重要な指針となしたい。

謝辞

今回の研究テーマを与えてくださった鈴木先生には大変お世話になりました。また、泡箱のみなさんには物理も計算機もわからなかった私に色々教えてくださってありがとうございました。

あと、私をここまで育ててくれ、援助してくれた両親に感謝します。

Bibliography

- [1] M.Nakahata et al.,J.Phys.Soc.Jpn.55(1986)3786
- [2] Y.Fukuda et al.,Phys.Lett.B335(1994)237
- [3] D.Casper et al.,Phys.Rev.Lett.66(1991)2561
- [4] R.Becker-Szendy et al.,Phys.Rev.D46(1992)3720
- [5] T.Kafka Talk at the TAUP 93 Conf.,Gran Sasso,Sep.1993
- [6] Ch.Berger et al.,Phys.Lett.B227(1989)489
- [7] N.Aglietta et al.,Europhys.Lett.8(1989)611
- [8] 真木 晶弘 ”高エネルギー物理学実験” 丸善
- [9] J.A.Simpson,Ann.Revs.Nucl.and Part.Sci.33(1983)323
- [10] W.R.Webber and J.A.Lezniak,Astrophys.Space Sci.30(1974)361
- [11] K.Nagashima et al.,il Nuovo Ciment 12(1989)173
- [12] M.Honda et al.,Phys.Rev.D52(1995)4985
- [13] R.A.Alpher et al.,J.Geophys.Res.,55(1950)437
- [14] D.R.Brraclough et al.(IAGA Division I Working Group 1)
J.Geomag.Geolectr.,37(1985)1157
- [15] 理科年表 平成 2 年版 国立天文台編
- [16] K.G.McCracken,J.Geophys.Res.,67(1962)423
- [17] D.J.Cooke,Phys.Rev.Lett.51(1983)320
- [18] R.J.Glauber and G.Matthiae,Nucl.Phys.B21(1970)135

- [19] B.N.Almqvist and E.Stenlund,Comput.Phys.Commun.,43(1987)387
- [20] T.Eichten et al.,Nucl.Phys.B44(1972)333
- [21] M.Antinucci et al.,Lett.al Nuovo Cimento,6(1973)121
- [22] S.Fredriksson et al.,Physics Report 144(1987)page 209
- [23] Bonn-Hamburg-Munich Collaboration (V. Blobel et al.),Nucl.Phys.B69(1974)454
- [24] M.Shibata,Phys.Rev.,D24(1981)1847
- [25] T.K.Gaisser "Cosmic Ray and Particle Physics" Cambrige University Press 1990
- [26] Particle Data Group,Phys.Lett.B239(1990)page III.45
- [27] B.Balke et al.,Phys.Rev.D37(1988)587
- [28] D.A.Bryman et al.,Phys.Rev.D33(1986)1211
- [29] W.Lohmann et al.,CERN report 85-03(1985)
- [30] T.K.Gaisser,T.Stanev and G.Barr,Phys.Rev.D38(1988)85
- [31] E.V.Bugaev and V.A.Naumov,Phys.Lett.B232(1989)391
- [32] H.Lee and Y.Koh,Nuovo Ciment B 105(1989)884
- [33] T.Kajita, Measurement of the Solar and Atmospheric Neutrino Fluxes in Kamiokande,
Lecture presented at the 5th BCSPIN Summer School in Physics,Kathmandu,Neparl,May-
June,1994