

「ニュートリノ振動」

東北大学ニュートリノ科学研究センター
准教授・末包 文彦

http://www.awa.tohoku.ac.jp/~suekane/KASKA/homepage/For_Physicists.pdf

2010 年

この説明は、これまでの論文、解説記事、発表スライド、授業、集中講義などを元にしてまとめたものです。物理的描像をつかみやすくするために話を単純化している部分もあります。内容に明らかな間違いなどあれば指摘していただければ幸いです。

2017 年追記：

本解説は、より深く広く書き直し、 θ_{13} 測定までの最新の情報を入れ、
"Neutrino Oscillations: A Practical Guide to Basics and Applications",
by Fumihiko Suekane. (<http://www.springer.com/jp/book/9784431554615>)
として Springer より 2015 年に出版されました。本書は 2016 年の CERN courier
でも良く評価されました(<http://cerncourier.com/cws/article/cern/65822>).

また、本解説で紹介している振動・混合現象に関連する他の重要な物理は、
2016 年に森北出版より出版された、

「**現代素粒子物理：実験的観点から見る標準理論**」，末包文彦，久世正弘，白井純平，湯田春雄著 (<http://www.morikita.co.jp/books/book/3018>)の中で、より広範囲に解説しています。本書は 2017 年の物理学会誌書評でも良く評価されました(https://www.jps.or.jp/books/newbook/rev_2017.php).

これらもお楽しみください。

内容

I. ニュートリノ振動

I-1, 静止しているニュートリノの振動

I-2, 相対論的に運動しているニュートリノの振動 =

I-3, フレーバー遷移の起源 =

I-4, 世代のニュートリノ振動 =

II. これまでのニュートリノ振動実験の結果

= 振動パラメーターの測定値 =

= 遷移振幅の大きさは? =

III. 近未来のニュートリノ振動実験

= 今後の課題とその解決方法 =

- 4つの課題

= θ_{13} 測定 =

- DoubleChooz 実験による直接測定

- 加速器による「 θ_{13} 」測定との相補性と課題解決

- 加速器での反ニュートリノモードでの実験と課題解決

IV. 将来の原子炉 ν 振動実験の可能性

= 原子炉ニュートリノ実験の位置づけ =

= 原子炉ニュートリノ実験の可能性 =

- 原子炉ニュートリノによる $\sin^2 2\theta_{12}$ の精密測定

- 原子炉ニュートリノによる Δm_{13}^2 の測定

- 原子炉ニュートリノによる $\sin^2 2\theta_{13}$ の超高精度測定

V. まとめ

I. ニュートリノ振動

以下議論を簡単にするため、荷電レプトンが質量固有状態でニュートリノのみに混合がある立場で考える。また最終的に相対論的な実験条件の場合を考えると、カイラリティの変化は最初から無視する。ここではニュートリノ振動を一般的な解説とは少し違った角度から見てみる。

[I-1] 静止しているニュートリノの振動

最初、静止している 2 成分のニュートリノの場合を考える。粒子が静止しているということは、運動量が正確に 0 であるということなので、不確定性原理より、波動関数は空間的には無限に広がっていて、時間の関数だけであることを意味する。実験的にニュートリノを生成・検出することは弱い相互作用を通じてしかできないので、図 I-1-1 のように、電子と対になり W 粒子と結合するニュートリノの状態を電子ニュートリノ； ν_e 、 μ と対になるニュートリノの状態を μ ニュートリノ； ν_μ と定義し、これらの状態を基本状態として考える。



図 I-1-1 ν_e 状態と ν_μ 状態の定義.

任意の時刻でのニュートリノの状態は、一般にこれら 2 つの基本状態の重ね合わせとなる。

$$\psi_\nu(t) = c_e(t)|\nu_e\rangle + c_\mu(t)|\nu_\mu\rangle \quad \text{ただし、} |c_e(t)|^2 + |c_\mu(t)|^2 = 1 \quad (\text{I-1-1})$$

まず、振動現象を簡単に紹介するために、ニュートリノの「オリジナルの質量（後述）」は無視して、図 I-1-2 のように ν_e から ν_μ に（ ν_μ から ν_e に）フレーバーを変化させる（ $\nu_e \leftrightarrow \nu_\mu$ ）「振幅」 $\tau_{\mu e}$ がある場合を考える。

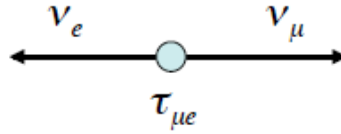


図 I-1-2、フレーバーを変化させる振幅。

このような変化（量子力学的変化を強調するため、今後「遷移」と呼ぶことにする.）は，図 I-1-3 のように， K^0 が飛行中に $\bar{K}^0$ になったり（CP 非保存の原因）， π^0 中の $u\bar{u}$ が $d\bar{d}$ になったり（ $|\pi^0\rangle = (|u\bar{u}\rangle - |d\bar{d}\rangle)/\sqrt{2}$ の混合状態の原因），水素原子の陽子と電子のスピンの方向を交換したり（21cm 波の原因），など素粒子現象の中で様々な原因で良く顔を出し，しかも重要な物理がそこに含まれていることが多い。

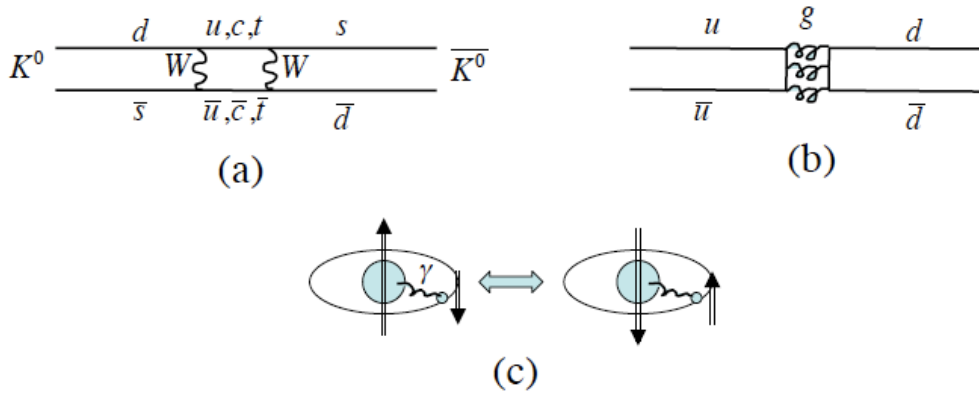


図 I-1-3, 量子力学的遷移の例. (a) $K^0 \leftrightarrow \bar{K}^0$ 振動（弱い相互作用）
 (b) π^0 中間子や η 中間子中の $|u\bar{u}\rangle \leftrightarrow |d\bar{d}\rangle$ 遷移（強い相互作用），(c) 水素原子中の陽子と電子のスピンの交換（電磁相互作用）

次にこのような遷移が存在する時，どのような現象が生じるかを具体的に考えてみる．遷移により μ ニュートリノの状態が電子ニュートリノの状態になるのだから，最初 $c_e(t)$ だった電子ニュートリノ状態の係数は δt 秒後，次のように変化すると考える．

$$c_e(t + \delta t) = c_e(t) + i\tau_{e\mu}\delta t c_\mu(t) \quad (\text{I-1-2})$$

これは，論理的に導かれたものではなく単なる仮定（量子化）である．この仮定が正しいかどうかは，その結果が実験に合うかどうかで判断される．これまでのところ，図 I-1-3 で紹介した例を含む実に様々な現象が実験により確認され

ているため安心して受け入れて良い.

$t \rightarrow 0$ の極限を考えると, 振幅が満たす方程式は

$$\dot{c}_e(t) = -i\tau_{e\mu} c_\mu(t) \quad (\text{I-1-3})$$

と書くことができる. 同様に $\nu_e \rightarrow \nu_\mu$ の遷移から,

$$\dot{c}_\mu(t) = -i\tau_{e\mu} c_e(t) \quad (\text{I-1-4})$$

この連立微分方程式は,

$$\Psi_{spin} = \alpha(t)|\uparrow\rangle + \beta(t)|\downarrow\rangle$$

として, 磁場中のスピンのふるまいを表すパウリ方程式,

$$\begin{pmatrix} \dot{\alpha} \\ \dot{\beta} \end{pmatrix} = -i\mu\vec{B}\vec{\sigma} \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \end{pmatrix} \quad (\text{I-1-5})$$

で, $\mathbf{x}$ 方向の磁場 $\vec{B} = (B_x, 0, 0)$ がかかっている場合と全く同じ形をしている. つまりこれから議論するニュートリノ振動は磁場中のスピンの運動のアナロジーとして理解することができる.

式(I-1-3)と(I-1-4)を満たす c_e と c_μ を数学的に求める. 両式を足し引きすると, 次のようになる.

$$\begin{cases} \dot{c}_e(t) + \dot{c}_\mu(t) = -i\tau_{e\mu} (c_e(t) + c_\mu(t)) \\ \dot{c}_e(t) - \dot{c}_\mu(t) = i\tau_{e\mu} (c_e(t) - c_\mu(t)) \end{cases} \quad (\text{I-1-6})$$

これから, ただちに次の解を得ることができる.

$$\begin{cases} c_e(t) + c_\mu(t) = (c_e(0) + c_\mu(0)) e^{-i\tau_{e\mu} t} \\ c_e(t) - c_\mu(t) = (c_e(0) - c_\mu(0)) e^{i\tau_{e\mu} t} \end{cases} \quad (\text{I-1-7})$$

ここで, $c_e(0), c_\mu(0)$ は初期条件を与えて決定すべきパラメータ (積分定数) である. この2式をさらに足し引きして, 次の一般解を得る.

$$\begin{cases} c_e(t) = \frac{1}{2} \left((c_e(0) + c_\mu(0)) e^{-i\tau_{e\mu} t} + (c_e(0) - c_\mu(0)) e^{i\tau_{e\mu} t} \right) \\ c_\mu(t) = \frac{1}{2} \left((c_e(0) + c_\mu(0)) e^{-i\tau_{e\mu} t} - (c_e(0) - c_\mu(0)) e^{i\tau_{e\mu} t} \right) \end{cases} \quad (\text{I-1-8})$$

あるいは, 初期値でまとめて,

$$\begin{cases} c_e(t) = c_e(0) \cos \tau_{e\mu} t - i c_\mu(0) \sin \tau_{e\mu} t \\ c_\mu(t) = c_\mu(0) \cos \tau_{e\mu} t - i c_e(0) \sin \tau_{e\mu} t \end{cases} \quad (\text{I-1-9})$$

と表しても良い．結局波動関数の一般解は，フレーバ状態でまとめると，

$$\boxed{\Psi_{\nu}(t) = \left(c_e(0) \cos \tau_{e\mu} t - i c_{\mu}(0) \sin \tau_{e\mu} t \right) |\nu_e\rangle + \left(c_{\mu}(0) \cos \tau_{e\mu} t - i c_e(0) \sin \tau_{e\mu} t \right) |\nu_{\mu}\rangle} \quad (\text{I-1-10})$$

或は，エネルギー固有状態でまとめると，

$$\boxed{\Psi_{\nu}(t) = \frac{1}{2} \left((c_e(0) - c_{\mu}(0)) (|\nu_e\rangle - |\nu_{\mu}\rangle) e^{i\omega_0 t} + (c_e(0) + c_{\mu}(0)) (|\nu_e\rangle + |\nu_{\mu}\rangle) e^{-i\omega_0 t} \right)} \quad (\text{I-1-11})$$

となる．場合に合わせて便利な方を使えば良い．ニュートリノの様々な物理現象を見るために，次に初期条件により c を決定する．

「ニュートリノ振動」

例えば， $\pi^+ \rightarrow e^+ + \nu$ の崩壊で，生じたニュートリノは定義により， $t=0$ では純粋な電子ニュートリノである．この場合，初期条件は， $c_e(0)=1, c_{\mu}(0)=0$ なので．ニュートリノの静止系での波動関数(I-1-10)は，

$$\Psi_{\nu}(t) = \cos \tau_{e\mu} t |\nu_e\rangle - i \sin \tau_{e\mu} t |\nu_{\mu}\rangle \quad (\text{I-1-12})$$

に決定される．(ニュートリノの静止系で考えている．) 時刻 t で，電子ニュートリノ， μ ニュートリノである確率は，それぞれの基本状態の係数の絶対値の2乗なので，

$$\begin{cases} P_{\nu_e} = |\cos \tau_{e\mu} t|^2 = \cos^2 \tau_{e\mu} t \\ P_{\nu_{\mu}} = |-i \sin \tau_{e\mu} t|^2 = \sin^2 \tau_{e\mu} t \end{cases} \quad (\text{I-1-13})$$

これは時間が少し経つと最初存在しなかった μ ニュートリノが生まれて，それに伴い電子ニュートリノは減少することを表す．任意の時間では， $2\tau_{e\mu}$ の角速

度 ($\cos^2 \tau_{e\mu} t = (1 + \cos 2\tau_{e\mu} t)/2$ なので角速度は $\tau_{e\mu}$ ではなく $2\tau_{e\mu}$) で電子ニュート

リノと μ ニュートリノが入れ替わることを繰り返すことになる．これがニュートリノ振動の基本的なアイデアである．式(I-1-5)で表される磁場中のスピンのアナロジーでは，最初上向きだったスピンの x 方向の磁場により， yz 平面内で歳差運動をしていることに対応する．

$$\Psi_{spin}(t) = \cos \mu B t |\uparrow\rangle - i \sin \mu B t |\downarrow\rangle$$

この場合上向きのスピンの成分は $\cos^2 \mu B t$ で時間変動し，下向きのスピン成分は $\sin^2 \mu B t$ で時間変化する．図 I-1-3 の3つの現象も(観測できるかどうかは別にし

て)同様の振動現象を生じている。

「質量固有状態」

例えば、 $\pi^+ \rightarrow e^+ + \nu$ の崩壊で、陽電子の運動量を正確に測定し、ニュートリノの質量を測定する場合を考える。この場合、観測しているニュートリノは、エネルギー固有状態になり、その波動関数は定義から、

$$\psi_\nu(t) = e^{-imt} \psi_\nu(0) \quad (\text{I-1-13})$$

の形になっている。このような形になる初期条件と波動関数は、式(I-1-11)の方の一般解から、

$$\text{初期条件： } c_e(0) = c_\mu(0) = \frac{1}{\sqrt{2}} \quad \text{の時, } \nu_1(t) = \frac{1}{\sqrt{2}}(|\nu_e\rangle + |\nu_\mu\rangle) e^{-i\tau_{e\mu}t} \quad (\text{I-1-14})$$

又は、

$$\text{初期条件： } c_e(0) = -c_\mu(0) = \frac{1}{\sqrt{2}} \quad \text{の時, } \nu_2(t) = \frac{1}{\sqrt{2}}(|\nu_e\rangle - |\nu_\mu\rangle) e^{i\tau_{e\mu}t} \quad (\text{I-1-15})$$

なので、結局質量固有状態の基本状態は、

$$|\nu_i\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|\nu_e\rangle \pm |\nu_\mu\rangle); i=1,2 \quad (\text{I-1-16})$$

それぞれのエネルギーは、

$$m = \pm \tau_{e\mu} \quad (\text{I-1-17})$$

になる。(実際には $|\nu_e\rangle \Leftrightarrow |\bar{\nu}_e\rangle$ や $|\nu_\mu\rangle \Leftrightarrow |\bar{\nu}_\mu\rangle$ の遷移もあるため、その分かき上げさ

れ、質量が負になることはない(後述)) つまり、図(I-1-2)の遷移振幅は、ニュートリノの質量に対応していたことになる。式(I-1-5)で表される磁場中のスピンのアナロジーでは、

$$|\psi_{spin}^\pm\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|\uparrow\rangle \pm |\downarrow\rangle) \quad (\text{I-1-18})$$

という状態は、スピンが磁場と平行(x 方向)と反平行(-x 方向)の状態でありそのポテンシャルエネルギーがそれぞれ

$$E_\pm = \pm \mu B \quad (\text{I-1-19})$$

であることを表す。この状態ではスピンの方向は時間により変化しない。古典的には、磁気モーメントと磁場が平行なのでトルクがかからず歳差運動しない場合と理解できる。

「質量固有状態とフレーバー振動の関係」

ここで、次のような FAQ が生じる。

Q1: 質量が $\tau_{e\mu}$ である状態のニュートリノは式(I-1-14)で表されるため、 ν_μ である確率は時間によらず 50% であることになる。しかしニュートリノは振動していて、 ν_μ である確率は時間とともに変化するはず。これは矛盾ではないのか？

A1: ニュートリノの質量を測定して 2 つの質量を十分精度良く区別できる場合はそのエネルギーの測定精度は、 $\delta E \ll \Delta m = 2\tau_{e\mu}$ でなければならない。この場合不確定性原理より時間の測定精度は、 $\delta t > 1/\delta E \gg 1/2\tau_{e\mu}$ になる。一方ニュートリノ振動の周期は $T = \pi/\tau_{e\mu}$ なので、ニュートリノ振動パターンは平均化され、 μ ニュートリノが観測される確率は、

$$\bar{P}_{\nu_\mu} = \overline{\sin^2 \tau_{e\mu} t} = \frac{1}{2} \quad (\text{I-1-20})$$

になる。つまり、ニュートリノの質量を区別できる系ではニュートリノ振動パターンは見えなくなり、逆にニュートリノ振動パターンが測定できる系ではニュートリノの質量を区別することはできない。クォークもニュートリノと同様に振動しているが、例えば、 d クォークと s クォークの質量差は測定できるほど大きいので、その振動パターンが平均化された結果、 s クォークと d クォークの混合として見えるのがカビボ角 θ_c となる。

Q2, $\nu_{e\mu}$ の質量は何か？

A2, 式(I-1-12)から電子ニュートリノは 2 つの質量固有状態の重ね合わせと考えることができる。

$$\nu_e(t) = \frac{1}{\sqrt{2}} \left(|\nu_1\rangle e^{-i\tau_{e\mu} t} + |\nu_2\rangle e^{i\tau_{e\mu} t} \right) \quad (\text{I-1-21})$$

電子ニュートリノを測定した場合、50% の確率で ν_1 の状態であり、50% の確率で ν_2 の状態なので、仮に十分精度良く質量を測定した場合、 $m = \tau_{e\mu}$ と $m = -\tau_{e\mu}$ の 2 つのピークが見えるはずである。したがって、「 $\nu_{e\mu}$ の質量」は決まった一つの質量を持つわけではなく、2 つの質量からなる。実際のニュートリノ質量を直接測定する実験では、測定精度は普通ニュートリノの質量差よりかなり悪いと考えられるので、2 つの質量の平均を測定することになる。

次に 図 I-1-4 のように自分自身に遷移する振幅があるとする。

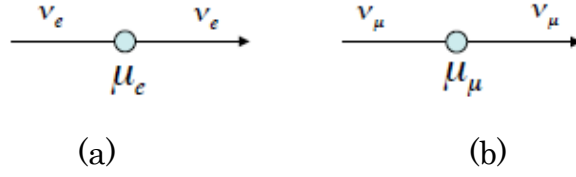


図 I-1-4 自分自身への遷移振幅.

この場合運動方程式は,

$$\begin{pmatrix} \dot{c}_\mu \\ \dot{c}_e \end{pmatrix} = -i \begin{pmatrix} \mu_\mu & \tau_{e\mu} \\ \tau_{e\mu} & \mu_e \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c_\mu \\ c_e \end{pmatrix} \quad (\text{I-1-22})$$

式(I-1-22)の一般解の導出は少しややこしいが結果は下のようになる. (導出は Appendix 参照)

$$\begin{pmatrix} c_e(t) \\ c_\mu(t) \end{pmatrix} = e^{-i\tilde{\mu}t} \begin{pmatrix} \cos \omega t - i \sin \omega t & -\cos 2\varphi & \sin 2\varphi \\ \sin 2\varphi & \cos 2\varphi \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c_e(0) \\ c_\mu(0) \end{pmatrix} \quad (\text{I-1-23})$$

ただし, 図 I-1-5 のように角度 φ を定義した.

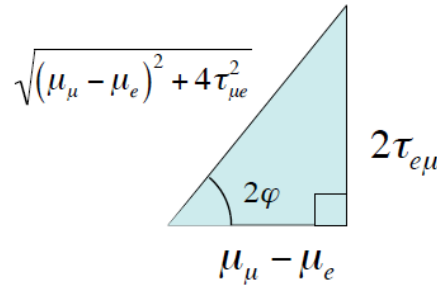


図 I-1-5

θ の取り得る領域を, $-\pi < 2\varphi < \pi$ と定義すると, $-\pi/2 < \varphi < \pi/2$ であるため, 定義により, $\cos \varphi > 0$ となる. $\tau_{e\mu} \rightarrow 0$ の時, $\varphi \rightarrow 0$ 又は $\pi/2$, $\mu_\mu - \mu_e \rightarrow 0$ の時, $\varphi \rightarrow \pm \pi/4$ になる.

後で良く使うので, 以下のパラメーターも定義しておく.

$$\tilde{\mu} \equiv \frac{\mu_\mu - \mu_e}{2} \quad : \text{自分自身へ遷移する振幅の差}$$

$$\omega \equiv \sqrt{\tilde{\mu}^2 + \tau_{e\mu}^2} \quad : \text{自分自身への遷移とフレーバーを変化させる遷移ある時の}$$

振動数

$$\bar{\mu} \equiv \frac{\mu_e + \mu_\mu}{2} \quad : \text{元の質量の平均} + \text{遷移振幅} \quad (\text{I-1-24})$$

定義により, $\omega \geq 0$. この時,

$$\sin 2\varphi = \frac{\tau_{e\mu}}{\omega}, \cos 2\varphi = \frac{\tilde{\mu}}{\omega}, \tan 2\varphi = \frac{\tau_{e\mu}}{\tilde{\mu}} \quad (\text{I-1-25})$$

などの関係があることも覚えておくとも便利である. $\tilde{\mu}$ は元の質量差を表すので, φ は, フレーバーを変える遷移振幅の大きさとフレーバーを変えない遷移振幅を示唆するパラメータである. 即ちフレーバーを変える遷移振幅がない場合 $\varphi=0$ となり, 逆に元の質量差がない場合, $\varphi=\pi/4$ になる. また $\sin 2\varphi$ の符号は, $\tau_{e\mu}$ の符号と等しく, $\cos 2\varphi$ の符号は $\tilde{\mu}$ の符号と等しい.

ニュートリノの波動関数は, フレーバーでまとめると,

$$\psi_\nu(t) = e^{-i\bar{\mu}t} \begin{pmatrix} (-i \sin \omega t \sin 2\varphi c_\mu(0) + (\cos \omega t + i \sin \omega t \cos 2\varphi) c_e(0)) |v_e\rangle \\ + ((\cos \omega t - i \sin \omega t \cos 2\varphi) c_\mu(0) - i \sin \omega t \sin 2\varphi c_e(0)) |v_\mu\rangle \end{pmatrix} \quad (\text{I-1-26})$$

質量固有状態でまとめると,

$$\psi_\nu(t) = \begin{pmatrix} e^{-i(\bar{\mu}+\omega)t} (\cos \varphi c_\mu(0) + \sin \varphi c_e(0)) (\sin \varphi |v_e\rangle + \cos \varphi |v_\mu\rangle) \\ + e^{-i(\bar{\mu}-\omega)t} (-\sin \varphi c_\mu(0) + \cos \varphi c_e(0)) (\cos \varphi |v_e\rangle - \sin \varphi |v_\mu\rangle) \end{pmatrix} \quad (\text{I-1-27})$$

「質量固有状態」

次に質量固有状態とその質量を求める. 質量固有状態は, $\psi(t) \propto e^{-imt}$ という形なので, 式(I-1-27)から,

$$c_\mu(0) = -\tan \varphi c_e(0) \quad \text{の時,} \quad v_-(t) = (\cos \varphi |v_e\rangle - \sin \varphi |v_\mu\rangle) e^{-i(\bar{\mu}-\omega)t}$$

$$c_\mu(0) = \cot \varphi c_e(0) \quad \text{の時,} \quad v_+(t) = (\sin \varphi |v_e\rangle + \cos \varphi |v_\mu\rangle) e^{-i(\bar{\mu}+\omega)t} \quad (\text{I-1-28})$$

ただし, 規格化を行い, 全体の係数は, $\varphi=0$ の時, $v_- = |v_e\rangle, v_+ = |v_\mu\rangle$ になるよう

に選んだ。それぞれの質量は、

$$\begin{cases} m_- = \frac{\mu_e + \mu_\mu}{2} - \sqrt{\left(\frac{\mu_\mu - \mu_e}{2}\right)^2 + \tau_{e\mu}^2} \\ m_+ = \frac{\mu_e + \mu_\mu}{2} + \sqrt{\left(\frac{\mu_\mu - \mu_e}{2}\right)^2 + \tau_{e\mu}^2} \end{cases} \quad (\text{I-1-29})$$

常に $m_+ \geq m_-$ であることに注意しておく。時間によらない基本状態、

$$\begin{cases} |v_+\rangle \equiv \sin\varphi |v_e\rangle + \cos\varphi |v_\mu\rangle \\ |v_-\rangle \equiv \cos\varphi |v_e\rangle - \sin\varphi |v_\mu\rangle \end{cases} \quad (\text{I-1-30})$$

を定義すると、 $|v_\pm\rangle$ は質量固有状態の基本状態である。質量固有状態の基本状態はフレーバーの基本状態からヒルベルト空間内で角度 θ だけ回転したものになっている。この θ を 混合角 と呼ぶ。

電子ニュートリノ質量の直接測定実験を考える。式(I-1-34)を逆に解くと、

$$|v_e\rangle = \cos\varphi |v_-\rangle + \sin\varphi |v_+\rangle \quad (\text{I-1-31})$$

なので、 ν_e は $\cos^2\varphi$ の確率で質量 m_- を持つ ν_- 状態、 $\sin^2\varphi$ の確率で質量 m_+ を持つ ν_+ の状態である。この実験で N 回の測定を行うと、平均 $N\cos^2\varphi$ 回で m_- という値を測定し、平均 $N\sin^2\varphi$ 回で m_+ という値を測定することになる。実験のエネルギー分解能は普通この2つの質量を区別できるほど良くはないので、この実験で測定される電子ニュートリノの質量；「 m_{ν_e} 」は、その平均値になる。

$$m_{\nu_e} = m_- \cos^2\varphi + m_+ \sin^2\varphi \quad (\text{I-1-32})$$

式(I-1-34)と図 I-1-5 を用いると、

$$m_{\nu_e} = m_- \cos^2\varphi + m_+ \sin^2\varphi = \frac{1}{2}(m_+ + m_- - (m_+ - m_-)\cos 2\varphi) = \mu_e \quad (\text{I-1-33})$$

つまり、ニュートリノ質量の直接測定は、自分自身への遷移振幅の大きさを測定していることになる。 (ν_μ についても同様： $m_{\nu_\mu} = \mu_\mu$)

「質量階層性と ν_1, ν_2 状態」

ニュートリノの混合パターンはクォークのそれと全く異なっているため、質量

のパターンも異なっている可能性がある． $m_{\nu_e} < m_{\nu_\mu}$ （したがって $\mu_e < \mu_\mu$ ） の場

合を順階層(Normal Hierarchy), $m_{\nu_e} > m_{\nu_\mu}$ （したがって $\mu_e > \mu_\mu$ ） の場合を逆階

層 (Inverted Hierarchy), $m_{\nu_e} = m_{\nu_\mu}$ （したがって $\mu_e = \mu_\mu$ ） の場合を縮退

(Degeneracy)とよぶ． ここで, m_{ν_e}, m_{ν_μ} は式(I-1-32)のように ν_e, ν_μ それぞれの平

均質量を意味する． 真空中のニュートリノ振動では NH と IH を区別することはできないが, 物質中では, 後述する「物質効果」により区別することができる場合がある． ニュートリノの質量パターンが NH であるか IH であるかは, 後述するようにマヨラナニュートリノの質量に下限値があるかどうかに関わってくるため重要である． NH の時, 定義から $\cos 2\varphi > 0$ であるため, $\cos^2 \varphi > \sin^2 \varphi$ になり ν_e 中の ν_- 成分は ν_+ 成分より大きい． 逆に IH の時, $\cos 2\varphi < 0$ であるため, $\cos^2 \varphi < \sin^2 \varphi$ になり, ν_e 中の ν_+ 成分は ν_- 成分より大きい． ニュートリノ振動業界で良く使う ν_1 状態は, ν_e 中の大きい方の質量固有状態と定義されるので,

$$|\nu_1\rangle \equiv \begin{cases} \cos \varphi |\nu_e\rangle - \sin \varphi |\nu_\mu\rangle = |\nu_- \rangle; NH \\ \sin \varphi |\nu_e\rangle + \cos \varphi |\nu_\mu\rangle = |\nu_+ \rangle; IH \end{cases} \quad (\text{I-1-34})$$

一方, 混合角 θ は次のように定義されるので

$$\begin{cases} |\nu_1\rangle \equiv \cos \theta |\nu_e\rangle - \sin \theta |\nu_\mu\rangle \\ |\nu_2\rangle \equiv \sin \theta |\nu_e\rangle + \cos \theta |\nu_\mu\rangle \end{cases} \quad (\text{I-1-35})$$

比較して,

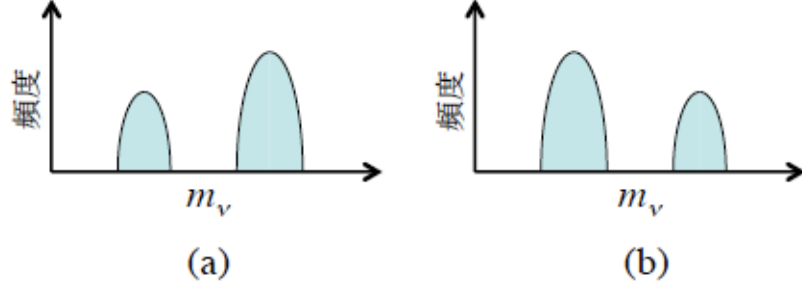
$$\theta \equiv \begin{cases} \varphi; NH \\ \varphi - \pi/2; IH \end{cases} \quad (\text{I-1-36})$$

の関係がある． ν_1, ν_2 と ν_-, ν_+ の関係をまとめると以下ようになる．

	$ \nu_1\rangle \equiv \cos \theta \nu_e\rangle - \sin \theta \nu_\mu\rangle$	$ \nu_2\rangle \equiv \sin \theta \nu_e\rangle + \cos \theta \nu_\mu\rangle$	θ	m_1	m_2	
NH	$\cos \varphi \nu_e\rangle - \sin \varphi \nu_\mu\rangle$	$\sin \varphi \nu_e\rangle + \cos \varphi \nu_\mu\rangle$	φ	m_-	m_+	
IH	$\sin \varphi \nu_e\rangle + \cos \varphi \nu_\mu\rangle$	$-\cos \varphi \nu_e\rangle + \sin \varphi \nu_\mu\rangle$	$\varphi - \pi/2$	m_+	m_-	

表 I-1-1

現象的には例えば ν_e を作って十分高い精度でその質量を測定し、図(I-1-6)のように測定されたとする。



図(I-1-6), フレーバー固有状態のニュートリノの質量の測定.

ν_e の質量を測定した時, (a)ならば, IH, (b)ならば NH.

ν_μ の質量を測定した時, (a)ならば, NH, (b)ならば IH.

(a)の場合は, 質量が大きい方が ν_e との結びつきが大きいため, IH であり, (b)の場合は, 質量が小さい方が ν_e との結びつきが大きいため, NH であると結論づけることができる. **Hierarchy** の測定は, 後で説明するようにニュートリノ振動の物質効果から決定することもできる. 実際にはニュートリノは3種類あるため事情は複雑になる. 太陽ニュートリノの物質効果を利用して実際に階層性が決定されている場合もある (後述).

一般に本に書かれている表示に合わせるため, 今後特に断らないかぎり NH を仮定した上で,

$$\begin{cases} \nu_- \rightarrow \nu_1, \nu_+ \rightarrow \nu_2 \\ m_- \rightarrow m_1, m_+ \rightarrow m_2 \\ \varphi \rightarrow \theta \end{cases} \quad (\text{I-1-37})$$

のパラメータを使うことにする.

「ニュートリノ振動」

ニュートリノ振動を見るために, 最初純粋に電子ニュートリノであった場合を考える. この場合初期条件は,

$$c_e(0) = 1, c_\mu(0) = 0 \quad (\text{I-1-38})$$

なので, 時間 t たった後の状態は,

$$\psi_\nu(t) = \left((\cos \omega t + i \cos 2\theta \sin \omega t) |\nu_e\rangle - i \sin 2\theta \sin \omega t |\nu_\mu\rangle \right) e^{-iEt} \quad (\text{I-1-39})$$

したがって、時刻 t で μ ニュートリノである確率は、

$$P_{\nu_e \rightarrow \nu_\mu}(t) = \sin^2 2\theta \sin^2 \omega t \quad (\text{I-1-40})$$

となる。

$$\omega = \frac{m_2 - m_1}{2} \quad (\text{I-1-41})$$

に注目すると、(I-1-39)のニュートリノ振動の式は、

$$P_{\nu_e \rightarrow \nu_\mu}(t) = \sin^2 2\theta \sin^2 \frac{m_2 - m_1}{2} t \quad (\text{I-1-42})$$

になり、振動数はニュートリノの質量差に対応していたことがわかる。ニュートリノ振動を測定した場合、その振幅から $\sin^2 2\theta$ が測定でき、その周期から ω が測定できる。これらのパラメータと遷移振幅の関係は、

$$|\tau_{e\mu}| = \omega |\sin 2\theta|, \mu_\mu - \mu_e = 2\omega \cos 2\theta \quad (\text{I-1-43})$$

を知ることができることになる。このようにして遷移振幅の大きさを測定し、その起源を考え、統一理論の構築に役立てることがニュートリノ振動の物理である。さらに $m_{\nu_e} = \mu_e$ が測定されると、

$$\begin{cases} \mu_e = m_{\nu_e} \\ \mu_\mu = m_{\nu_e} + 2\omega \cos 2\theta \\ |\tau_{e\mu}| = \omega |\sin 2\theta| \end{cases} \quad (\text{I-1-44})$$

のように全ての遷移振幅の大きさを決定することができる。この意味で、ニュートリノ質量の直接測定とニュートリノ振動の測定は相補的な意味を持つ。

この遷移の起源の可能性として、クォークの質量の元になる Higgs ポテンシャル自身にそのような効果があるかもしれないし、 ρ^0 や ω の中で、 $|u\bar{u}\rangle \Leftrightarrow |d\bar{d}\rangle$ の変換が生じているようにその内部構造の反応によって生じる効果かも知れない。あるいは、全く別の起源かも知れない。この効果の起源を追求することがニュートリノ振動の物理となる。ニュートリノ振動実験の最終的な目的は、その追求の手がかりとなる振幅の大きさを測定し、それを元にして自然の理解を深め、究極の理論構築に役立てることであるということができる。

結局、ニュートリノ振動の物理的な原因は、フレーバーを変換する振幅 $\tau_{\mu e}$ が存在することで、フレーバー固有状態のニュートリノは、質量固有状態の重ね

合わせになり、時間がたつにつれ、その質量固有状態の位相がずれ、そのずれから別のフレーバー成分が生まれて来るからと解釈することができる。

以上の計算のプロセスを簡単にまとめると、

$$C_f = \begin{pmatrix} c_\mu \\ c_e \end{pmatrix}, C_m = \begin{pmatrix} c_2 \\ c_1 \end{pmatrix}, T = \begin{pmatrix} \mu_\mu & \tau_{e\mu} \\ \tau_{e\mu} & \mu_e \end{pmatrix}, M = \begin{pmatrix} m_2 & 0 \\ 0 & m_1 \end{pmatrix}, U = \begin{pmatrix} \cos\theta & -\sin\theta \\ \sin\theta & \cos\theta \end{pmatrix} \quad (\text{I-1-45})$$

として、

$$\dot{C}_f = -iTC_f \quad ; \quad \text{フレーバーの状態方程式}$$

$$\dot{C}_m = -iMC_m \quad ; \quad \text{質量固有状態の状態方程式}$$

$$C_m = UC_f \quad ; \quad \text{フレーバー固有状態と運動量固有状態の関係}$$

の連立方程式を解いて、 C_f, M, U を求めたことになる。それぞれの行列の関係は、

$$T = U^\dagger MU \quad (\text{I-1-46})$$

なので観測量である M と U から元の遷移振幅 T を知ることができる。

「クォーク振動とキャビボ角」

クォークもニュートリノと全く同様に振動していると考えることができる。標準モデルでのクォーク部分のラグランジアンは（簡単のため2世代を考える）、

$$L = m_d \bar{d}d + m_s \bar{s}s + gW^\mu [\bar{u}_L \gamma_\mu d' + \bar{c}_L \gamma_\mu s'] + \dots$$

のように表される。ここで d', s' はフレーバー固有状態を表し、質量固有状態とは一般に次のような関係がある。最終的に θ_c はキャビボ角 θ_c と同じであることが明らかとなる。

$$\begin{pmatrix} d \\ s \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\varphi & -\sin\varphi \\ \sin\varphi & \cos\varphi \end{pmatrix} \begin{pmatrix} d' \\ s' \end{pmatrix}$$

ラグランジアンをフレーバー固有状態で表してみると、

$$L = (m_d \cos^2 \varphi + m_s \sin^2 \varphi) \bar{d}'d' + (m_d \sin^2 \varphi + m_s \cos^2 \varphi) \bar{s}'s' \\ + (m_s - m_d) \sin \varphi \cos \varphi \bar{s}'d' + (m_s - m_d) \sin \varphi \cos \varphi \bar{d}'s'$$

このように $s' \leftrightarrow d'$ の遷移の振幅があるためクォークも振動する。ニュートリノの場合とパラメータを対応させると以下ようになる。

$$\begin{cases} (m_s - m_d) \sin \varphi \cos \varphi \rightarrow \tau_{eu} \\ m_d \cos^2 \varphi + m_s \sin^2 \varphi \rightarrow \mu_e \\ m_d \sin^2 \varphi + m_s \cos^2 \varphi \rightarrow \mu_\mu \end{cases}$$

例えば $\tau^- \rightarrow \nu_\tau K^-$ の崩壊過程を詳しく見てみると、まずup type クォークが質量固有状態である基底で考えると、cクォークの質量は大きいため $\tau^- \rightarrow \nu_\tau \bar{c}s'$ という崩壊は生じない。そこで $\tau^- \rightarrow \nu_\tau \bar{u}d'$ だけを考えれば良いことになる。dクォークの質量は、sクォークの質量との差が大きいため、この崩壊で生じたd'クォークは観測できないくらい早く振動し($m_s - m_d \sim 100 \text{ MeV} \sim 10^{-23} \text{ s}$)、図5のようにd'とs'を生じる。このd'とs'内のそれぞれのsクォーク成分を加えると、

$$\sin \varphi e^{-im_s t} |s\rangle$$

のように、あたかも $\sin \varphi$ の振幅で、質量 m_s を持つsクォークに、 $\tau^- \rightarrow \nu_\tau \bar{u}s$ のように崩壊したように見える。 $\tau^- \rightarrow \nu_\tau K^-$ の崩壊はこのようにして生じる。キャビボ角 θ_c の考え方と比較すると、実は φ はキャビボ角であった ($\varphi = \theta_c$) ことが明らかとなる。実はこのように複雑な過程を経た結果のクォーク混合角の組み合わせであったことになる。このように、単純に見える現象の背後で振動現象が重要な役割をしている場合も多い。なおこの2つの振動は同じ原理だが、ニュートリノ振動は、振動がゆっくりで、振動が直接見えるような系、クォークの振動は振動が早すぎて測定できない系に対応する。

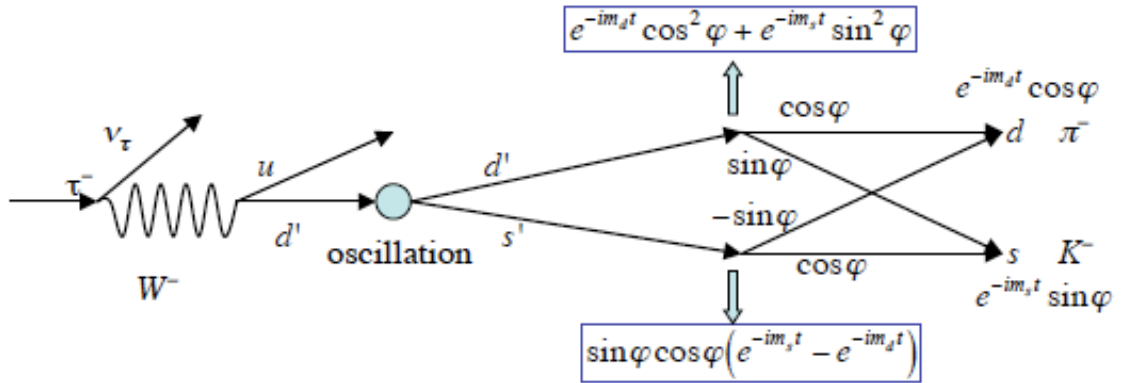


図5、 $\tau^- \rightarrow \nu_\tau \bar{u}d' \rightarrow \nu_\tau K^-$ のプロセス。

「 $K^0 - \bar{K}^0$ 振動」

以上の議論は例えば、 $K^0 - \bar{K}^0$ 振動の場合にも当てはまる。この場合、 $K^0 \leftrightarrow \bar{K}^0$ の変化は、図4のように、弱い相互作用の4乗の効果なので非常に小さい。

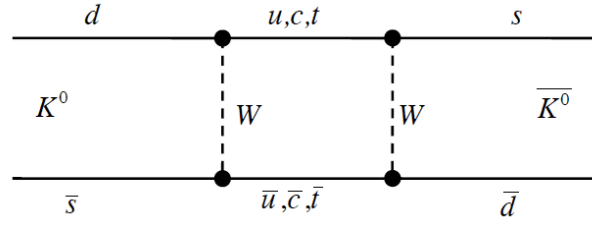


図4、 $\tau_{K\bar{K}}$ の起源となる $K^0 \leftrightarrow \bar{K}^0$ の変換のダイアグラム。

小林益川行列には複素数が含まれるため、クォークのフレーバー変換の振幅は一般に複素数であり、それに伴い（クォークの質量が異なれば）一般に $K^0 \leftrightarrow \bar{K}^0$ の遷移振幅も複素数になりCP非保存効果を示す。振動とCP非保存効果の関係は3世代のニュートリノ振動の章で詳しく議論する。実験によると、

$$\Delta m_K = m_{K_L} - m_{K_S} = 3.5 \times 10^{-6} \text{ eV}, \sin^2 2\theta = 1$$

なので、

$$\mu_e \rightarrow \mu_K, \mu_\mu \rightarrow \mu_{\bar{K}}, \tau_{e\mu} \rightarrow \tau_{K\bar{K}}$$

と対応させて、

$$\begin{cases} \tau_{K\bar{K}} = 1.742 \times 10^{-6} \text{ eV} \\ (\mu_K - \mu_{\bar{K}}) = 0 \end{cases}$$

この第2項は、CPT対称性を表す。もし $\mu_K \neq \mu_{\bar{K}}$ であれば、CPT非対称であるため、

$$\sin^2 2\theta = 1 - \left(\frac{\mu_K - \mu_{\bar{K}}}{\Delta m_K} \right)^2$$

の1からのずれを測定すればCPT非対称性のテストとなる。 Δm_K は非常に小さいので、この測定は非常に感度の高いCPT対称性のテストとなる。

CP非保存効果は、 $K^0 \leftrightarrow \bar{K}^0$ の遷移振幅に虚数成分があるために生じ、やはり振動が重要な役割をしている。なお、遷移振幅に有為の虚数成分が存在するためには、クォークは3世代以上なければならず、これを予言してCPVを説明したことで小林・益川両博士は2008年のノーベル物理学賞を受賞された。このように、振動現象を通して非常に重要な物理が顔を出すことが多いので振動の研究は非常に重要である。

「荷電レプトンの混合」

これまでは荷電レプトンが質量固有状態であるという基底で議論を行って来た。ニュートリノが質量を持ち、クォークと全く同じように取り扱えると仮定して標準模型を少し拡張するとラグランジアンは次のようになる（簡単のため、カイラリティは無視した）。

$$L = \bar{\nu}_i M_{\nu} \nu_i + \bar{l} M_l l + g W^\tau [\bar{l} \gamma_\tau \nu_\alpha] + \dots$$

ただし

$$\nu_i = \begin{pmatrix} \nu_1 \\ \nu_2 \end{pmatrix}, M_{\nu} = \begin{pmatrix} m_1 & 0 \\ 0 & m_2 \end{pmatrix}, l = \begin{pmatrix} e \\ \mu \end{pmatrix}, M_l = \begin{pmatrix} m_e & 0 \\ 0 & m_\mu \end{pmatrix}, \nu_\alpha = \begin{pmatrix} \nu_e \\ \nu_\mu \end{pmatrix}$$

など．またこれまでの議論からフレーバー固有状態と質量固有状態の間には，

$$\nu_\alpha = \begin{pmatrix} \nu_e \\ \nu_\mu \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \nu_1 \\ \nu_2 \end{pmatrix} = U \nu_i$$

の関係があるため，これを利用してラグランジアンをニュートリノの質量固有状態で表すと，

$$\bar{l} \gamma_\tau \nu_\alpha = \bar{l} \gamma_\tau U \nu_i = \overline{U^\dagger l} \gamma_\tau \nu_i = \bar{l}' \gamma_\tau \nu_i$$

なので，

$$L = \bar{\nu}_i M_{\nu} \nu_i + \bar{l}' U^\dagger M_l U l' + g W^\tau [\bar{l}' \gamma_\tau \nu_i] + \dots$$

ここで， $l' = U^\dagger l$ は，この基底での荷電レプトンのフレーバー固有状態を表す．

$M'_l = U^\dagger M_l U$ には非対角要素が現れ，フレーバー固有状態の荷電レプトンにお互いに遷移する振幅が現れることを示す．これとニュートリノに混合がある基底とは全く同等で原理的に区別をつけることができないのでどちらを使っても良い．（もっと一般には両方とも混合がある場合を考えることもできる．）ニュートリノが質量固有状態である基底でニュートリノ振動を考えると次のようになる．

$$M'_l = \begin{pmatrix} m_e \cos^2 \theta + m_\mu \sin^2 \theta & \sin \theta \cos \theta (m_\mu - m_e) \\ \sin \theta \cos \theta (m_\mu - m_e) & m_e \sin^2 \theta + m_\mu \cos^2 \theta \end{pmatrix}$$

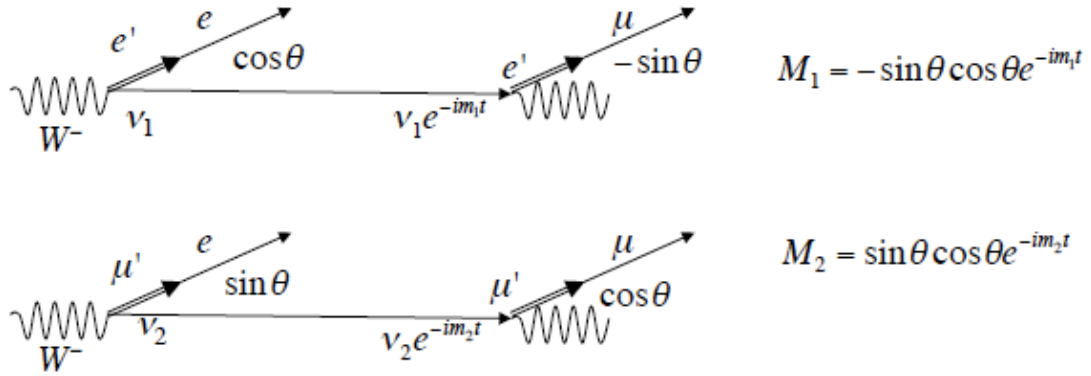
荷電レプトンのフレーバー振動周期は，ニュートリノ振動の場合と全く同じ考え方で，

$$\omega = \sqrt{\frac{(m_\mu - m_e)^2 \cos^2 2\theta}{4} + \sin^2 \theta \cos^2 \theta (m_\mu - m_e)^2} = \frac{m_\mu - m_e}{2} \sim 10^{-23} s$$

と，測定できない程早い．そのためカビボ角の時の考え方で，

$$\begin{cases} e' = e \cos \theta - \mu \sin \theta \\ \mu' = \mu \cos \theta + e \sin \theta \end{cases}$$

のように置いて良い．この基底でニュートリノ振動（ $\nu_e \rightarrow \nu_\mu$ ）を考えると次の図のようになる．



まず、「電子ニュートリノが発生する」ということは、 β 崩壊の時のようにニュートリノ発生に伴い電子が発生すること。ニュートリノとして ν_1 が発生した時は、定義から e' が同時に発生することになる、この e' は 10^{-23}s の周期で μ' との間で振動しその結果平均 $\cos\theta$ の振幅で質量固有状態の e になる。発生した ν_1 は、質量固有状態なので、 t 秒後には、 e^{-im_1t} の位相がかかることになる。 t 秒後に、このニュートリノが μ ニュートリノであるということは、 t 秒後にこのニュートリノが物質と反応して、 μ 粒子が発生すること。反応により μ 粒子が発生するプロセスは、まず ν_1 が検出器の物質と反応し e' を発生し、その e' が振動しその結果 $-\sin\theta$ の振幅で μ 粒子になる場合。したがってこのプロセスの振幅は、

$$M_1 = -\sin\theta \cos\theta e^{-im_1t}$$

になる。 ν_1 ではなく ν_2 が発生した場合、始状態と終状態が全く区別できないためそのプロセスを足し合わせなければならない。この場合も ν_1 の時と全く同様に考えることができ、そのプロセスの振幅は、

$$M_2 = \sin\theta \cos\theta e^{-im_2t}$$

になる。したがって電子ニュートリノとして発生して μ ニュートリノとして検出される確率は、

$$P = |M_1 + M_2|^2 = \sin^2 2\theta \sin^2 \frac{m_2 - m_1}{2} t$$

これは、荷電レプトンが質量固有状態であると仮定して求めた式と一致する。この考え方の場合、ニュートリノ振動の測定により $\sin^2 2\theta$ を知ることができ、 m_e , m_μ と組み合わせることにより、荷電レプトンのフレーバ遷移振幅（式-xxの行列要素）を求めることができる。

$$M'_l = \frac{1}{2} \left((m_\mu + m_e)I + (m_\mu - m_e) \begin{pmatrix} -\cos 2\theta & \sin 2\theta \\ \sin 2\theta & \cos 2\theta \end{pmatrix} \right)$$

$$= \frac{1}{2} \left((m_\mu + m_e)I + 2 \frac{m_\mu - m_e}{m_+ - m_-} \begin{pmatrix} -\tilde{\mu} & \omega_0 \\ \omega_0 & \tilde{\mu} \end{pmatrix} \right)$$

特に $\sin^2 2\theta = 1$ の時,

$$M'_l \rightarrow \frac{1}{2} \begin{pmatrix} m_\mu + m_e & m_\mu - m_e \\ m_\mu - m_e & m_\mu + m_e \end{pmatrix}$$

[I-2] 相対論的に運動しているニュートリノの振動

ニュートリノの質量は非常に軽いため、現実のニュートリノ振動実験では相対論的に運動しているニュートリノの振動を測定することになる。ここでは、いくつかの方法で相対論的に運動しているニュートリノ振動の定式化を行い、それらを比較することにより定式化が内包する問題点を考える。ニュートリノのエネルギーが、質量差と同程度の場合のニュートリノ振動の定式化は完全に rigorous にはなされていないようである。ニュートリノ 2008 会議の proceedings で MSW 効果を提唱した一人である Smirnov が次のように書いている。

'There are still some discussions about the theory of neutrino oscillations even in vacuum. ... The issues become important for oscillations ... where the uncertainty in energy is much smaller than the oscillation frequency.' by A.Y.Smirnov@Neutrino2008, Arxiv/hep-ph0810.2668

例えば、 2° K ($E \sim 0.2 \text{ meV}$) の宇宙背景輻射ニュートリノの振動を考える場合、この問題が生じて来る。今やニュートリノ振動が実際に存在することは実験により確認されているので、この事実を rigorous に説明できるような定式化が期待される。興味のある方は、Smirnov の 'Paradoxes of neutrino oscillations' arXiv:0905.1903 も参考にして下さい。

「相対論的なニュートリノ振動の定式化 1」

相対論的に運動しているニュートリノの振動確率は、一般に次のように導出されることが多い。状態が $x=0$ で純粋に電子ニュートリノだった場合、

$$\psi(t=0) = |\nu_e\rangle = \cos\theta |\nu_1\rangle + \sin\theta |\nu_2\rangle \quad (\text{I-1-47})$$

一般の時刻 t では、運動量が同じと仮定して、

$$\psi(t) = \cos\theta |v_1\rangle e^{i(\vec{p}\vec{x} - E_1 t)} + \sin\theta |v_2\rangle e^{i(\vec{p}\vec{x} - E_2 t)} \quad (\text{I-1-48})$$

これをフレーバー固有状態の基本状態で表すと、

$$\psi(t) = e^{i\vec{p}\vec{x}} \left((e^{-iE_2 t} \sin^2\theta + e^{-iE_1 t} \cos^2\theta) |v_e\rangle + \sin\theta \cos\theta (e^{-iE_2 t} - e^{-iE_1 t}) |v_\mu\rangle \right) \quad (\text{I-1-49})$$

したがって、時刻 t で v_μ である確率は、

$$P = \left| e^{i\vec{p}\vec{x}} \sin\theta \cos\theta (e^{-iE_2 t} - e^{-iE_1 t}) \right|^2 = \sin^2 2\theta \sin^2 \left(\frac{E_2 - E_1}{2} t \right) \quad (\text{I-1-50})$$

ここで、ニュートリノが相対論的に運動している場合、

$$E_2 - E_1 = \sqrt{p^2 + m_2^2} - \sqrt{p^2 + m_1^2} \sim \frac{m_2^2 - m_1^2}{2p} \sim \frac{m_2^2 - m_1^2}{2E} \quad (\text{I-1-51})$$

なので、

$$\boxed{P = \sin^2 2\theta \sin^2 \left(\frac{m_2^2 - m_1^2}{4E} t \right)} \quad (\text{I-1-52})$$

「相対論的なニュートリノ振動の定式化 2」

ここでは標準的な定式化とは異なり、静止しているニュートリノの振動をローレンツ変換することにより、相対論的に運動しているニュートリノの振動の定式化を行う。実際の実験環境ではニュートリノの速度は一般に異なるが、このように考えることにより、 $K^0 - \bar{K}^0$ 振動とニュートリノ振動の違いが直感的に明らかになる。静止しているニュートリノの振動確率は次のようなものであった。

$$P_{v_e \rightarrow v_\mu}(t) = \sin^2 2\theta \sin^2 \frac{m_2 - m_1}{2} t \quad (\text{I-1-53})$$

この系を速さ β で移動しているとすると、静止系からみて時間が遅れて見える。

$$t \rightarrow \frac{t}{\gamma} \quad (\text{I-1-54})$$

ここで、 γ はローレンツ係数で、

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}} \quad (\text{I-1-55})$$

運動している系でのニュートリノ振動は、

$$P_{\nu_e \rightarrow \nu_\mu}(t) = \sin^2 2\theta \sin^2 \frac{m_2 - m_1}{2\gamma} t \quad (\text{I-1-56})$$

これは、振幅はそのまま、相対論的時間の遅れにより振動の周波数がローレンツ係数 γ だけ遅くなることを表す。議論はこれで一旦完結するが「定式化 1」で得られたニュートリノ振動の形式との関係を以下に示す。運動系でのニュートリノのエネルギーは、

$$E_1 = \gamma m_1, E_2 = \gamma m_2 \quad (\text{I-1-57})$$

この場合、任意の数 p, q に対して、

$$\gamma = \frac{pE_1 + qE_2}{pm_1 + qm_2} \quad (\text{I-1-58})$$

と表すことができるので、特に、 $p=q=1$ の時、

$$P_{\nu_e \rightarrow \nu_\mu}(t) = \sin^2 2\theta \sin^2 \frac{m_2^2 - m_1^2}{4\bar{E}} t \quad (\text{I-1-59})$$

と、(I-1-52)と同じ形のものを得ることができる。ここで、 $\bar{E} = (E_1 + E_2)/2$ 。

式(I-1-50)の場合、エネルギー E が何かははっきりしていないが、このように考えると、 ν_1 と ν_2 の平均エネルギーと解釈することができる。

相対論的に運動しているニュートリノの振動の測定量から得られるニュートリノの遷移振幅に関する情報は、

$$\begin{cases} \frac{2\tau_{e\mu}}{\mu_\mu - \mu_e} = \tan 2\theta \\ \Delta\mu^2 \equiv \mu_\mu^2 - \mu_e^2 = \Delta m^2 \cos 2\theta \end{cases} \quad (\text{I-1-60})$$

静止しているニュートリノの場合は、ニュートリノ振動の測定のみから θ を決定できたが、今の場合は比しか決定することができない。「定式化 2」によると、質量が分かっていないため、エネルギーを指定してもローレンツ係数が分からず、その分不定性が入ってくることがわかる。

以上の運動している場合に対する状態方程式は次のように表される。

$$\begin{pmatrix} \dot{c}_\mu \\ \dot{c}_e \end{pmatrix} = -i \begin{pmatrix} \mu_\mu & \tau_{e\mu} \\ \tau_{e\mu} & \mu_e \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c_\mu \\ c_e \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} \dot{c}_\mu \\ \dot{c}_e \end{pmatrix} = -\frac{i}{\gamma} \begin{pmatrix} \mu_\mu & \tau_{e\mu} \\ \tau_{e\mu} & \mu_e \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c_\mu \\ c_e \end{pmatrix}$$

又は,

$$\begin{pmatrix} \dot{c}_\mu \\ \dot{c}_e \end{pmatrix} = -i \left[\frac{(m_1 + m_2)^2}{4E} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} + \frac{\Delta m^2}{4E} \begin{pmatrix} \cos 2\theta & \sin 2\theta \\ \sin 2\theta & -\cos 2\theta \end{pmatrix} \right] \begin{pmatrix} c_\mu \\ c_e \end{pmatrix}$$

= フレーバー遷移の起源 =

このようにして測定した遷移振幅の起源を考えることがニュートリノ振動測定の最終目的となる。ここでは、そのような探索に対し、どのような可能性があるかを簡単に紹介する。

ニュートリノの遷移の起源となる一番簡単な例は、図 I-1-7 のように Higgs ポテンシャルとの相互作用が、自分自身にとフレーバーを変換する効果を持つ場合である。

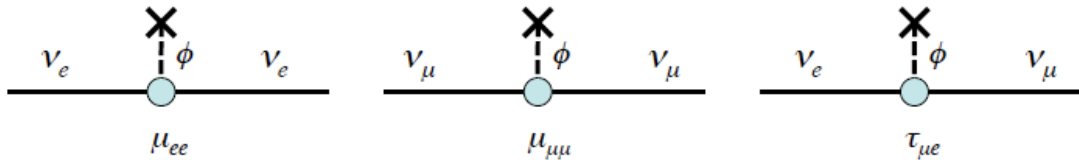


図 I-1-7、Higgs ポテンシャルとの相互作用としての遷移振幅。

クォークの質量・混合もこの原因で生じていると考えられているが、それらの振幅（質量）に比べニュートリノの振幅は非常に小さいため、この描像は不自然であると考えられている。

もしニュートリノがマヨラナ粒子ならば Higgs Potential との相互作用は図 I-1-8 のようであることが考えられる。QED では $ee\gamma$ の結合は電荷 e に比例するが、 $ee\gamma\gamma$ の結合は e^2 に比例することを思い出すと図 I-1-8 の結合の場合ニュートリノの遷移振幅が図 I-1-7 の形のクォークのそれに比べ非常に小さいことも不自然ではなくなる。このように振幅の大きさを知ることにより新しい物理を考える動機を与えることになる。

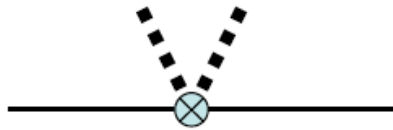


図 I-1-8、マヨラナニュートリノと Higgs ポテンシャルとの相互作用。

もう一つの可能性としてニュートリノが内部構造を持ち、その内部構造の効果でニュートリノのフレーバーが変化するという可能性も考えられる。 $K^0 - \bar{K}^0$ 振動はそういう例の一つであった。別の例として、 π^0, η, η' 中の $|u\bar{u}\rangle, |d\bar{d}\rangle, |s\bar{s}\rangle$ 成分は、図 I-1-9 のようにグルーオンを通して消滅・生成し、フレーバー対の変化を起こす。

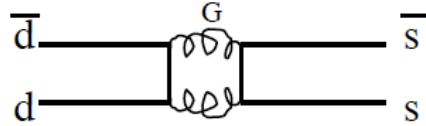


図 I-1-9、Pseudo メソン中の $|d\bar{d}\rangle \Leftrightarrow |s\bar{s}\rangle$ の遷移。

これらの遷移の結果、質量固有状態である π^0, η, η' と $|q\bar{q}\rangle$ 状態の混合は下のようになっている。

$$\begin{pmatrix} \pi^0 \\ \eta \\ \eta' \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 0.7 & -0.7 & 0 \\ 0.8 & 0.8 & -0.6 \\ 0.6 & 0.6 & 0.8 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} |u\bar{u}\rangle \\ |d\bar{d}\rangle \\ |s\bar{s}\rangle \end{pmatrix} \quad (\text{I-1-62})$$

(符号は適当につけた。) これは、後に述べる 3 世代のニュートリノのフレーバー固有状態と質量固有状態間の混合を表す MNS 行列と良く似ている。この混合行列のパターンが生じた原因は、強い相互作用によるフレーバー対変換の振幅の大きさが $|s\bar{s}\rangle$ と $|u\bar{u}\rangle, |d\bar{d}\rangle$ の質量差と同程度に大きいことで理解できる。ニュートリノの混合の場合も同じようなメカニズムが働いているのかも知れない。いずれにせよ、ここから先は理論家の活躍の領域となる。

= 3 世代のニュートリノの振動 =

実際にはニュートリノには ν_e, ν_μ, ν_τ 3 種類あるため、3 種のニュートリノ間の遷移を考えなければならない。この場合図 I-1-10 のような遷移が存在する。

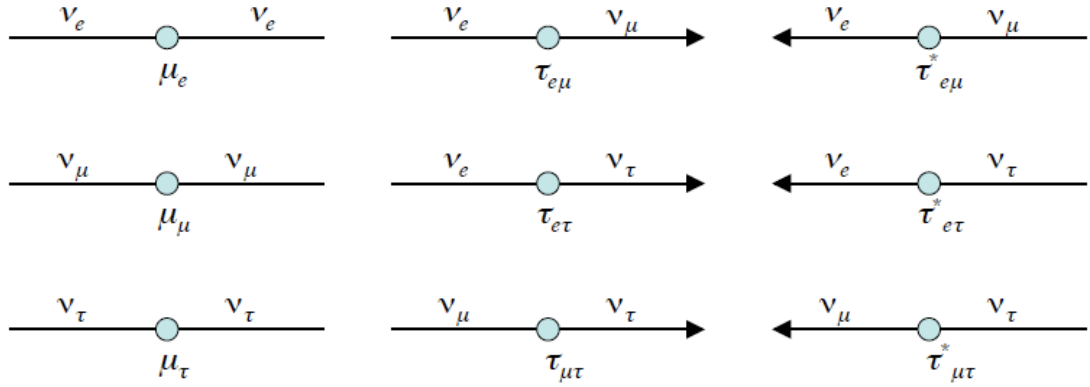


図 I-1-10、3 種類のニュートリノ間の遷移振幅。

全存在確率に変化がないことを仮定すると、 ν_β から ν_α への遷移振幅は、 ν_α から ν_β への遷移振幅の複素共役になる。このことよりフレーバーを変化しない振幅は実数であることがすぐに導かれる。3 世代の場合の状態方程式は、ニュートリノの一般的な状態を、

$$\Psi_\nu(t) = c_e(t)|\nu_e\rangle + c_\mu(t)|\nu_\mu\rangle + c_\tau(t)|\nu_\tau\rangle \quad (\text{I-1-63})$$

として、

$$\begin{pmatrix} \dot{c}_e \\ \dot{c}_\mu \\ \dot{c}_\tau \end{pmatrix} = -i \begin{pmatrix} \mu_e & \tau_{e\mu} & \tau_{e\tau} \\ \tau_{e\mu}^* & \mu_\mu & \tau_{\mu\tau} \\ \tau_{e\tau}^* & \tau_{\mu\tau}^* & \mu_\tau \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c_e \\ c_\mu \\ c_\tau \end{pmatrix} \quad (\text{I-1-64})$$

で表される。2 成分ニュートリノの場合と同様に質量固有状態を、 ν_1, ν_2, ν_3 とすると、フレーバー固有状態と質量固有状態は一般に、

$$\begin{pmatrix} c_e \\ c_\mu \\ c_\tau \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} U_{e1} & U_{e2} & U_{e3} \\ U_{\mu1} & U_{\mu2} & U_{\mu3} \\ U_{\tau1} & U_{\tau2} & U_{\tau3} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c_1 \\ c_2 \\ c_3 \end{pmatrix} \quad (\text{I-1-65})$$

のようにユニタリ行列 U で表される。この行列を提唱者の名前をとり、牧・中川・坂田(MNS)行列と呼ぶ。3 世代の場合のニュートリノ振動の確率は、退屈な計算の結果、

$$P(\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta) = \delta_{\alpha\beta} - 4 \sum_{i>j} \text{Re}(\Omega_{ij}^{\alpha\beta}) \sin^2 \Phi_{ij} - 2 \sum_{i>j} \text{Im}(\Omega_{ij}^{\alpha\beta}) \sin 2\Phi_{ij} \quad (\text{I-1-66})$$

となる。ここで、

$$\Omega_{ij}^{\alpha\beta} \equiv U_{\alpha i}^* U_{\beta i} U_{\alpha j} U_{\beta j}^* \quad (\text{I-1-67})$$

α, β はフレーバーの種類 (e, μ, τ) を表し、 i, j は質量固有状態の指標 (1, 2, 3) を表す。また、 $\Phi_{ij} \equiv \Delta m_{ij}^2 L / 4E_\nu$, $\Delta m_{ij}^2 \equiv m_j^2 - m_i^2$ である。反ニュートリノの振動の確率は、

$$P(\bar{\nu}_\alpha \rightarrow \bar{\nu}_\beta) = \delta_{\alpha\beta} - 4 \sum_{i>j} \text{Re}(\Omega_{ij}^{\alpha\beta}) \sin^2 \Phi_{ij} + 2 \sum_{i>j} \text{Im}(\Omega_{ij}^{\alpha\beta}) \sin 2\Phi_{ij} \quad (\text{I-1-68})$$

$\nu_{\alpha L} \rightarrow \nu_{\beta L}$ をに対応する反粒子の反応 (C 変換) は、 $\bar{\nu}_{\alpha L} \rightarrow \bar{\nu}_{\beta L}$ となる。これを鏡に写した世界での反応は、 $\bar{\nu}_{\alpha R} \rightarrow \bar{\nu}_{\beta R}$ になる。さらに時間を反転したものは、 $\bar{\nu}_{\beta R} \rightarrow \bar{\nu}_{\alpha R}$ になる。ニュートリノの Disappearance と反ニュートリノの Disappearance の違い ($P(\nu_\alpha \rightarrow \nu_\alpha) \neq P(\bar{\nu}_\alpha \rightarrow \bar{\nu}_\alpha)$) があれば CPT 非対称性の証拠になる。このテストは太陽ニュートリノ (ν_e) の Disappearance と原子炉ニュートリノ ($\bar{\nu}_e$) の Disappearance の比較として実現している。Disappearance の確率は、一般に、

$$1 - P(\nu_\alpha \rightarrow \nu_\alpha) = 4 \sum_{i>j} |U_{\alpha i}|^2 |U_{\alpha j}|^2 \sin^2 \Phi_{ij} \quad (\text{I-1-69})$$

と簡単になる。CP 対称性が成り立てば、一般に

$$P(\bar{\nu}_{\alpha R} \rightarrow \bar{\nu}_{\beta R}) = P(\nu_{\alpha L} \rightarrow \nu_{\beta L}) \quad (\text{I-1-70})$$

が成り立つ。

$$P(\bar{\nu}_\alpha \rightarrow \bar{\nu}_\beta) - P(\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta) = 4 \sum_{i>j} \text{Im}(\Omega_{ij}^{\alpha\beta}) \sin 2\Phi_{ij} \quad (\text{I-1-71})$$

なので CP 対称性が破れるためには、 $\Omega_{ij}^{\alpha\beta}$ に虚数成分があることが必要になる。 $\Omega_{ij}^{\alpha\beta}$ の虚数成分は、異なったニュートリノフレーバー間の遷移振幅が複素数であることから導かれる。 $\beta=\alpha$ の場合、 $\Omega_{ij}^{\alpha\alpha} = |U_{\alpha i}|^2 |U_{\alpha j}|^2$ なので、虚数成分はない。したがって別のフレーバのニュートリノへの振動の場合のみ CPV がおきる。

MNS 行列は、自由度が 4 つある。それを 3 つの角度 ($\theta_{12}, \theta_{23}, \theta_{13}$) と、一つの複素位相 δ を使用して一般に次のようにパラメーター化することが多い。

$$U_{MNS} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & c_{23} & s_{23} \\ 0 & -s_{23} & c_{23} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c_{13} & 0 & s_{13}e^{i\delta} \\ 0 & 1 & 0 \\ -s_{13}e^{-i\delta} & 0 & c_{13} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c_{12} & s_{12} & 0 \\ -s_{12} & c_{12} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} c_{13}c_{12} & c_{13}s_{12} & s_{13}e^{i\delta} \\ -c_{23}s_{12} - s_{13}s_{23}c_{12}e^{-i\delta} & c_{23}c_{12} - s_{13}s_{23}s_{12}e^{-i\delta} & c_{13}s_{23} \\ s_{23}s_{12} - s_{13}c_{23}c_{12}e^{-i\delta} & -c_{12}s_{23} - s_{13}c_{23}s_{12}e^{-i\delta} & c_{13}c_{23} \end{pmatrix} \quad (\text{I-1-72})$$

ただし、 $c_{ij} = \cos\theta_{ij}$, $s_{ij} = \sin\theta_{ij}$

パラメータ化の方法は、一意的ではないが、このパラメーター化は、次章で示されるように実験結果との対応関係が良いので便利である。これを使うと例えば原子炉ニュートリノ振動は、

$$1 - P(\bar{\nu}_e \rightarrow \bar{\nu}_e) = \cos^4\theta_{13} \sin^2 2\theta_{12} \sin^2 \Phi_{21} + \sin^2 2\theta_{13} \cos^2 \theta_{12} (\sin^2 \Phi_{31} + \tan^2 \theta_{12} \sin^2 \Phi_{32}) \quad (\text{I-1-73})$$

と表わされる。

II. これまでのニュートリノ振動実験の結果

= 振動パラメータの測定値 =

これまでの多くのニュートリノ振動実験の結果は図 II-1 にまとめられる。この中で、positive な結果は、SuperKamiokande による大気ニュートリノと K2K, MINOS らによる加速器ニュートリノを使用した $\nu_\mu \rightarrow \nu_\mu$ の振動及び太陽ニュートリノ実験と KamLAND による原子炉ニュートリノを利用して検出した $\nu_e \rightarrow \nu_e$ 及び $\bar{\nu}_e \rightarrow \bar{\nu}_e$ の振動。

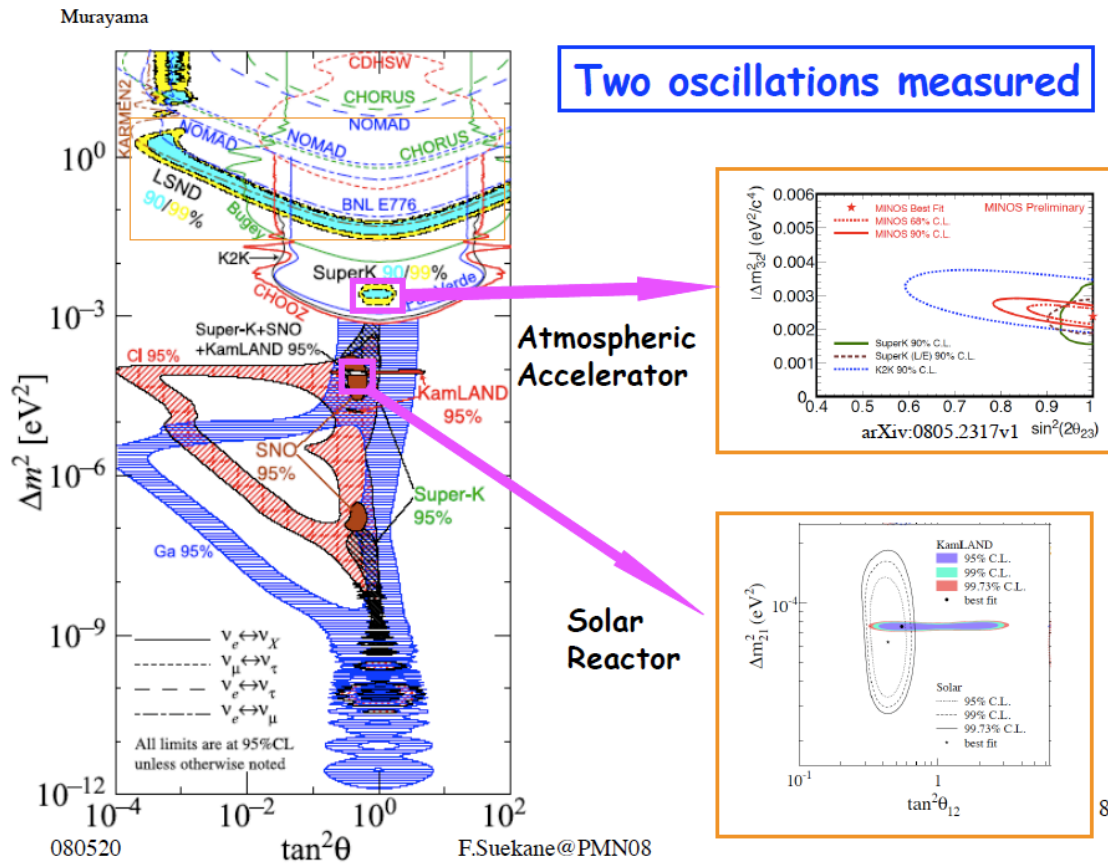


図 II-1, ニュートリノ振動実験のまとめ。(courtesy of 村山さん)

左の図の縦軸は Δm^2 、横軸は $\tan^2\theta$ 。右の2つの図は、positive な実験結果を表す。

実験結果と、混合パラメータの対応は一般に 1 対 1 にはならないが、混合パラメータを先の θ_{12} , θ_{13} , θ_{23} , のように定義すれば幸い次のように良い精度で 1 対 1 に対応する。

(1)SuperKamiokandeによる大気ニュートリノとK2K, MINOSらによる加速器ニュートリノを使用して検出した、 $\nu_\mu \rightarrow \nu_\mu$ の振動で、2世代解析の結果は、

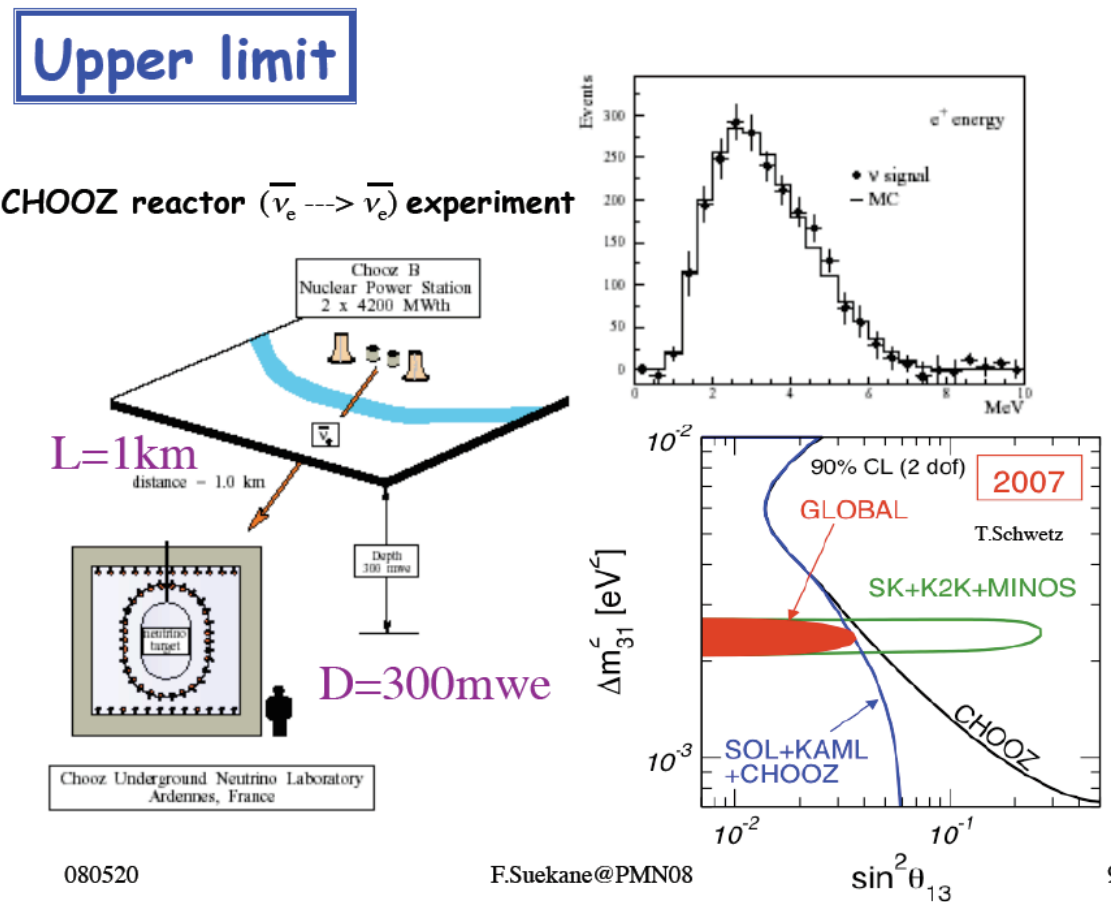
$$|\Delta m^2| \sim 2.5 \times 10^{-3} \text{eV}^2, \sin^2 2\theta \sim 1 \quad (\text{II-1})$$

(2)太陽ニュートリノ実験とKamLANDによる原子炉ニュートリノを利用して検出した、 $\nu_e \rightarrow \nu_e$ 及び $\bar{\nu}_e \rightarrow \bar{\nu}_e$ の振動で、2世代解析の結果は、

$$\Delta m^2 \sim 8.0 \times 10^{-5} \text{eV}^2, \sin^2 2\theta \sim 0.85 \quad (\text{II-2})$$

この場合太陽ニュートリノに対する物質効果により、 $m_2 > m_1$ も分かっている。なお原子炉ニュートリノ ($\bar{\nu}_e$) による振動パラメータと太陽ニュートリノ (ν_e) による振動パラメータが一致するということは、CPT対称性が成り立っていることを表す。

図II-1は、原子炉ニュートリノを利用したChooz実験結果。



図II-1、Chooz実験による3種類目の振動のupper limit。

(3) CHOOZ原子炉実験により $\Delta m^2 \sim 2.5 \times 10^{-3} eV^2$ で測定が試みられた $\bar{\nu}_e \rightarrow \bar{\nu}_e$ 振動で、有限値は検出されなかったため混合角の上限値は、

$$\boxed{\sin^2 2\theta < 0.15 @ |\Delta m^2| = 2.5 \times 10^{-3} eV^2} \quad (\text{II-3})$$

次にこれらの実験結果とニュートリノ振動のパラメータを対応づける。

まず、確認された2種類のニュートリノ振動の Δm^2 の大きさを、

$$\Delta m_{12}^2 = 8.0 \times 10^{-5} eV^2, |\Delta m_{23}^2| = 2.5 \times 10^{-3} eV^2 \quad (\text{II-4})$$

とする。

$|\Delta m_{23}^2| \gg |\Delta m_{12}^2|$ なので、 $\Delta m_{31}^2 = -\Delta m_{12}^2 - \Delta m_{23}^2 \sim -\Delta m_{23}^2$ から、

大気ニュートリノと加速器実験とChooz実験では、 $\frac{L}{E} \sim \frac{2\pi}{|\Delta m_{23}^2|}$ なので、

$$\Phi_{12} \sim 0, \sin^2 \Phi_{23} \sim \sin^2 \Phi_{31} \quad (\text{II-5})$$

したがって、

$$P_{@23}(\nu_e \rightarrow \nu_e) \sim 1 - 4|U_{e3}|^2 (|U_{e1}|^2 + |U_{e2}|^2) \sin^2 \Phi_{31} = 1 - \sin^2 2\theta_{13} \sin^2 \Phi_{31}$$

となり2世代解析と形が一致し、Chooz実験の結果から、

$$\boxed{\sin^2 2\theta_{13} < 0.15} \quad (\text{II-6})$$

を得る。

2011年6月にT2Kが $\frac{L}{E} \sim \frac{2\pi}{|\Delta m_{23}^2|}$ で、 $\nu_\mu \rightarrow \nu_e$ の事象を6イベント発見した。

$$P(\nu_\mu \rightarrow \nu_e; @\Phi_{23} = \pi/2) \sim \sin^2 \theta_{23} \sin^2 2\theta_{13} \pm 0.05 \sin 2\theta_{13} \sin 2\theta_{23} \sin 2\theta_{12} \sin \delta \quad (\text{II-7})$$

なので、 $\theta_{23} = \frac{\pi}{4}, \delta = 0, \sin 2\theta_{12} \sim 0$ と仮定すると、

$$P(\nu_\mu \rightarrow \nu_e; @\Phi_{23} = \pi/2) \sim \frac{1}{2} \sin^2 2\theta_{13} \quad (\text{II-8})$$

より、

$$\boxed{0.03 < \sin^2 2\theta_{13} < 0.34} \quad (\text{II-9})$$

同様に、

$$P_{@23}(\nu_\mu \rightarrow \nu_\mu) \sim 1 - 4|U_{\mu 3}|^2 (|U_{\mu 1}|^2 + |U_{\mu 2}|^2) \sin^2 \Phi_{32} = 1 - 4c_{13}^2 s_{23}^2 (c_{23}^2 + s_{13}^2 s_{23}^2) \sin^2 \Phi_{32} \quad (\text{II-7})$$

$s_{13}^2 < 0.04$ なので無視すると、

$$P_{@23}(\nu_\mu \rightarrow \nu_\mu) \sim 1 - \sin^2 2\theta_{23} \sin^2 \Phi_{32} \quad (\text{II-8})$$

となり2世代解析と形が一致し、大気ニュートリノ、加速器の実験結果から、

$$\boxed{\sin^2 2\theta_{23} \sim 1} \quad (\text{II-9})$$

を得る。

KamLAND, 太陽ニュートリノ実験は、 $\frac{L}{E} \sim \frac{2\pi}{|\Delta m_{12}^2|}$ での実験となる。

この時、 $\sin^2 \Phi_{23}, \sin^2 \Phi_{31}$ の項のエネルギースペクトルの振動は、非常に早くなり、実際の測定では、 $\sin^2 \Phi_{23}, \sin^2 \Phi_{31}$ の効果は平均化されて 1/2 になり、 $\sin 2\Phi_{23}, \sin 2\Phi_{31}$ の効果は、0になる。

$$\sin^2 \Phi_{23} \rightarrow 0.5, \sin^2 \Phi_{31} \rightarrow 0.5, \sin 2\Phi_{23} \rightarrow 0, \sin 2\Phi_{31} \rightarrow 0 \quad (\text{II-10})$$

これから、

$$\begin{aligned} P_{@12}(\nu_e \rightarrow \nu_e) &= P_{@12}(\bar{\nu}_e \rightarrow \bar{\nu}_e) = 1 - 4|U_{e2}|^2|U_{e1}|^2 \sin^2 \Phi_{21} - 2|U_{e3}|^2(|U_{e1}|^2 + |U_{e2}|^2) \\ &\sim \cos 2\theta_{13}(1 - \sin^2 2\theta_{12} \sin^2 \Phi_{21}) + O(s_{13}^4) \end{aligned}$$

(II-11)

s_{13}^2 の項を無視すると、

$$P_{@12}(\nu_e \rightarrow \nu_e) \sim 1 - \sin^2 2\theta_{12} \sin^2 \Phi_{21} \quad (\text{II-12})$$

したがって、

$$\boxed{\sin^2 2\theta_{12} \sim 0.85} \quad (\text{II-13})$$

を得る。

* 太陽ニュートリノと質量階層性の決定.

これらのことをまとめた最近のグローバル解析の結果は、例えば、
(G. L. Fogli, et al., [ArXiv:1106.6028v1 (29/Jun/2011)]) によると.

$$\begin{cases} |\Delta m_{23}^2| \sim 2.35_{-0.09}^{+0.12} \times 10^{-3} eV^2, \sin^2 2\theta_{23} = 0.974_{-0.022}^{+0.026} \\ |\Delta m_{12}^2| \sim 7.58_{-0.26}^{+0.22} \times 10^{-5} eV^2, \sin^2 2\theta_{12} = 0.849_{-0.024}^{+0.027} \\ \sin^2 2\theta_{13} = 0.082_{-0.031}^{+0.027} \end{cases} \quad (\text{II-14})$$

これらの値を使うと $s_{ij} > 0$ として、MNS 行列は次のようになる。

$$U_{MNS} = \begin{pmatrix} 0.84 & 0.53 & 0.15e^{i\delta} \\ -0.41 - 0.080e^{-i\delta} & 0.64 - 0.050e^{-i\delta} & 0.64 \\ 0.35 - 0.094e^{-i\delta} & -0.55 - 0.059e^{-i\delta} & 0.75 \end{pmatrix} \quad (\text{II-15})$$

太陽ニュートリノの測定により太陽との物質効果から、 $m_1 < m_2$ であることは分かっているが、 $m_1 < m_2 < m_3$ か、 $m_3 < m_1 < m_2$ かは、分かっていない。前者を Normal Hierarchy (NH)，後者を Inverted Hierarchy (IH) と呼ぶ。図 1 3 に質量の関係と質量固有状態中のフレーバー成分を示す。

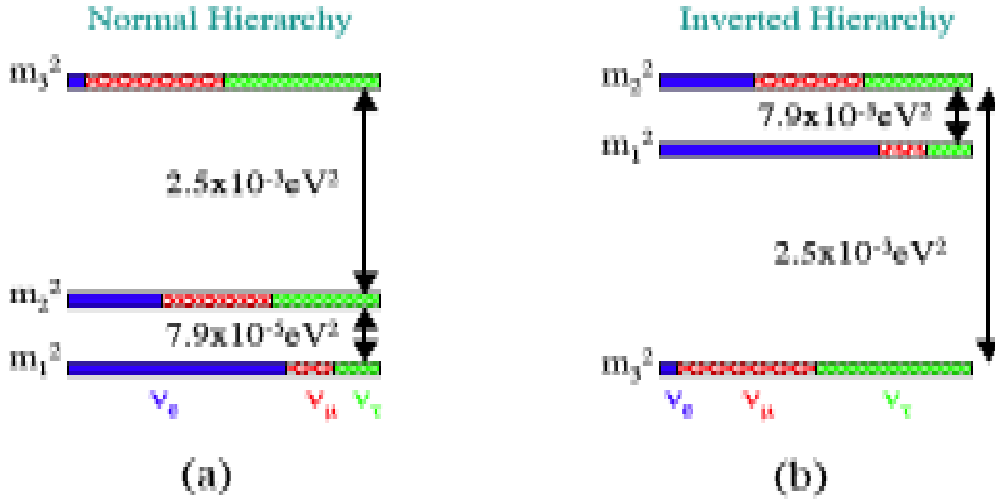


図 1 3, ニュートリノの質量の大きさの関係と、混合の大きさ

原理的には、 $|\Delta m_{13}^2|$ を独立に測定して、 $|\Delta m_{23}^2| - |\Delta m_{13}^2| = \pm |\Delta m_{11}^2|$ の復号を知ること
で NH か IH を決定することができるが、現実には、

$$\frac{\delta|\Delta m_{13}^2|}{|\Delta m_{13}^2|}, \frac{\delta|\Delta m_{23}^2|}{|\Delta m_{23}^2|} << \frac{|\Delta m_{12}^2|}{|\Delta m_{23}^2|} \sim 3\%$$

の精度で、測定しなければならず、かなり難しい。

= 遷移振幅の大きさ =

遷移振幅は、式(I-1-46)より、

$$T = \begin{pmatrix} \mu_e & \tau_{e\mu} & \tau_{e\tau} \\ \tau_{e\mu}^* & \mu_\mu & \tau_{\mu\tau} \\ \tau_{e\tau}^* & \tau_{\mu\tau}^* & \mu_\tau \end{pmatrix} = U_{MNS}^\dagger \begin{pmatrix} m_1 & 0 & 0 \\ 0 & m_2 & 0 \\ 0 & 0 & m_3 \end{pmatrix} U_{MNS}$$

で求められるが m_1, m_2, m_3 は、独立には知られていないので、一般に T を知ることとはできない。 $m_3 > m_2 > m_1 \sim 0$ と仮定すると、

$$m_1 \sim 0, m_2 \sim 9\text{meV}, m_3 \sim 50\text{meV}$$

と決まるため、

$$\begin{pmatrix} \mu_e & \tau_{e\mu} & \tau_{e\tau} \\ \tau_{e\mu}^* & \mu_\mu & \tau_{\mu\tau} \\ \tau_{e\tau}^* & \tau_{\mu\tau}^* & \mu_\tau \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 7.9 - 2.7 \cos \delta & -12 + 2.1e^{i\delta} - 0.84e^{-i\delta} & 11 - 4.0e^{i\delta} \\ -12 + 2.1e^{-i\delta} - 0.84e^{i\delta} & 19 + 2.7 \cos \delta & -17 - 2.6e^{i\delta} \\ 11 - 4.0e^{-i\delta} & -17 - 2.6e^{-i\delta} & 32 \end{pmatrix} \text{meV}$$

この場合ニュートリノ間の遷移振幅は同じ程度である。逆に、 $m_3, m_2, m_1 \ll m_0$ の場合、質量行列は単位行列の倍数に近づくため、遷移行列は、

$$\begin{pmatrix} \mu_e & \tau_{e\mu} & \tau_{e\tau} \\ \tau_{e\mu}^* & \mu_\mu & \tau_{\mu\tau} \\ \tau_{e\tau}^* & \tau_{\mu\tau}^* & \mu_\tau \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} m_0 & 0 & 0 \\ 0 & m_0 & 0 \\ 0 & 0 & m_0 \end{pmatrix}$$

になる。

CPT対称性がなりたつとすると、 $\nu_e^c \rightarrow \nu_\mu^c$ は、 $\nu_\mu \rightarrow \nu_e$ と同じ振幅を持つため、
図 1 4 のようにその振幅は A^* になる。（ ν_e^c は ν_e の反粒子を表す。）

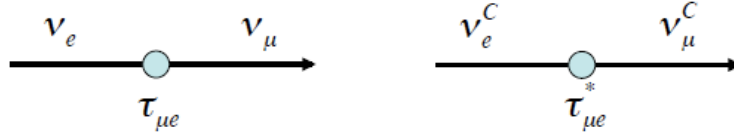


図14: $\nu_e \rightarrow \nu_\mu$ の振幅と $\nu_e^C \rightarrow \nu_\mu^C$ の振幅。

$\nu_e^C \rightarrow \nu_\mu^C$ となる確率と $\nu_e \rightarrow \nu_\mu$ となる確率には $\text{Im}(\tau)$ に比例する差が生じるため A が複素数だと、CP対称性が破れることになる。遷移行列の非対角行列要素 $\tau_{e\mu}$, $\tau_{e\tau}$ から、 s_{13} はニュートリノ現象でのCPVの大きさを左右することがわかる。特に s_{13} が0.1より大きい小さいか ($\sin^2 2\theta_{13}$ が0.04より大きい小さいか) でCP violationの効果が大きく異なることになる。

III. 近未来のニュートリノ振動実験

= 今後の課題とその解決方法 =

・ 4つの課題； θ_{13} 測定、CP 非保存、質量階層性、 θ_{23} 縮退、精密測定。

今後のニュートリノ振動の研究の課題は次のようにまとめられる。

- (1) θ_{13} を測定して、3つの混合角を全て決定する。
- (2) CP Violation パラメータ δ の決定。
- (3) θ_{23} の縮退を解く。(θ_{23} degeneracy 問題。)
- (4) Δm_{23}^2 の符号の決定。(Mass Hierarchy 問題。)

(1)～(4)のように4種の不定性が存在するため、これらを決定するためには、一般に4種類の測定が必要となる。利用できるものとしては、加速器による、 $P(\nu_\mu \rightarrow \nu_e @ \Phi_{23} = \pi/2)$ 、 $P(\bar{\nu}_\mu \rightarrow \bar{\nu}_e @ \Phi_{23} = \pi/2)$ 、ベースラインの異なった実験及び原子炉による $P(\bar{\nu}_e \rightarrow \bar{\nu}_e @ \Phi_{23} = \pi/2)$ の4つがある。その意味でも原子炉ニュートリノ実験は今後のニュートリノ研究プログラムに不可欠な要素である。

ここで、 $\Phi_{23} = \pi/2$ でのニュートリノの振動をまとめる。図 20 に、反ニュートリ

ノの確率を図 21 に示す。図 21 は、図 20 を CP 変換したものになっている。CPT が成り立つとすると、これらの図でニュートリノと反ニュートリノを置き換え、カイラリティと振動の方向を逆転したのも同じ確率になる。逆方向の振動は、T 変換であるため、これらの図で CP 変換したものを CPT 変換すれば得ることができる。したがって、この 2 つの図で全ての振動の式を表すことができる。

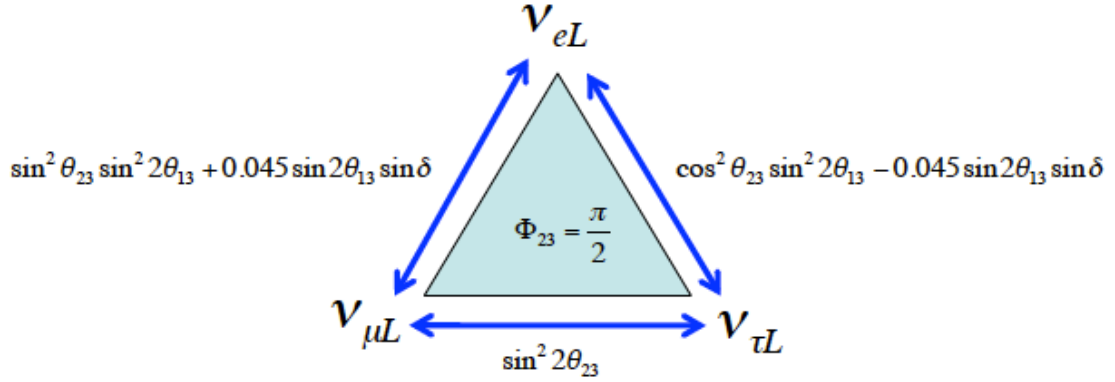


図 20、ニュートリノ振動の確率。C,P,T 変換の効果を明らかにするためカイラリティを明示した。CPT 対称性がある場合、ニュートリノを反ニュートリノにして、カイラリティと振動の方向を逆にした場合も同じ確率となる。

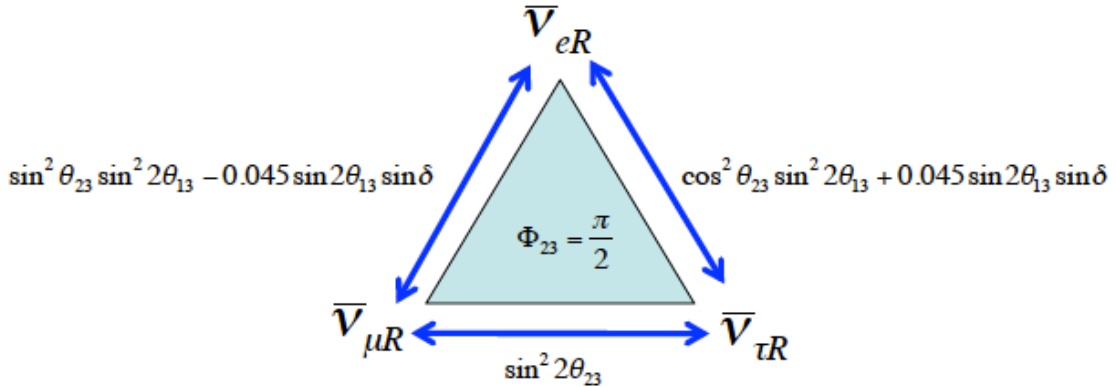


図 21、反ニュートリノ振動の確率。図 20 を CP 変換した場合のもの。C,P,T 変換の効果を明らかにするためカイラリティを明示した。CPT 対称性がある場合、反ニュートリノをニュートリノにして、カイラリティと振動の方向を逆にした場合も同じ確率となる。

MINOS, T2K, NOVA 実験で測定する $\nu_\mu \rightarrow \nu_e$ の確率は、図 20 から、

$$P(\nu_\mu \rightarrow \nu_e; \Phi_{23} = \pi/2) = \sin^2 \theta_{23} \sin^2 2\theta_{13} - 0.045 \sin 2\theta_{13} \sin \delta$$

であることが分かる。

SK、K2K、MINOS で測定された $\nu_\mu \nrightarrow \nu_\mu$ (Disappearance) の確率は、

$$\begin{aligned} P(\nu_\mu \nrightarrow \nu_\mu; \Phi_{23} = \pi/2) &= P(\nu_\mu \rightarrow \nu_\tau; \Phi_{23} = \pi/2) + P(\nu_\mu \rightarrow \nu_e; \Phi_{23} = \pi/2) \\ &= \sin^2 2\theta_{23} + \sin^2 \theta_{23} \sin^2 2\theta_{13} - 0.045 \sin 2\theta_{13} \sin \delta \\ &\sim \sin^2 2\theta_{23} \end{aligned}$$

であったことが分かる。

原子炉ニュートリノによる $\sin^2 2\theta_{13}$ 測定は、 $\bar{\nu}_e \nrightarrow \bar{\nu}_e$ の測定であるため、

$$\begin{aligned} P(\bar{\nu}_e \nrightarrow \bar{\nu}_e; \Phi_{23} = \pi/2) &= P(\bar{\nu}_e \rightarrow \bar{\nu}_\mu; \Phi_{23} = \pi/2) + P(\bar{\nu}_e \rightarrow \bar{\nu}_\tau; \Phi_{23} = \pi/2) \\ &= \sin^2 \theta_{23} \sin^2 2\theta_{13} - 0.045 \sin 2\theta_{13} \sin \delta + \cos^2 \theta_{23} \sin^2 2\theta_{13} + 0.045 \sin 2\theta_{13} \sin \delta \\ &= \sin^2 2\theta_{13} \end{aligned}$$

と、 θ_{23} と δ の不定性が非常にうまく相殺し、純粋な $\sin^2 2\theta_{13}$ の測定になっている。
後で述べるようにこれらの測定を組み合わせることにより課題の(1)～(3)を解くことができる。

OPERA による $\nu_\mu \rightarrow \nu_\tau$ は、

$$P(\nu_\mu \rightarrow \nu_\tau; \Phi_{23} = \pi/2) = \sin^2 2\theta_{23}$$

である。したがって、この実験では、 θ_{13} の情報を得ることは出来ない。

なお、OPERA 実験は、目的が、ニュートリノ振動により生じた τ レプトンを直接とらえることであるため、イベントレートが最大になるよう、 $\Phi_{23} < \pi/2$ (反応断面積を大きくするため、最大の振動が生じるエネルギーよりも高いエネルギーのニュートリノビームを使う) で行われる。

(4) の Mass Hierarchy は、ニュートリノと地球の物質効果を利用することにより決定することができる。物質効果は、ニュートリノが物質中を通過する際、図 22 のように、物質との coherent な相互作用を行うことにより、ニュートリノ振

動が影響を受ける効果。

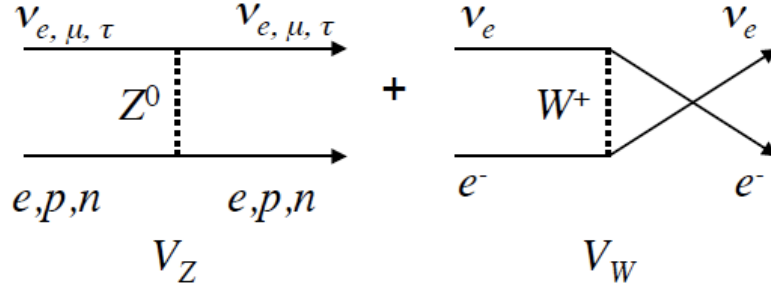


図 22、ニュートリノと物質の相互作用。 V_Z 、 V_W はそれぞれ、 Z 粒子、 W 粒子との相互作用によるポテンシャルの強さを表す。

このポテンシャルのため、物質中では、ニュートリノフレーバーの遷移振幅に図 23 のような振幅を加えなければならない。

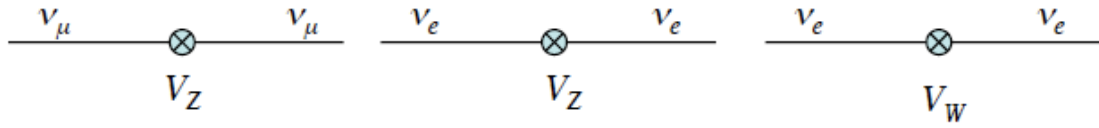


図 23、物質中を通過するニュートリノに新たに加わる遷移振幅。

ここで、ニュートリノが相対論的に運動している場合、例えば V_W の大きさは、

$$V_W = \frac{G_F}{\sqrt{2}} \gamma_0 \gamma_\mu [\bar{e}_L \gamma^\mu e_L] \rightarrow \sqrt{2} G_F n_e$$

G_F は、フェルミ定数 ($G_F \sim 10^{-5} [\text{GeV}^{-2}]$)、 n_e は、物質の電子密度。(地球上で

は、 $n_e \sim 5 \times 10^{23} [\text{cm}^{-3}]$) なので、 $V_W \sim 10^{-12} [\text{eV}]$ 。これは、一見現在測定されているニュートリノの質量スケールである $10^{-2} [\text{eV}]$ に比べ非常に小さいので無視できるように見える、しかし相対論的に運動している素粒子の場合、遷移振幅の大きさが effective に $1/\gamma$ になるため、 γ が大きい場合同程度の大きさになる可能性がある。例えば、 $m=10^{-2} \text{eV}$ のニュートリノが 100MeV のエネルギーを持つ場合、 $\gamma \sim 10^{12}$ になるので、 $m/\gamma \sim V_W$ になる。

相対論的に運動しているニュートリノの運動方程式に物質効果によるポテン

シャルを加えると、

$$\begin{pmatrix} \dot{c}_e \\ \dot{c}_\mu \end{pmatrix} = -i \begin{pmatrix} \mu_{ee}/\bar{\gamma} + V_Z + V_W & \tau_{\mu e}/\bar{\gamma} \\ \tau_{\mu e}/\bar{\gamma} & \mu_{\mu\mu}/\bar{\gamma} + V_Z \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c_e \\ c_\mu \end{pmatrix}$$

振動パラメータは、静止している場合のものに

$$\mu_{ee} \rightarrow \mu_{ee}/\bar{\gamma} + V_Z + V_W, \mu_{\mu\mu} \rightarrow \mu_{\mu\mu}/\bar{\gamma} + V_Z, \tau_{\mu e} \rightarrow \tau_{\mu e}/\bar{\gamma}$$

の置き換えをすることにより得られる。その結果は、

$$\begin{aligned} \text{振動確率の振幅: } \Omega = \sin^2 2\theta &= \frac{4\tau_{\mu e}^2}{(\mu_{\mu\mu} - \mu_{ee})^2 + 4\tau_{\mu e}^2} \rightarrow \frac{4\tau_{\mu e}^2}{(\mu_{\mu\mu} - \mu_{ee} - \bar{\gamma}V_W)^2 + 4\tau_{\mu e}^2} \\ &= \frac{\sin^2 2\theta}{\left(\cos 2\theta - (EV_W/2\Delta m^2)\right)^2 + \sin^2 2\theta} \end{aligned}$$

$EV_W = 2\Delta m^2 \cos 2\theta$ の時に、 $\sin^2 2$ の大きさによらず $\Omega = 1$ になることに注意 (→ MSW 効果。)

$$\begin{aligned} \text{角速度: } \omega &= \sqrt{(\mu_{\mu\mu} - \mu_{ee})^2 + 4\tau_{\mu e}^2} \rightarrow \frac{1}{\bar{\gamma}} \sqrt{(\mu_{\mu\mu} - \mu_{ee} - \bar{\gamma}V_W)^2 + 4\tau_{\mu e}^2} \\ &= \frac{\Delta m^2}{2E} \sqrt{\left(\cos 2\theta - (EV_W/2\Delta m^2)\right)^2 + \sin^2 2\theta} \end{aligned}$$

と置き換えることにより得られる。

物質効果が無い場合、 $\mu_{\mu\mu} > \mu_{ee}$ (NH) と $\mu_{\mu\mu} < \mu_{ee}$ (IH) で測定パラメータに違いは無いが、物質効果がある場合違いが生じる。 実際の実験で、

$$\Phi = \frac{\Delta m^2 L}{4E} = \frac{\pi}{2}$$

を満足するニュートリノのエネルギーで実験を行うとすると、

$$\bar{\gamma} = \frac{E}{\bar{m}} = \frac{|\Delta m| L}{\pi}$$

したがって、例えば、振動確率は、

$$\Omega = \frac{\sin^2 2\theta}{\left(\cos 2\theta - \text{sgn}(\Delta m^2)(LV_w/4\pi)\right)^2 + \sin^2 2\theta}$$

のようにベースラインに依存するため、ベースラインの違う 2 つの実験で、同じニュートリノ振動を測定し、その差から、NH と IH を区別することができる。

太陽ニュートリノの MSW 効果は、太陽内部を飛行するニュートリノに対する物質効果である。この場合、ニュートリノが太陽中心部から外部に向かって進むにつれ物質の密度が変化していく効果と、ニュートリノの質量差と物質効果が同程度になり、 $V_w = 2\Delta m^2 \cos 2\theta/E$ となれば、共鳴が生じることになり、かなり複雑な現象となる。太陽ニュートリノの物質効果により $m_2 > m_1$ であることは確かめられている。

先の 4 つの課題を解くための測定量を下の表にまとめる。

課題	測定量の例
θ_{13}	$P(\bar{\nu}_e \rightarrow \bar{\nu}_e @ \Phi_{23} = \pi/2) = 1 - \sin^2 2\theta_{13}$ $P(\nu_\mu \rightarrow \nu_e @ \Phi_{23} = \pi/2) \sim \sin^2 \theta_{23} \sin^2 2\theta_{13} \mp 0.05 \sin 2\theta_{13} \sin \delta$
δ	$P(\nu_\mu \rightarrow \nu_e @ \Phi_{23} = \pi/2) - P(\bar{\nu}_\mu \rightarrow \bar{\nu}_e @ \Phi_{23} = \pi/2) \sim 0.1 \sin 2\theta_{13} \sin \delta$
θ_{23} degeneracy	$P(\nu_\mu \rightarrow \nu_e @ \Phi_{23} = \pi/2) + P(\bar{\nu}_\mu \rightarrow \bar{\nu}_e @ \Phi_{23} = \pi/2) \sim 2 \sin^2 \theta_{23} \sin^2 2\theta_{13}$
mass hierarchy	$P(\nu_\mu \rightarrow \nu_e @ \Phi_{13} = \pi/2; L') - P(\nu_\mu \rightarrow \nu_e @ \Phi_{13} = \pi/2; L)$ $= \pm 2 \sin^2 \theta_{23} \sin^2 2\theta_{13} A(L' - L)$ $P_R(\bar{\nu}_e \rightarrow \bar{\nu}_e @ l \sim 50 \text{ km}) \sim 1 - 0.5 \sin^2 2\theta_{13} (\sin^2 \Delta_{31} + \tan^2 \theta_{12} \sin^2 \Delta_{32})$

いずれも θ_{13} が関わっているため θ_{13} の大きさの決定が現在の急務 となっている。

= θ_{13} 測定 =

θ_{13} 測定は、原子炉ニュートリノによる実験と加速器ニュートリノによる実験の 2 種類が現在進行中である。

- DoubleChooz 実験による直接測定 -

原子炉ニュートリノによる θ_{13} 測定は、基本的に現在の θ_{13} 測定の上限值を出している Chooz 実験の高精度化を行えば良い。これが我々の行っている Double Chooz 実験である。

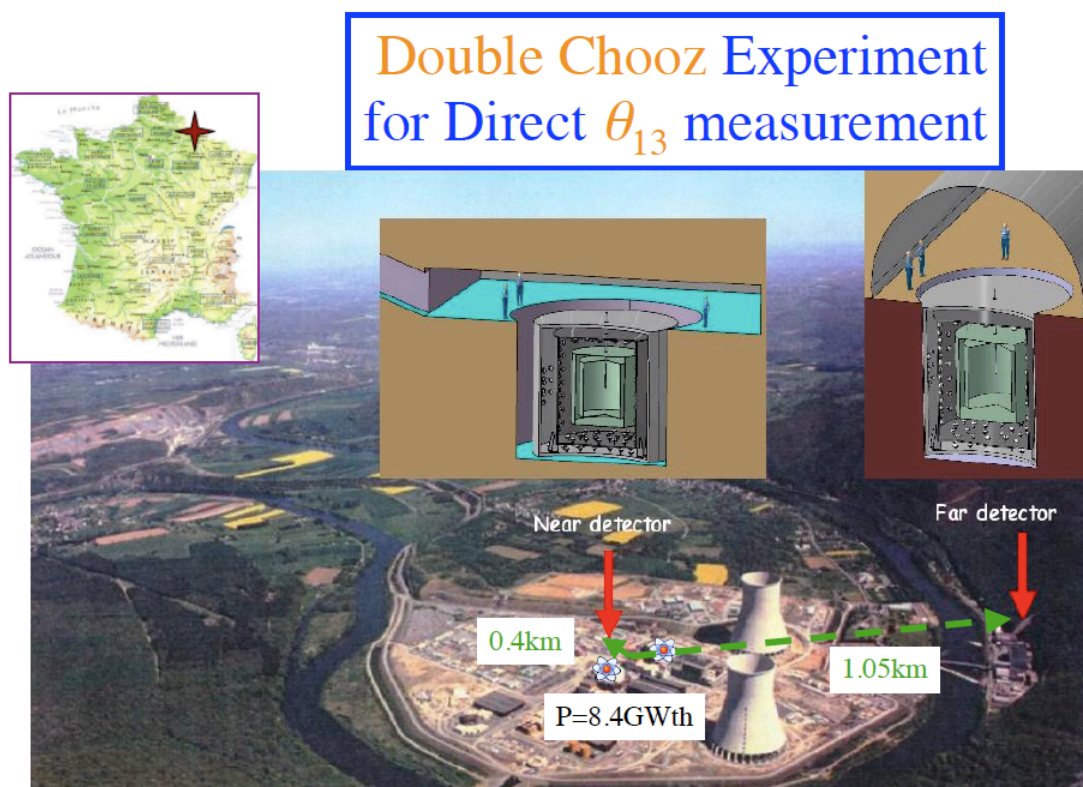


図 24、Chooz 原子力発電所と 2 台の DoubleChooz 検出器。

DoubleChooz 実験では、フランスとベルギーの国境近くにある Chooz 原子力発電所の熱出力 4.2GW の 2 基の原子炉から発生するニュートリノを原子炉から約 400m 離れた場所の地下にあるニュートリノ検出器 (Near Deector) と、平均 1.05km 離れた場所の地下にある同一構造のニュートリノ検出器(Far Detector) で測定し、その 2 つのデータを比較することにより、ニュートリノ振動によるニュートリノ欠損を 0.6%の精度で測定する。DC グループは、フランス、ドイツ、日本、アメリカ、スペイン、イギリス、ブラジル、ロシアなどからなる。日本グループは、東北大、新潟大、首都大、東工大、神戸大、東北学院大、広島工大などからなる。

図 25 に DoubleChooz 検出器の構造を示す。中心部のニュートリノターゲット

トは、紫外線透過型アクリルに入った約 10 トンのガドリニウム(0.1%)入り液体シンチレーター。その外側には、厚みが 55cm のガドリニウムが入っていない液体シンチレーター。これは、ニュートリノターゲットから漏れて来る γ 線をとらえるためのもので「 γ catcher」と呼ばれる。「 γ catcher」もまた、紫外線透過型のアクリルタンクに入っている。その外側は、厚みが 105cm の非発光性のバッファオイルが取り囲む。このバッファオイルは、光電子増倍管や、外部からの γ 線や中性子のシールドとして働く。390 本の 10 インチ径の光電子増倍管 (PMT) がバッファオイルを保持しているステンレスタンクの内側に、中心付近を向いて取り付けられている。この PMT は、日本グループの担当であり、DoubleChooz 実験のために非常にバックグラウンドの低い ($^{238}\text{U}/^{232}\text{Th}/^{40}\text{K}$ =73/28/2.5ppb、これはスーパー神岡の PMT のガラスの 1/10 の含有率) 高性能なものを開発した。ステンレスタンクの外側はさらに別の低発光量の液体シンチレーターがあり、70 個の 8 インチ PMT で宇宙線の通過を知るのに使われる。宇宙線 veto は、鉄のタンクの中にあり、最後に一番外側は 17cm 厚の鉄のシールドが外部からの γ 線を防いでいる。Far 検出器は元の Chooz 検出器があつた地下実験室に設置される。Overburden は、300m.w.e.であり、宇宙線の頻度は、地上より二桁少ない。



2004-2007: Detector design

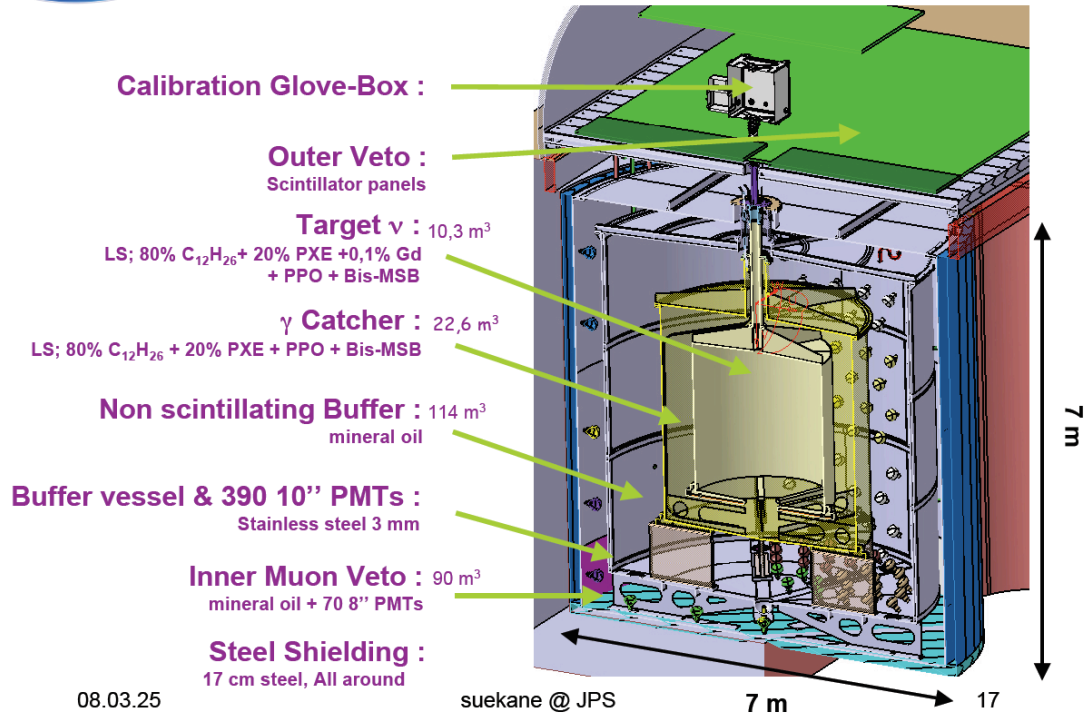


図 25, DoubleChooz 検出器。



図 26, DoubleChooz 地下実験室。

鉄タンクを設置しているところ。(2008 年 11 月撮影)

原子炉の中では、例えば ^{235}U が熱中性子を吸収し、核分裂を起こして、大きく 2 つの原子核に分裂し、その過程で平均 2~3 個の中性子を発生する。この時核分裂により生じた 2 つの娘核は一般に中性子過剰核であり、安定な原子核になるまで、2 つの娘核を合わせて平均 6 回 β 崩壊を続ける。 β 崩壊 1 回あたり反電子ニュートリノ ($\bar{\nu}_e$) が 1 個発生するため、核分裂あたり平均 6 個の $\bar{\nu}_e$ が生じることになる。一方核分裂あたりに解放されるエネルギーは、約 200MeV であるため、熱出力 3GW の平均的な発電用原子炉は、1 秒あたり、 6×10^{20} 個の $\bar{\nu}_e$ を発生していることになる。 $\bar{\nu}_e$ のエネルギーは典型的な β 崩壊のエネルギーである数 MeV である。 ^{235}U , ^{239}Pu , ^{241}Pu などの核分裂で生じるニュートリノのスペクトルは、実際にこれらの核分裂反応を実験室で生じさせ、そこから発生する β 線のエネルギースペクトルを元にして計算されている。 ^{238}U に関しては、核分裂させるためには高速中性子が必要なため、実験室で核分裂させることは難しく、核データなどを利用して、分裂核の β 崩壊を足し合わせることで計算されている。これらの計算結果は、原子炉近傍で行われた Bugey 実験などにより、数%の精度で確かめられている。

DoubleChooz 実験での $\bar{\nu}_e$ の検出は液体シンチレーターの中の陽子との逆ベータ崩壊反応を利用する。

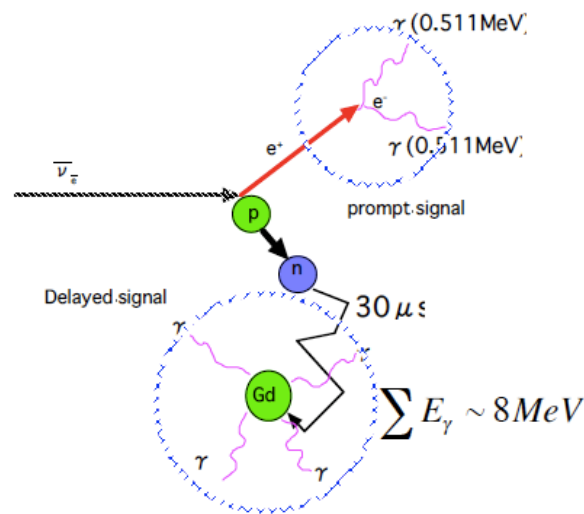
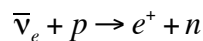


図 27、 $\bar{\nu}_e$ 検出の原理。逆 β 崩壊反応で $\bar{\nu}_e$ を e^+ に変え、 p を n に変える。

その後、陽電子は電子と対消滅し、 n は Gd に吸収され、それぞれ γ 線を発生する。

この反応のエネルギーthreshold は、1.8MeV である。中性子の質量はニュートリノのエネルギーに比べ非常に大きいので、この反応により、終状態の中性子の運動エネルギーは、数十 KeV 以下と非常に小さく。事実上陽電子がニュートリノのエネルギー引く 1.8MeV のエネルギーを持つことになる。そのため、陽電子のエネルギーを測定すれば元のニュートリノのエネルギーが分かる。これは、ニュートリノと電子の弾性散乱にはない特徴である。生じた陽電子は周りの電子と対消滅し、2 本の 0.511MeV の γ 線を発生する。したがって、陽電子の visible エネルギーとニュートリノのエネルギーの関係は、

$$E_{vis} = E - 0.78MeV$$

となる。ここで重要なことは、この反応中に電子・陽電子の消滅反応が含まれているため、たとえ陽電子の運動エネルギーが 0 でも、Visible エネルギーは 1.02MeV の下限値があること。イベントセレクションのエネルギーthreshold を 1MeV より十分小さく設定すれば、セレクション efficiency を 100%にすることができ、エネルギーreconstruction の誤差によるイベント selection の efficiency の誤差は無くなる。

逆ベータ崩壊反応で発生した中性子は、周囲にある陽子と弾性散乱を繰り返して、すぐに熱中性子化し、平均 30 μ s 後に液体シンチレーターに入れられたガドリニウムに吸収され、合計 8MeV のカスケード γ 線を出す。この中性子吸収は、逆 β 崩壊反応で陽電子が発生した場所から、平均数 cm 離れた場所で生じる。

自然放射能の元となるウランやトリウム、カリウムの β 崩壊の Q 値の最大は 5MeV、 γ 線の最大エネルギーは 2.6MeV、 α 線のエネルギーは液体シンチレーター中では、クエンチして見えて、1MeV 以下に見えることなどから、この中性子信号は、これらの自然放射能から明確に区別することができるため、図 28 のようにポジトロンの信号とコインシデンスを取ることで中性子起源以外のバックグラウンドを事実上無視できる程度に低減できる。

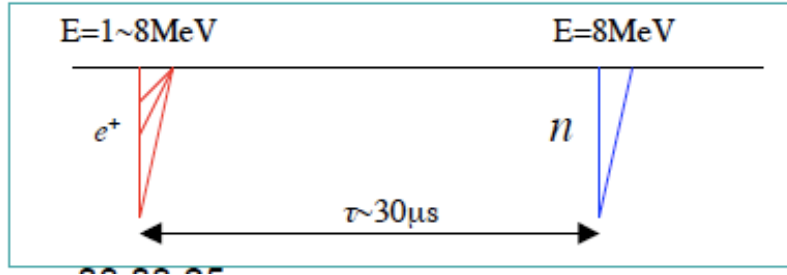


図 28, ニュートリノ反応の信号の特性。

1~8MeV の陽電子信号の後、平均 30μs 離れて 8MeV の中性子信号が生じる。

なお、この逆β崩壊反応の断面積は、0.2%という非常に良い精度で知られている。これはこの反応が図 29 のように、ニュートリノと陽子の反応は、中性子の崩壊の逆反応になっていて、

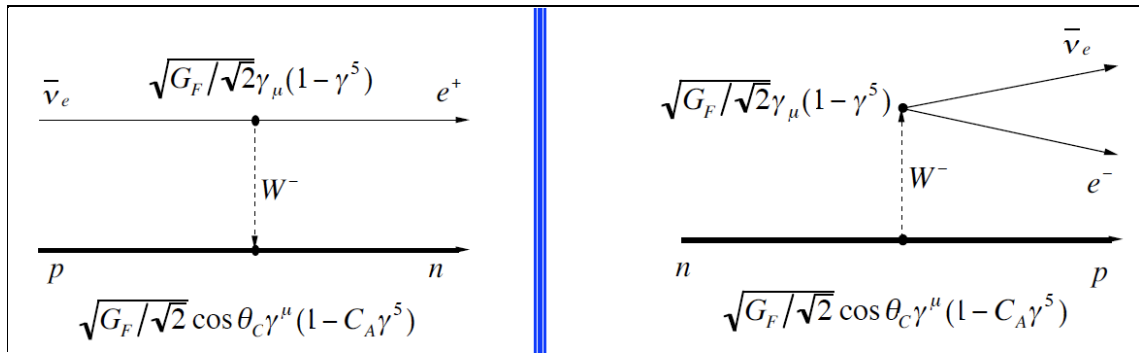


図 29、 $\bar{\nu}_e + p \rightarrow e^+ + n$ と $n \rightarrow p + e^- + \bar{\nu}_e$ のダイアグラム。

中性子の崩壊、ニュートリノ反応とも q^2/M^2 が小さいので必要な補正も小さく、断面積が中性子の寿命 τ_n と精度良く関係つけることができるからである。

$$\sigma_{\bar{\nu}_e p} = \frac{2\pi^2 E_{e^+} p_{e^+}}{1.7152 m_e^5} \frac{1}{\tau_n}$$

反跳による補正や radiative correction を入れた詳しい計算によると、

$$\sigma_{\bar{\nu}_e p} \sim 9.6 \times 10^{-44} E_{e^+} (\text{MeV}) p_{e^+} (\text{MeV}/c) [\text{cm}^2]$$

0.2%の誤差は、理論からではなく、主に中性子の寿命測定の誤差から来る。これは他のニュートリノ検出には無い特徴である。

検出器で検出されるニュートリノのエネルギースペクトルは、図 30 のように原

原子炉ニュートリノのエネルギースペクトルと、逆ベータ崩壊反応断面積のエネルギー依存性をかけ合わせたものとなる。

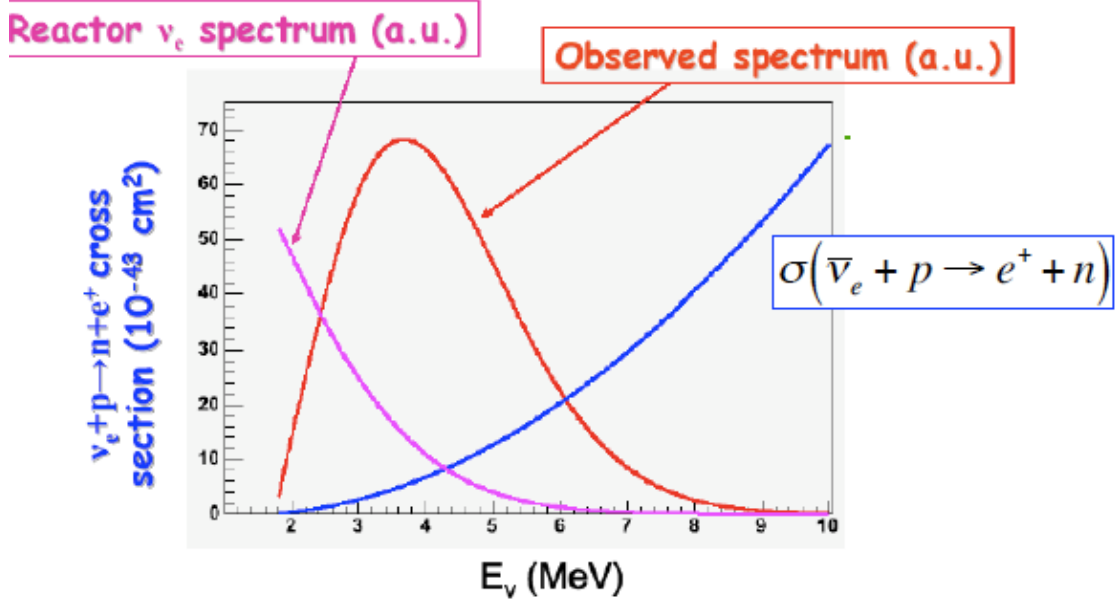


図 30、検出される原子炉ニュートリノのエネルギー分布。

信号の Visible エネルギーは、 $E_{vis} = E_v - 0.78 \text{ MeV}$ 。

ニュートリノのエネルギーは中性子の質量に比べ非常に小さいので、中性子は、反跳でエネルギーを殆ど持ち出さない。そのため、ニュートリノのエネルギーを陽電子のエネルギーから直接知ることができる。

このように原子炉ニュートリノの典型的なエネルギーは、 $E_v = 4_{-2}^{+4} [\text{MeV}]$ である。

したがって、振動が最大になる距離は、 $\Phi_{23} = \Delta m_{23}^2 L_{Max} / 4E_v = \pi/2$ より、

$$L_{Max} = 1.3 [\text{km}]$$

になる。

ニュートリノ欠損測定の方法は、次のような方法で小さくする。まず、イベントセレクションを次の 3 種類だけにし、Fiducial cut は行わない。

$$\begin{cases} (1), 0.5 \text{ MeV} < E_{e^+} < 9 \text{ MeV} \\ (2), 5 \text{ MeV} < E_n < 12 \text{ MeV} \\ (3), 1 \mu\text{s} < T_{e^+n} < 100 \mu\text{s} \end{cases}$$

図 3 1 に Chooz 実験の時のこれらのパラメータの分布を示す。

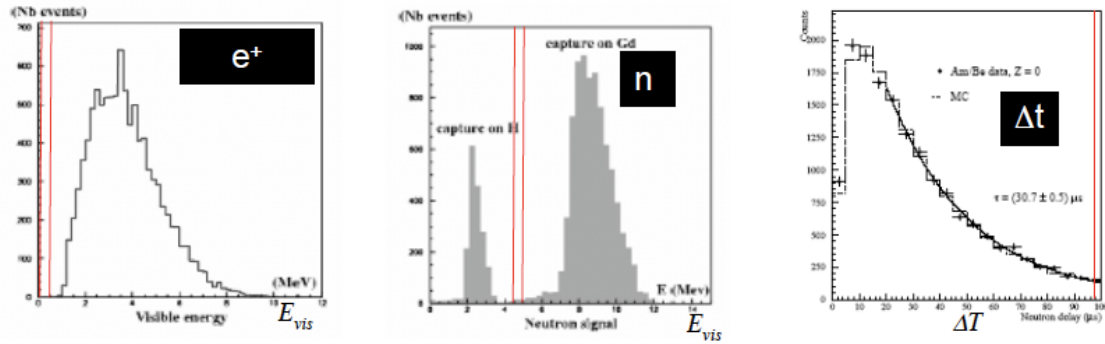


図 31, Chooz 実験での各セクションパラメータに対する分布。

左:ポジトロン信号のエネルギー分布、中:中性子信号のエネルギー分布。

右:それらの信号の時間差。

(1),(2)のカットの thresholds 付近では、イベントが殆どないので、2つの検出器のエネルギーキャリブレーションに差があっても efficiency の違いは生じない。(3)の DT カットに関しては、そもそも時間の測定は正確にできること。スロープをフィットすることで、cut condition や、lifetime に insensitive に元のイベント数を知ることができるため、Near/Far の相対的な efficiency の違いから来る誤差は非常に小さい。また、誤差の入って来やすい fiducial カットは行わない。Gd はニュートリノターゲット内にしかないので、Gd の信号があれば、それはターゲット内でおきたイベントであるといえることができる。ターゲット内の陽子の数の相対的な比を精度よく知るため、アクリル容器の体積は利用しないで、液体シンチレーターを導入する時にその重さ（流量でなく）を正確に測定する。このようにして、ニュートリノ欠損測定に対する系統誤差を 1%より十分小さくすることができ、 $\sin^2 2\theta_{13}$ を 0.03 までの感度で測定することができる。原子炉ニュートリノによる θ_{13} 測定実験のメリットをまとめると、

- (1) 純粋な $\sin^2 2\theta_{13}$ の測定である。
- (2) 原子炉から生成されるニュートリノは 100% $\bar{\nu}_e$ であり、完全に等方的に放射されるため、そこから来る不定性はない。
- (3) $\bar{\nu}_e + p \rightarrow e^+ + n$ の反応断面積は大きく、又非常に精度良く知られている。振動先のフレーバーはこの反応を行わないため、純粋に $\bar{\nu}_e$ の欠損を測定することができる。

- (4) 陽電子信号のエネルギーから $\bar{\nu}_e$ のエネルギーを決定することができる。
- (5) プロンプトイベントは 1MeV ($2m_e$) の最低エネルギーを持つため threshold をそれ以下に設定すると、efficiency の不定性はなくなる。
- (6) ディレイドイベントは 8MeV のピークを持つため、それより Threshold を十分低いところでかけると、efficiency は cut independent になる。また、環境 γ 線のエネルギーの最大は 2.6MeV なので、ディレイドイベントは、環境 γ 線に影響されない。
- (7) KASKA 又は DoubleChooz のような多層検出器構造にすると fiducial カットが必要なくなり、そこから来る不定性がなくなる。

デメリットは、

- (1) Disappearance の実験なので、ニュートリノイベントそのものがバックグラウンドになる。
- (2) 検出器を地下に設置しなければならない。そのため、場合によれば、トンネルを掘らなければならない。

- 加速器による「 θ_{13} 」測定との相補性と課題解決 -

T2K、MINOS、NOVA, など加速器実験による θ_{13} 測定は、原子炉ニュートリノによる θ_{13} 測定実験に先行して計画された。例えば T2K の最初のプロポーザルは、2001 年 6 月に hep-ex/0106019 に見られる。測定原理は、J-PARC 加速器で π^+ 中間子を作り、主に $\pi^+ \rightarrow \mu^+ + \nu_\mu$ の崩壊で生じる、GeV 程度のエネルギーを持つ ν_μ を 300km 飛ばして SuperKamiokande 検出器で捕らえ、 $\nu_e + A = e^- + X$ の反応で電子ニュートリノを同定し、 $\nu_\mu \rightarrow \nu_e$ の、いわゆる appearance を測定する。この振動確率は、

$$P(\nu_\mu \rightarrow \nu_e; @\Phi_{23} \sim 1) \sim \sin^2 \theta_{23} \sin^2 2\theta_{13} \sin^2 \Phi_{23} + \eta(\Phi_{23}(\sin 2\theta_{13} \sin 2\theta_{23} \sin 2\theta_{12} \sin \Phi_{23} \cos(\Phi_{23} - \delta)))$$

である。ここで、 $\eta = \Delta m_{12}^2 / \Delta m_{23}^2 \sim \pm 0.031$ 。第 2 項の効果が HI と NH で逆になることに注意。今、話を簡単にし、測定は Oscillation maximum ($\Phi_{23} = \pi/2$) で行われる場合を考える。この時、

$$P(\nu_\mu \rightarrow \nu_e; @\Phi_{23} = \pi/2) \sim \sin^2 \theta_{23} \sin^2 2\theta_{13} \pm 0.05 \sin 2\theta_{13} \sin 2\theta_{23} \sin 2\theta_{12} \sin \delta$$

T2K のプロポーザルが出た時、KamLAND は、1000 トンの液体シンチレーターを検出器に注入中で、まだ太陽ニュートリノ欠損問題の解のうちどれが正しいかは分かっていなかった。当時は、太陽ニュートリノ欠損問題の解のうち、MSW 効果が重要な役割を行う Small Mixing Angle 解 ($\sin^2 2\theta_{12} \sim 10^{-3}$ 、 $\Delta m_{12}^2 \sim 10^{-5} eV^2$) が、CKM mixing のように非対角要素は小さくあるべしという理由で有力であると多くの理論家には考えられていた。(その意味で Large Mixing Angle 解にしか感度を持っていない KamLAND 計画は冷ややかな目で見られていた面もある。) この場合、 $\sin^2 2\theta_{12}$ が小さいので、加速器によるニュートリノ振動は、

$$P(\nu_\mu \rightarrow \nu_e; @\Phi_{23} = \pi/2) = \frac{1}{2} \sin^2 2\theta_{13}$$

になる。(θ_{23} は最大限に大きく $\sin^2 \theta_{23} = 1/2$ で議論されている場合が多かった)。T2K のプロポーザルの θ_{13} 測定の原理は上の式を元にしていた。振動確率自身は 1% より良い精度で測定されるため、 $\sin^2 2\theta_{13}$ もそれに対応した精度で測定できるという分けである。

原子炉による θ_{13} 測定は、フランスの Chooz 実験が探索を行い、1998 年に上限値を出していた。その後は、ロシアの Kr2Det 計画が 2002 年に KASKA や DoubleChooz の原型となる Near/Far 検出器で殆どの系統誤差を相殺し θ_{13} の高精度測定を行う案を出していた (hep-ex/0211070)。しかし原子炉による測定は、disappearance の実験なので、加速器による appearance の実験より精度が悪いという理由であまり注目を集めなかった。

ところが、KamLAND 実験その他が、2002 年に太陽ニュートリノ問題の Large Mixing Angle 解が正しいことを示してから (hep-ex/0212021)、話が変わって来た。LMA 解では $\sin^2 2\theta_{12}$ 及び Δm_{12}^2 が、従来有望であると思われていた SMA 解より大きいので、 $\nu_\mu \rightarrow \nu_e$ の振動確率の第 2 項は無視できないことが明らかになったためである。semi-TBM の場合、振動確率は下のように表される。

$$P(\nu_\mu \rightarrow \nu_e @\Phi_{13} = \pi/2) \sim \frac{1}{2} (\sin^2 2\theta_{13} \mp 0.1 \sin 2\theta_{13} \sin \delta)$$

もし $\sin 2\theta_{13}$ が 0.1 より小さければ、第 2 項は第 1 項と同程度になりうる事が分かる。 $\sin \delta$ は全く分かっていないので、振動確率 P から θ_{13} を直接測定することはできなくなった。しかしこれは逆に考えると、原子炉実験で θ_{13} が決定された場合、加速器実験と組み合わせることで $\sin \delta$ が測定できる可能性があること

を意味し、非常に喜ばしい結果である。もし太陽ニュートリノの SMA 解が正しかったら、近い将来に $\sin\delta$ が測定できる希望はなかった。

加速器による $\nu_\mu \rightarrow \nu_e$ の振動確率には、もう一つの不定性がある。現在 θ_{23} は、 $\sin^2 2\theta_{23} > 0.88$ と測定されている。仮に将来ピンポイントで、 $\sin^2 2\theta_{23} = 0.95$ と測定されたとしても、振動確率の第一項の係数である $\sin^2 \theta_{23}$ は、

$$\sin^2 \theta_{23} = \frac{1 \pm \sqrt{1 - \sin^2 2\theta_{23}}}{2} = 0.39, 0.61$$

と 2 種類の可能性を持つ。従って振動の式は次のどちらか分らない。

$$P(\nu_\mu \rightarrow \nu_e @ \Phi_{13} = \pi/2) \sim \begin{cases} 0.39 \sin^2 2\theta_{13} \mp 0.05 \sin 2\theta_{13} \sin \delta \\ 0.61 \sin^2 2\theta_{13} \mp 0.05 \sin 2\theta_{13} \sin \delta \end{cases}$$

これを θ_{23} 縮退問題と言う。

さらに加速器実験の場合ニュートリノのエネルギーは高く、ベースラインが長くなり、地球の物質との物質効果が無視できなくなり、

$$P(\nu_\mu \rightarrow \nu_e @ \Phi_{13} = \pi/2) \sim \frac{\sin^2 \theta_{23}}{(1 \mp AL)^2} \sin^2 2\theta_{13} \mp 0.05 \sin 2\theta_{13} \sin \delta$$

となる。ここで $A = (\sqrt{2}/\pi) G_F N_e$ (G_F はフェルミ定数、 N_e は通過する物質の電子密度)。復号は、 $m_3 > m_2$ の時+でその逆の場合-になる。T2K の場合、 $L=295\text{km}$ なので、

$$P(\nu_\mu \rightarrow \nu_e @ \Phi_{13} = \pi/2) \sim \frac{\sin^2 \theta_{23}}{1 \mp 0.1} \sin^2 2\theta_{13} \mp 0.05 \sin 2\theta_{13} \sin \delta$$

したがって、結局振動確率は、

$$P(\nu_\mu \rightarrow \nu_e @ \Phi_{13} = \pi/2) \sim \begin{cases} 0.35 \sin^2 2\theta_{13} + 0.05 \sin 2\theta_{13} \sin \delta \\ 0.43 \sin^2 2\theta_{13} - 0.05 \sin 2\theta_{13} \sin \delta \\ 0.55 \sin^2 2\theta_{13} + 0.05 \sin 2\theta_{13} \sin \delta \\ 0.68 \sin^2 2\theta_{13} - 0.05 \sin 2\theta_{13} \sin \delta \end{cases}$$

の 4 通りのどれかになる。これを図示したのが、図 32 である。図中 4 つの放物線は mass hierarchy と θ_{23} 縮退の可能性の組み合わせに対応する。 $\sin\delta$ が未知なために放物線の内部のどこにあるかは分らない。

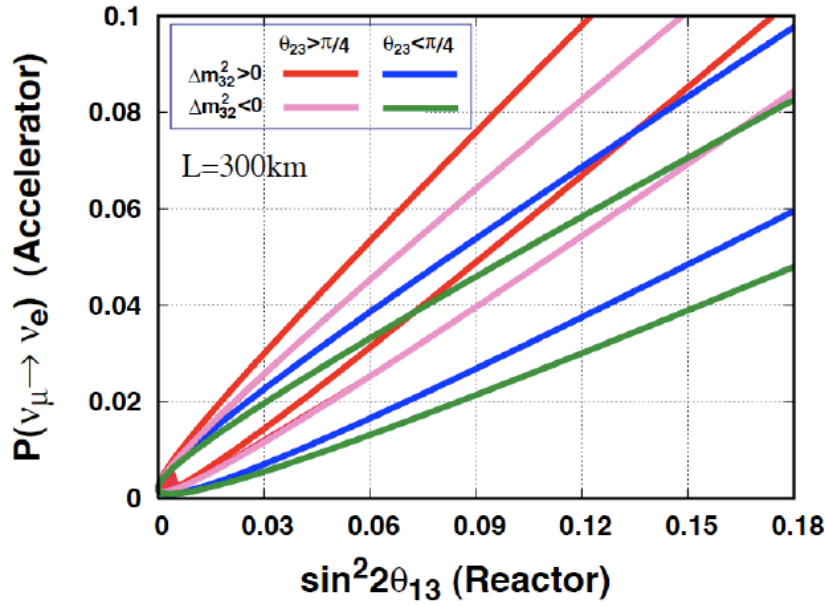


図 32, 加速器実験による $\nu_\mu \rightarrow \nu_e$ 振動確率と $\sin^2 2\theta_{13}$ の関係。

これらの不定性のために、仮に $p(\nu_\mu \rightarrow \nu_e)=0.03$ と正確に測定されたとしても $0.03 < \sin^2 2\theta_{13} < 0.12$ の不定性が存在することになる。また、 $p(\nu_\mu \rightarrow \nu_e) < 0.006$ の上限値が得られたとしても $\sin^2 2\theta_{13} < 0.03$ にしか対応せずこれは Double Chooz の感度とより厳しい制限をつけることはできない。

原子炉ニュートリノによる θ_{13} 測定の場合、ニュートリノのエネルギーが小さく、飛行距離も小さいので物質効果は無視できる。 $\bar{\nu}_e \rightarrow \bar{\nu}_\mu$ の振動は、 $\nu_\mu \rightarrow \nu_e$ を CPT 変換した関係があり、振動確率は、全く同じになる。

$$P(\bar{\nu}_e \rightarrow \bar{\nu}_\mu; @\Phi_{23} = \pi/2) = \sin^2 \theta_{23} \sin^2 2\theta_{13} \mp 0.05 \sin 2\theta_{13} \sin \delta$$

したがって加速器と全く同じ不定性を含むことになるが、欠損の測定は、 $\bar{\nu}_e \rightarrow \bar{\nu}_\tau$ の振動確率；

$$P(\bar{\nu}_e \rightarrow \bar{\nu}_\tau; @\Phi_{23} = \pi/2) = \cos^2 \theta_{23} \sin^2 2\theta_{13} \pm 0.05 \sin 2\theta_{13} \sin \delta$$

を加えたものになるので、

$$P(\bar{\nu}_e \rightarrow \bar{\nu}_\tau; @\Phi_{23} = \pi/2) + P(\bar{\nu}_e \rightarrow \bar{\nu}_\mu; @\Phi_{23} = \pi/2) = \sin^2 2\theta_{13}$$

と、第 2 項の不定性と、 θ_{23} 縮退の効果が非常にうまく相殺する。加速器ニュートリノの場合は、

$$P(\nu_\mu \rightarrow \nu_\tau; @\Phi_{23} = \pi/2) \sim \sin^2 2\theta_{23}$$

なので、そのような相殺は起こらない。ちなみにこの振動は、名古屋大学グループが OPERA 実験で測定しようとしている実験。また、SK も大気ニュートリノの振動の解析で positive な結果を得ようとしている。

このように、原子炉ニュートリノによる測定では、純粋な $\sin^2 2\theta_{13}$ 測定になる。そのため、原子炉ニュートリノ測定は、図 32 の横軸に直接対応することになる。図 33 のように原子炉ニュートリノにより $\sin^2 2\theta_{13}$ を測定し、加速器実験結果と組み合わせることにより、 θ_{23} 縮退問題の解決、 $\sin\delta$ の測定などを行うことができる。

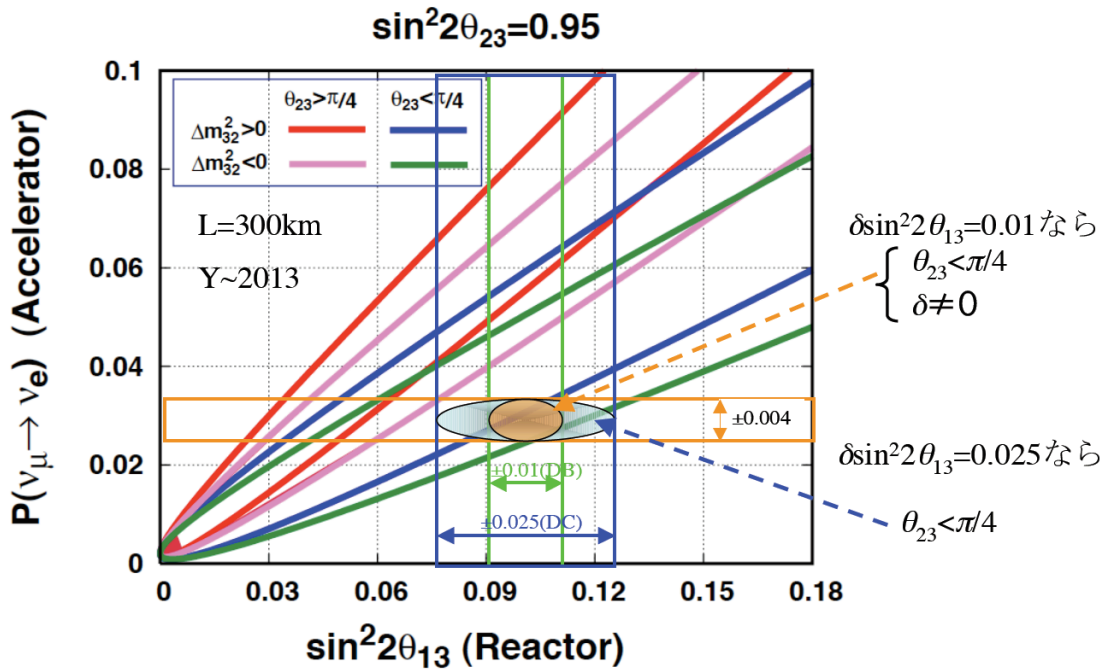


図 33、加速器実験による $P(\nu_\mu \rightarrow \nu_e)$ の確率と、原子炉実験による $\sin^2 2\theta_{13}$ の関係。測定の誤差は 90%CL。

例えば、図 33 のように、 $P(\nu_\mu \rightarrow \nu_e) = 0.030 \pm 0.004$ 、 $P(\bar{\nu}_e \rightarrow \bar{\nu}_e) = 0.90 \pm 0.01$ と

測定された場合、 $\theta_{23} < \pi/4$ が示されたことになり、 θ_{23} 縮退問題が解けたことになる。また、放物線の中を通らないので、 $\sin\delta$ は 0 ではないことが示される。

このように加速器による実験と原子炉による実験結果を組み合わせることにより、それぞれ独立では困難な物理を出すことができる。

現在 DoubleChooz の感度は $\delta \sin^2 2\theta_{13} = 0.025 \sim 0.03 (90\%CL)$ が予定されている。

Dayabay は $\delta \sin^2 2\theta_{13} = 0.01$ を目指している。

いずれにしても加速器実験で $P(\nu_\mu \rightarrow \nu_e)$ が測定された後は、 $\sin^2 2\theta_{13}$ の測定精度を上げれば上げるほどパラメータ決定の能力が増す。

Mass Hierarchy の決定可能性

物質効果の符号を決めることができれば、Mass Hierarchy を決定することができる。T2K(L=295km) や NOVA(L=810km) のようにベースラインの異なる実験を行い、 $\nu_\mu \rightarrow \nu_e$ 振動確率の差をとってみると、

$$P(\nu_\mu \rightarrow \nu_e @ \Phi_{13} = \pi/2; L') - P(\nu_\mu \rightarrow \nu_e @ \Phi_{13} = \pi/2; L) = \pm 2 \sin^2 \theta_{23} \sin^2 2\theta_{13} A (L' - L)$$

復号は、+が IH の時、-は NH の時。したがって、長いベースラインで測定した振動確率が、短いベースラインで測定した振動確率より大きい場合、IH と決定され、その逆の場合、NH と決定される。ただしこの差は、

$$P(\nu_\mu \rightarrow \nu_e @ \Phi_{13} = \pi/2; L') - P(\nu_\mu \rightarrow \nu_e @ \Phi_{13} = \pi/2; L) < \sim 0.01$$

と小さいため、実際には測定精度が問題となる。

- 加速器での反ニュートリノモードでの実験と課題解決

を利用する加速器実験で、 π などの 2 次粒子を発生させるためビームを当てる production ターゲットより下流の電磁石 (ホーンなど) の電流の方向を逆転すると、反ニュートリノビームを ($\bar{\nu}_\mu$) を得ることができる。反ニュートリノの振動確率は以下で表わされる。

$$P(\bar{\nu}_\mu \rightarrow \bar{\nu}_e; @ \Phi_{23} = \pi/2) \sim \frac{\sin^2 \theta_{23}}{(1 \pm AL)^2} \sin^2 2\theta_{13} \mp 0.05 \sin 2\theta_{13} \sin 2\theta_{23} \sin 2\theta_{12} \sin \delta$$

反ニュートリノの振動確率とニュートリノの振動確率を加えると、 $\sin \delta$ と物質効果による不定性が殆どキャンセルして、

$$P(\nu_\mu \rightarrow \nu_e @ \Phi_{13} = \pi/2) + P(\bar{\nu}_\mu \rightarrow \bar{\nu}_e @ \Phi_{13} = \pi/2) \sim 2 \sin^2 \theta_{23} \sin^2 2\theta_{13}$$

になるので、原子炉で測定される $\sin^2 2\theta_{13}$ と組み合わせることにより θ_{23} 縮退を解

くことができる。ただしニュートリノを検出する時に、例えば、 $\nu_e + A \rightarrow e^- + X$ の反応断面積に比べ、 $\bar{\nu}_e + A \rightarrow e^+ + X$ の反応断面積は約 1/3 なので、同じ統計量を得るためには一般に $\bar{\nu}_\mu \rightarrow \bar{\nu}_e$ の方が $\nu_\mu \rightarrow \nu_e$ の 3 倍のマシントimeが必要となる。(つまり $\nu_\mu \rightarrow \nu_e$ が 2 年必要だとすると全体で 8 年必要)

CP violation パラメータ δ は、次の非対称性から測定される。

$$A_{sym} = \frac{P(\nu_\mu \rightarrow \nu_e @ \Phi_{13} = \pi/2) - P(\bar{\nu}_\mu \rightarrow \bar{\nu}_e @ \Phi_{13} = \pi/2)}{P(\nu_\mu \rightarrow \nu_e @ \Phi_{13} = \pi/2) + P(\bar{\nu}_\mu \rightarrow \bar{\nu}_e @ \Phi_{13} = \pi/2)} \sim \mp 4AL \pm \frac{0.1 \sin \delta}{\sin^2 \theta_{23} \sin 2\theta_{13}}$$

ただし復号は上は NH、下が IH。したがって、仮に δ が 0 でも A_{sym} は有限値を取りうる。

A_{sym} のベースライン dependence を図で表すと、図 34 のようになる。

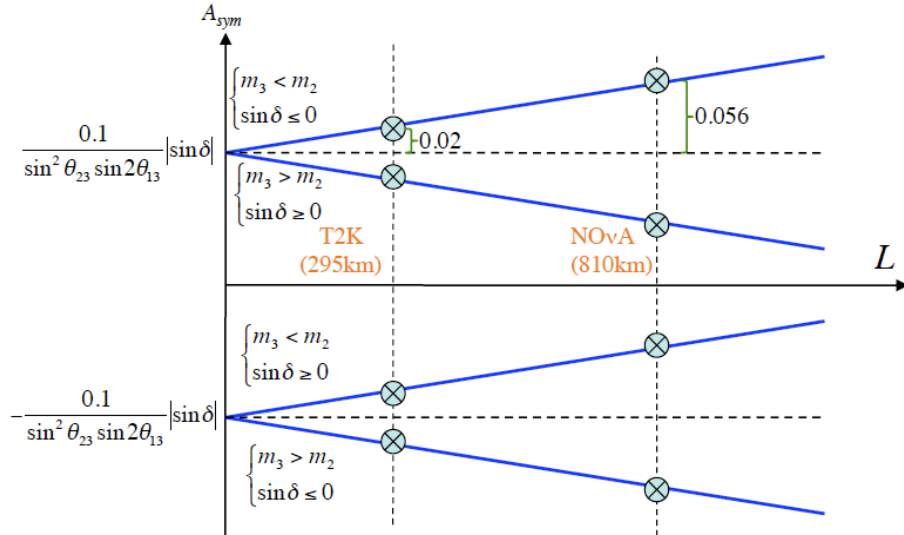


図 34、ベースライン (L) と非対称性 (A_{sym}) の関係。

T2K のベースラインは 295km、NOvA のベースラインは 810km なので、この 2 つの測定を組み合わせることにより、NH か IH かを決定することができる。即ち、傾きが負ならば、NH であり、正なら IH である。さらに図のように y 軸切片から $\sin\delta/\sin^2\theta_{23}\sin2\theta_{13}$ の大きさを知ることができる。 $\sin\delta$ を知るためには、 θ_{23} 縮退を解き、 $\sin2\theta_{13}$ を知らなければならない。したがって原子炉ニュートリノのデータが不可欠となる。

A_{sym} の式を見ると、一見 $\sin2\theta_{13}$ が小さい方が非対称性が大きくなって有利に見えるが、 $\sin^22\theta_{13}$ が小さいということは、振動確率が小さく、統計誤差が大きくなるため、統計誤差的には significance はあまり $\sin^22\theta_{13}$ にはよらない。しかし、実際には系統誤差及びバックグラウンドがあるため、 $\sin\delta$ の測定可能性は、 $\sin^22\theta_{13}$ に依存することになる。この関係を図 35 に示す。

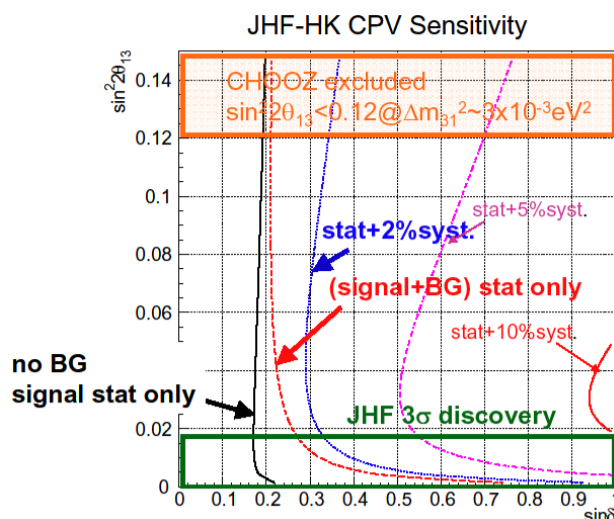


図35, $\sin\delta$ の発見可能性の $\sin^22\theta_{13}$ 依存性

[Slide by K. Nishikawa, from 2nd International Workshop on Neutrino Oscillations in Venice, Dec. 2003]

このように、 $\sin\delta$ の発見可能性は $\sin^22\theta_{13}$ に依存するので、巨額の費用がかかる $\sin\delta$ の実験に行く前に $\sin^22\theta_{13}$ を知っておくことが不可欠となる。

なお実際にはニュートリノビームはエネルギーの広がりを持っているために、 $\Phi_{23} = \pi/2$ だけの測定とはならず話はもっと複雑になって来る。

IV. 将来の原子炉 ν 振動実験のポテンシャル

= 原子炉ニュートリノ実験の位置づけ =

図 36 にニュートリノ振動のエネルギーと距離との関係と、様々な実験のパラメーターを示す。 Δm_{23}^2 の振動上には沢山の実験があるが、 Δm_{12}^2 の振動上には KamLAND しかない。ビームの広がり考えると、Long base line 加速器実験では、1GeV 程度以上のニュートリノを使用しなければならない。一方、そのエネルギーでは、 Δm_{12}^2 の振動を検出するには、1 万 km 以上のベースラインが必要なので地球上の加速器で実験することは難しい。したがって、 Δm_{12}^2 の振動はエネルギーの低い原子炉ニュートリノか、太陽ニュートリノ或は大気ニュートリノでしか access できない。

Accessible Oscillations by Reactor ν

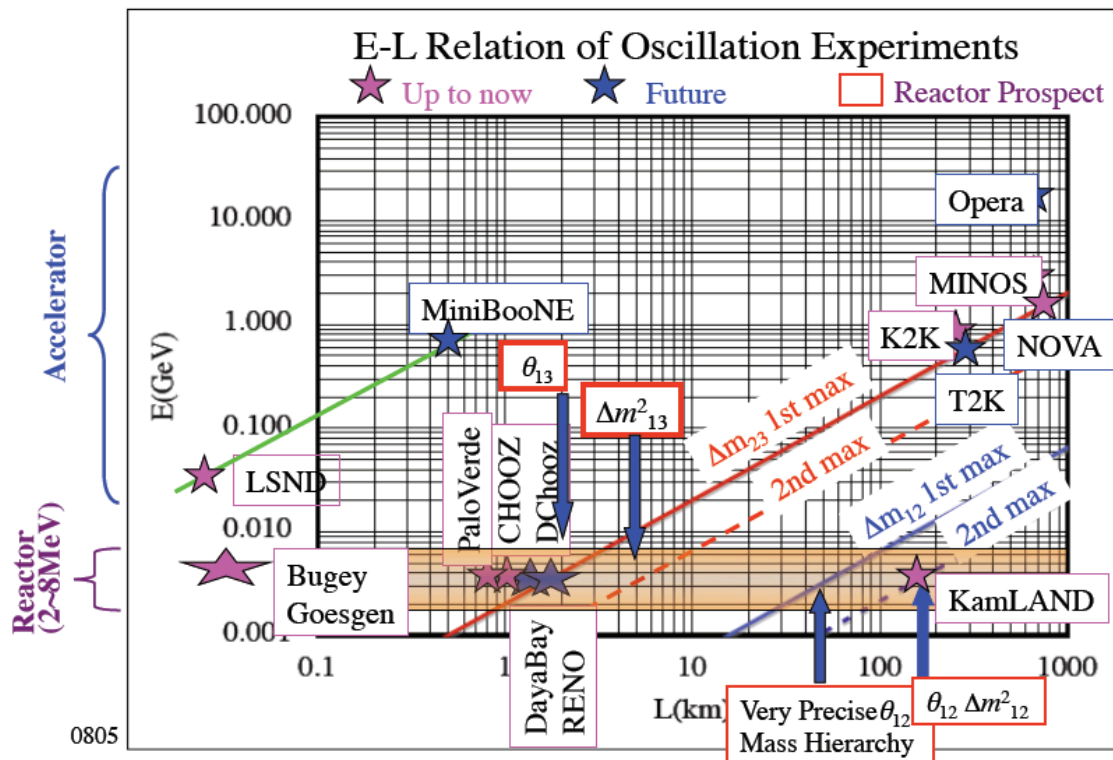


図 36, ニュートリノ振動の、エネルギーと飛行距離の関係。

KamLAND は、 Δm_{12}^2 の 2nd oscillation maximum 付近にいる。この場合エネルギー Spektral には複数の振動が現れるため、 Δm_{12}^2 の測定が高精度でできた。一方、1st oscillation maximum では disappearance が最大になるため、ここで実験を行えば、高精度の $\sin^2 2\theta_{12}$ を測定することができる。したがって Δm_{12}^2 の 1st oscillation maximum での実験が待たれる。

= 原子炉ニュートリノ実験の可能性 =

図 37 に、様々な L で、原子炉ニュートリノのエネルギー Spektral がどう変化するを示す。

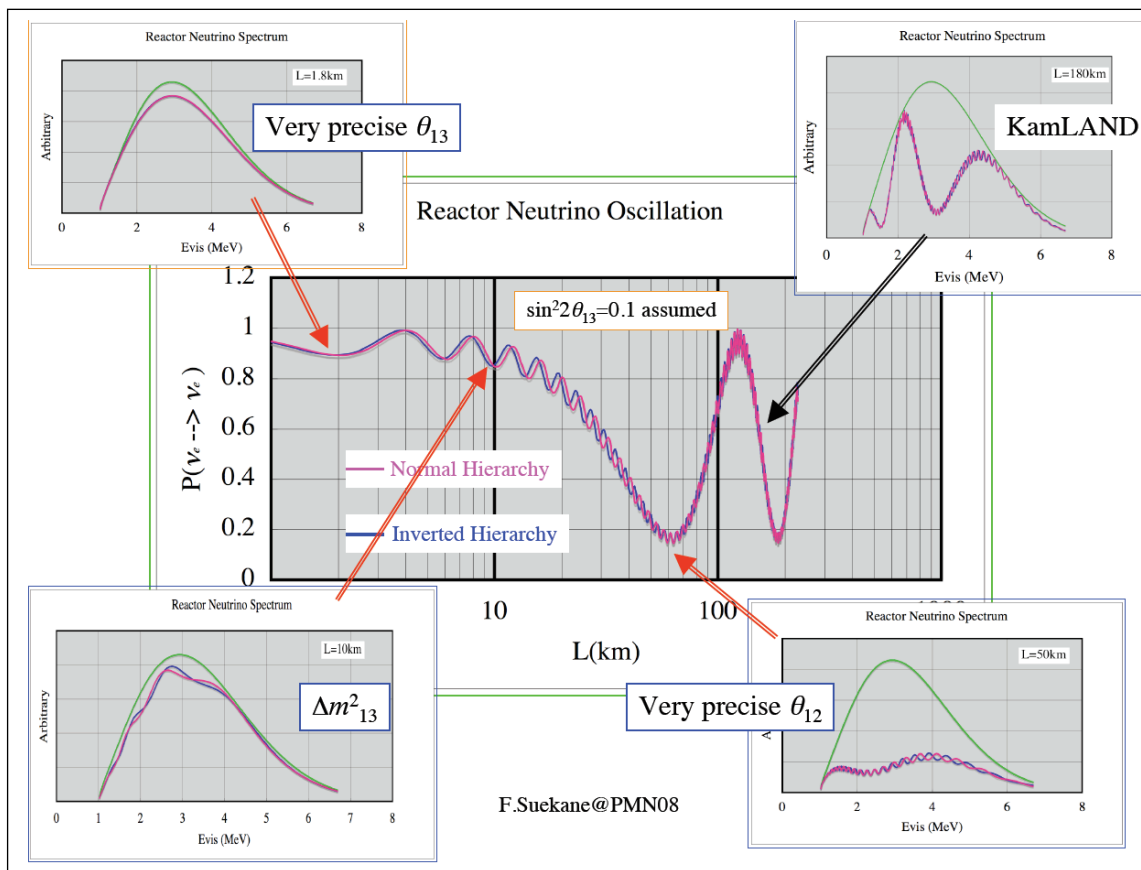


図 37、 $\sin^2 2\theta_{13} = 0.1$ 、 $E=4\text{MeV}$ の場合の原子炉ニュートリノ振動の距離依存性と、それぞれの距離でのエネルギー Spektral。 $L \sim 50\text{km}$ では、 $\sin^2 2\theta_{12}$ のため 70% のニュートリノが欠損する。 $L \sim \text{数 km}$ では、エネルギー Spektral に複数の Δm_{13} による振動が見られる。

- 原子炉ニュートリノによる $\sin^2 2\theta_{13}$ の超高精度測定

$\sin^2 2\theta_{13}$ はニュートリノ振動の様々な確率や、測定量に関係しているため、その精密測定は重要である。これまでは、原子炉による $\sin^2 2\theta_{13}$ の高精度測定は、主にニュートリノ欠損の絶対量の情報から得ようとしていた。これは、ノーマリゼーションに誤差があると測定精度に直接影響する。しかし統計が非常に大きい場合、エネルギースペクトルの歪みを測定することができるようになり、ノーマリゼーションの誤差によらない $\sin^2 2\theta_{13}$ を行うことができる。この事情を示したのが、図 38 である。

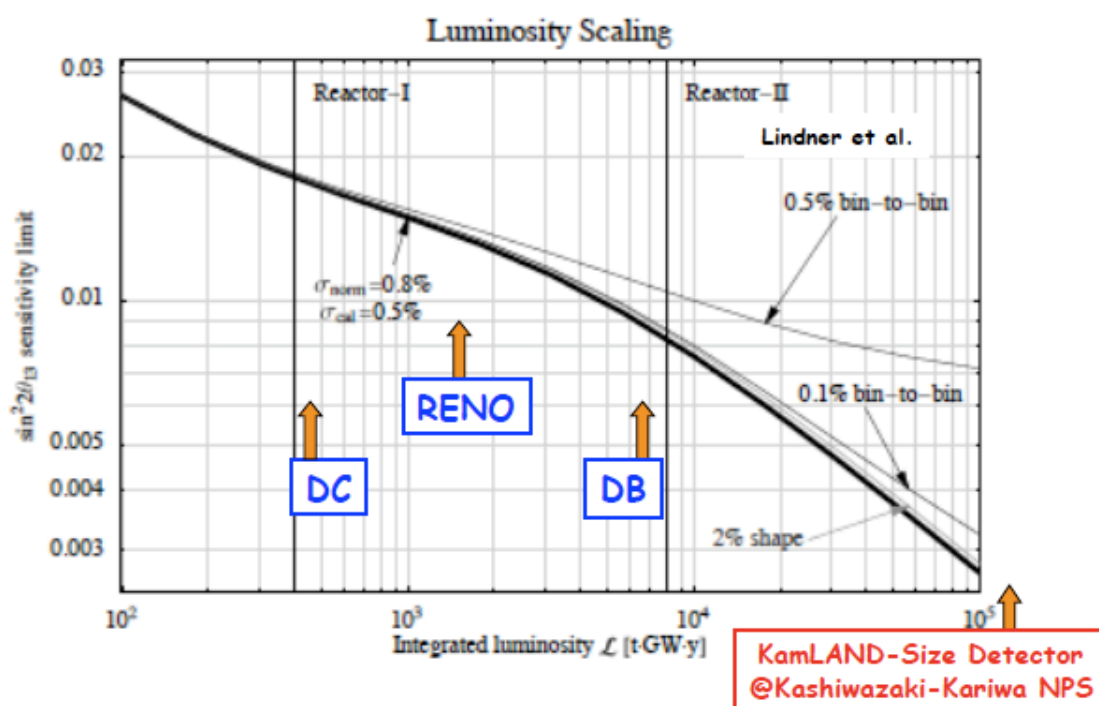


図 38

Figure 2: The sensitivity to $\sin^2 2\theta_{13}$ as a function of the integrated luminosity for different values of the normalization error σ_{norm} and the energy calibration error σ_{cal} at the 90% confidence level, where the thick curve corresponds to our standard values. The vertical lines mark the luminosities of the CHOOZ experiment and our standard setups Reactor-I and Reactor-II as defined in Table 1. The horizontal line shows a typical $\sin^2 2\theta_{13}$ sensitivity limit obtainable by the JHF-SK superbeam experiment for the same parameter values (taken from Section 5).

P.Hauber, et al. arXiv:hep-ph/0303232 より。

感度が、 $\mathcal{L} \sim 10^3 [\text{tGWy}]$ 程度で一旦頭打ちになるのは、ノーマリゼーションの誤差による。 $\mathcal{L} \sim 10^4 [\text{tGWy}]$ を超えると、shape 解析の効果が出て来て、感度がよ

り良くなる。 KamLAND (1kt) クラスの検出器を 柏崎刈羽原発(24GW)から 1.5km の距離に設置し、5 年間走れば、 $\mathcal{L}=1\times 10^5[\text{tGWy}]$ になるので、 $\delta\sin^2 2\theta_{13}=0.003$ の感度も可能性がある。 原子炉による θ_{13} の測定精度が良くなった場合、加速器実験と組み合わせて、(1) θ_{23} の縮退を解く、(2) CP 非保存パラメータ δ の早期測定、などの可能性が大きくなる。図 39 は、加速器実験と原子炉実験を組み合わせて θ_{23} 縮退を解くようすである。

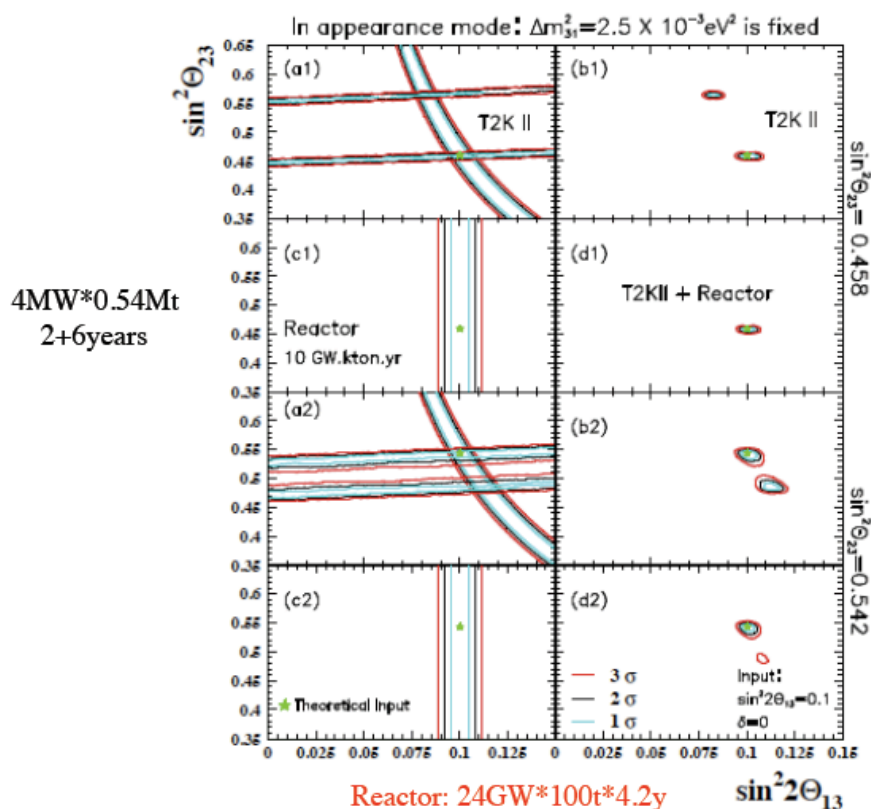


図-39 θ_{23} 縮退を原子炉実験と加速器実験を組み合わせて解くようす。(a)は、加速実験の $\nu_\mu \rightarrow \nu_\mu$ と $\nu_\mu \rightarrow \nu_e$ 測定の allowed の領域。(b)は、その交点。(c)は原子炉実験の allowed 領域。(d)は原子炉と加速器実験を組み合わせた場合。(b)では2つの可能性が残るが、(d)ではほぼ一点に絞られる。(x1)と(x2)は、 $\sin^2 2\theta_{23}=0.993$ の時の θ_{23} の2つの可能性について示している。K.Hiraide et al., Phys. Rev.D73, 093008(2006)

もし θ_{23} 縮退と Mass Hierarchy が決定された場合、加速器実験のニュートリノモードのデータと原子炉実験を組み合わせて、早期に $\sin\delta$ を測定できる可能性がある。図 40 は、その様子を表したもので、

δ_{CP} detection in future

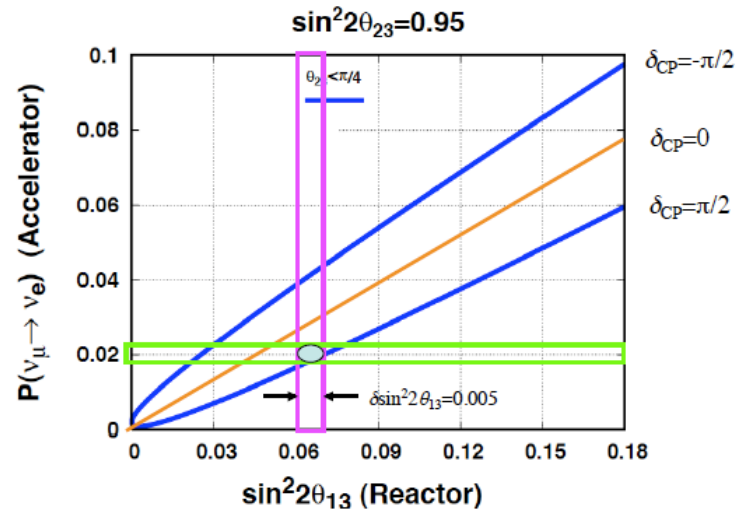


図 40、 θ_{23} 縮退と mass hierarchy が解けた場合、
図 33 の放物線が一つになる。もし加速器と原子炉の
測定結果が中心線から外れた場合、 $\sin\delta$ は有限であることになる。

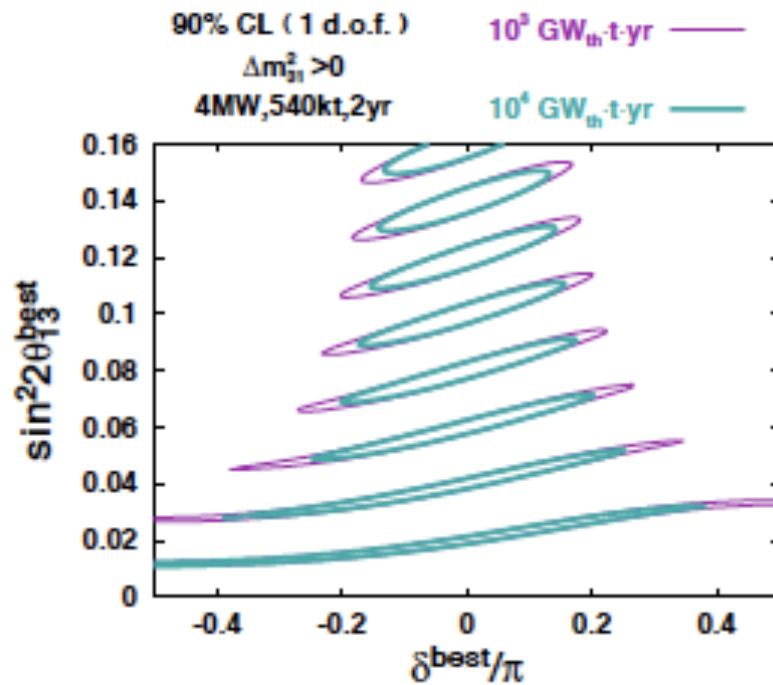


図 41、 $\delta=0$ の仮定と矛盾しない領域を表す。
この外側が有限の δ を検出できる領域になる。
 $10^5 \text{GWth} \cdot \text{t} \cdot \text{yr}$ は、 $24 \text{GWth} \cdot 100 \text{トン} \cdot 4.2 \text{年}$
の実験と同じ。Sugiyama et al., hep-ph/0411209v1

・ θ_{12} の精密測定と Mass Hierarchy の決定

Δm_{12}^2 の oscillation maximum である、 $L \sim 50\text{km}$ 程度で測定を行えば、精密な θ_{12} の測定と Mass Hierarchy の決定ができる可能性がある。（Mass Hierarchy の決定可能性は、 $\sin^2 2\theta_{13}$ に強くよるが。）図 42 に日本の各原発から 50km の距離の場所を示す。

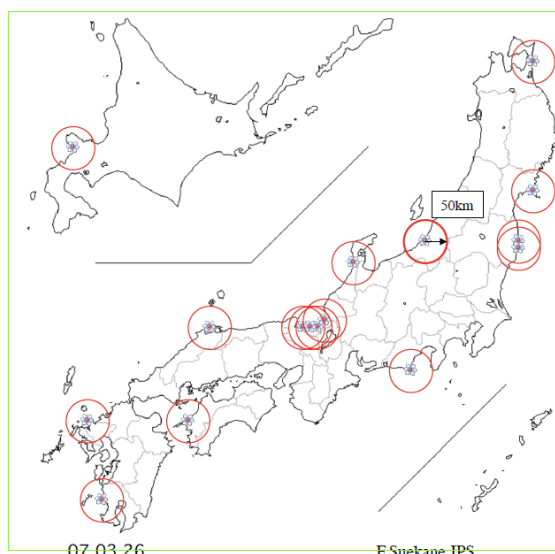


図 42, 原発から 50km の距離。1000 トンクラスの検出器で θ_{12} の精密測定と Mass Hierarchy の決定の可能性がある。

柏崎刈羽原発から 50km の場所は山がちなので、深いトンネルを掘ることができる可能性がある。琵琶湖のあたりは、敦賀、美浜、大井、高浜の原子力発電所から、ほぼ等距離になっている。2017 年には、この 4 つの原発には 19 基の原子炉が完成し、その合計熱出力は、47GW になり、柏崎刈羽原発のほぼ 2 倍になる。ベースラインが 50km の時の予想される原子炉ニュートリノのエネルギースペクトルを図 4 3 に示す。

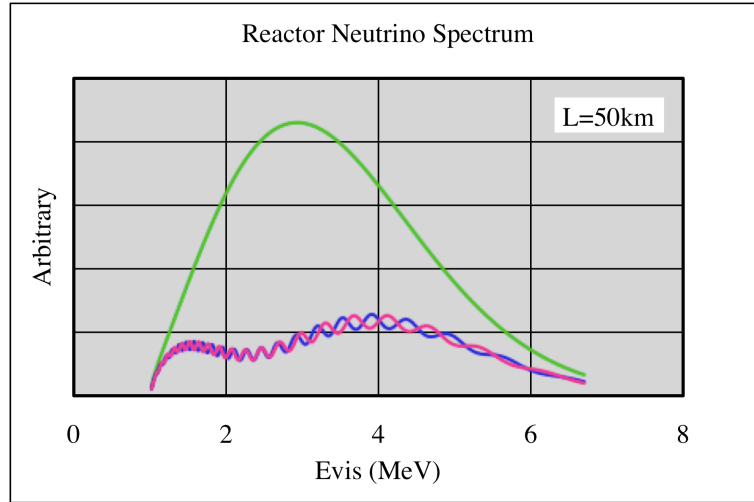


図 43, $L=50\text{km}$ で予想されるエネルギースペクトル。

θ_{12} の精密測定の可能性。

全体のイベントレートが $\sin^2 2\theta_{12}$ の振動のため 70%ほど減少する。これに Δm_{23}^2 と Δm_{13}^2 による $\sin^2 2\theta_{13}$ に比例した小さくて速い振動が載っている。 $L=50\text{km}$ でのこの欠損スペクトルの測定による測定精度を図 44 に示す。

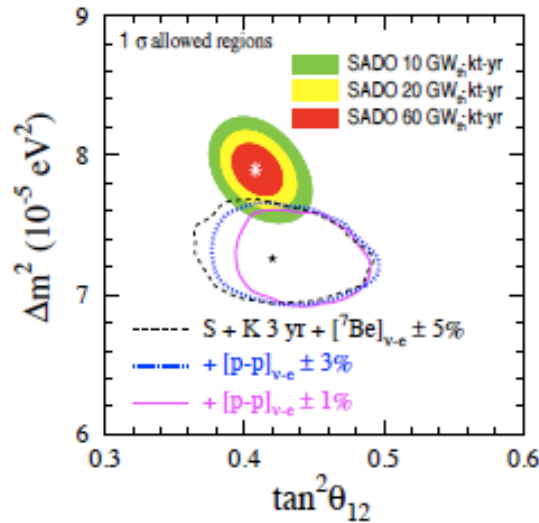


図 44、 $\theta_{12}\text{-}\Delta m^2$ の測定精度。塗りつぶされた領域は $L=50\text{km}$ での測定。
線は KamLAND と Solar ν 観測による予想。Minakata, hep-ph/0701070v1

KamLAND での欠損量は 40%程度なので、単純に考えて、仮に誤差が同じだとすると、 $\sin^2 2\theta_{12}$ の測定誤差は半分になる。図 44 の計算では、 $60\text{GWth}\cdot\text{kt}\cdot\text{yr}$ ($24\text{GWth}\times 1\text{kton}\times 2.5\text{y}$) で、 $\delta\sin^2\theta_{12}/\sin^2\theta_{12}\sim 2.4\%(1\sigma)$ の精度で測定することができる。現在のグローバル fit の精度は、 $\delta\sin^2\theta_{12}/\sin^2\theta_{12}\sim 6.3\%(1\sigma)$ (T.Schwetz, hep-ph/0808.2016)なので、誤差を現在の $1/2.6$ にすることができる。

Mass Hierarchy の決定可能性：

原子炉ニュートリノ振動の確率は一般に、

$$P(\bar{\nu}_e \rightarrow \bar{\nu}_e) = 1 - \left\{ \cos^4 \theta_{13} \sin^2 2\theta_{12} \sin^2 \Delta_{21} + \sin^2 2\theta_{13} \cos^2 \theta_{12} (\sin^2 \Delta_{31} + \tan^2 \theta_{12} \sin^2 \Delta_{32}) \right\}, \text{ ただし } \Delta_{ij} = \frac{\Delta m_{ij}^2}{4E} L$$

で表すことが出来る。このため 3 種類の振動の重ね合わせになっている。原理的には、エネルギー分布のフーリエ解析を行い、3 種の振動数を測定し、3 種類

の $|\Delta m_{ij}^2|$ を決定し、 $|\Delta m_{31}^2| = |\Delta m_{23}^2| + |\Delta m_{12}^2|$ ならば、Normal Hierarchy であり、

$|\Delta m_{31}^2| = |\Delta m_{23}^2| - |\Delta m_{12}^2|$ ならば、Inverted Hierarchy である。しかし $|\Delta m_{12}^2|/|\Delta m_{23}^2| \sim 3\%$ なので、この測定を行うには $|\Delta m_{31}^2|$ と $|\Delta m_{23}^2|$ 両方を 1% 程度の誤差で測定しなければならないがそれは一般に難しい。そこで次のような smart な方法が考えられている。L~50km の Δm_{12}^2 の Oscillation maximum では、上式の振動部分の第一項は、抑制され、エネルギースペクトル中の第 2、3 項の効果が相対的に大きくなる。このエネルギースペクトルをフーリエ解析すると、パワースペクトルの $|\Delta m_{23}^2|$ と $|\Delta m_{31}^2|$ の部分にピークが 2 つ出る。 $|\Delta m_{12}^2|$ はこれらに比べ非常に小さいので、エネルギースペクトルの中では振動を起こさずパワースペクトルでは、下に張り付く。幸い Δm_{12}^2 は hierarchy が分かっている、 $\tan^2 \theta_{12} = 0.44$ なので、小さい方のピーク位置が $|\Delta m_{23}^2|$ に対応し、大きい方のピーク位置が $|\Delta m_{31}^2|$ に対応する。もし $|\Delta m_{31}^2| > |\Delta m_{23}^2|$ なら Normal Hierarchy であり、 $|\Delta m_{31}^2| < |\Delta m_{23}^2|$ ならば、Inverted Hierarchy である。この測定ではエネルギーの絶対スケールの誤差は大きくても良い。図 45 に J.G.Learned らが行ったシミュレーションの結果を示す。

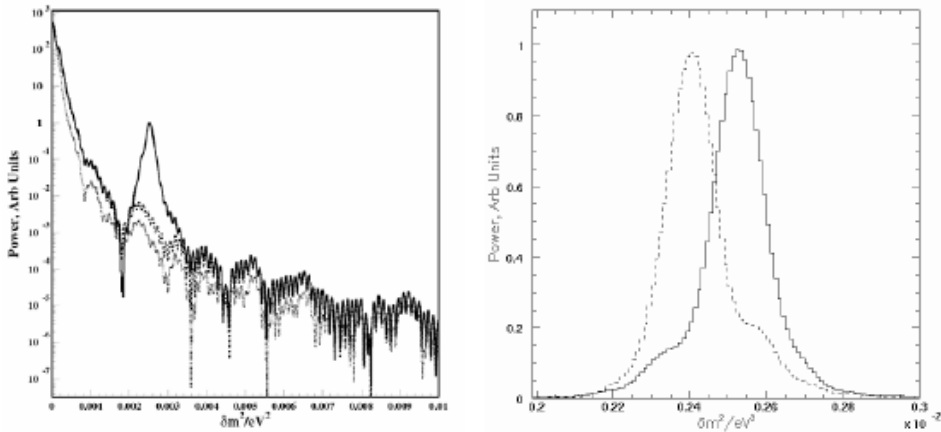


図 45, 左図：フーリエ解析のパワースペクトル。右：NH と IH の場合の $|\Delta m_{31}^2|, |\Delta m_{23}^2|$ の山。
実際には小さい方の山は肩のように見える。(J.G.Learned et al. hep-ex/0612022)

Batygov et al. (hep-ph/0810.2580v2)らによると、 $\sin^2 2\theta_{13}=0.05$ の場合、3kton の検出器で5年走れば 1σ の信頼度で Hierarchy を決定できる。さらに L.Zhan et al. は $\sin^2 2\theta_{13}=0.005$ でも mass hierarchy の決定は可能であると述べている (hep-ex/0807.3203)。

V. まとめ

今後のニュートリノ振動実験の4つの課題を解決するためには、最低4種類の実験が必要である。加速器では、そのうち3種類の実験を行うことが出来るが4種類目の実験として原子炉ニュートリノ実験が不可欠である。加速器実験と組み合わせることで、現在の課題を全て解くことができる可能性がある。次世代の実験では、加速器実験と原子炉実験を一つのパッケージとして進めるべきである。その他に、原子炉ニュートリノ実験により、将来 $\delta\sin^2 2\theta_{13}=0.003$ や、精密な θ_{12} 測定、mass hierarchy の決定などができる。また、加速器実験と組み合わせることで、 θ_{23} 縮退の決定、 $\sin\delta$ の早期の測定などができる。