

修士論文

超伝導検出器を用いた
軽い暗黒物質探索

東北大学大学院理学研究科
物理学専攻

古戸 敦也

2024 年

目次

第 1 章	序論	1
第 2 章	暗黒物質	5
2.1	暗黒物質の存在	5
2.1.1	「暗黒物質」の登場	5
2.1.2	銀河の回転曲線問題	6
2.1.3	重力レンズ効果	6
2.1.4	弾丸銀河団	7
2.1.5	その他の観測事実など	8
2.2	暗黒物質の候補	8
2.2.1	ニュートリノ	8
2.2.2	原始ブラックホール	9
2.2.3	アクシオン	9
2.2.4	WIMPs	10
2.2.5	軽い暗黒物質 (LDM)	10
	Hidden-sector Dark matter	11
2.3	暗黒物質の直接探索	11
2.3.1	主な暗黒物質直接探索実験	13
	DAMA/LIBRA 実験	14
	SuperCDMS 実験	14
	CRESST 実験	14
	XENONnT 実験	15
2.3.2	暗黒物質探索の将来展望	16
2.3.3	さまざまな超伝導検出器	17
	TES	17
	STJ	17
	SSPD	18
	KID	19
2.4	本研究の目的	19

2.4.1	本研究の最終目的	19
2.4.2	今回行った研究とその目的	20
第 3 章	超伝導検出器 KID の動作原理	23
3.1	KID の種類	24
3.2	超伝導の理論	26
3.2.1	BCS 理論	26
3.2.2	2 流体モデル	27
3.2.3	ピパード方程式とコヒーレンス長	28
3.2.4	マーティス・バーディーン理論と表面インピーダンス	29
3.3	KID の透過係数と応答	32
3.3.1	マイクロ波工学	32
	平行二線線路と集中定数型回路モデル	32
	共振回路の散乱パラメータ (S パラメータ)	34
	LEKID の透過係数	35
3.3.2	KID の応答	38
第 4 章	超伝導検出器 KID の作製・データ取得	43
4.1	KID の作製方法	43
4.1.1	使用したデザイン	43
4.1.2	Sonnet、AppCAD を用いたシミュレーション	44
4.1.3	材料	45
4.1.4	KID 作製のプロセス	46
	超伝導薄膜の成膜	46
	フォトレジスト塗布	46
	露光・現像	47
	エッチング	47
4.2	測定手法	47
4.2.1	冷凍機	48
	1st、2nd stage (パルスチューブ冷凍機)	48
	Mixing Chamber ステージ (希釈冷凍機)	48
4.2.2	読み出し系	49
	VNA	50
	RHEA-FPGA	50
	シグナルジェネレータ	51
	分配器	51
	混合器	51
	ハイブリッドカプラー	51

	アテネータ (ATT)	52
	アイソレータ (ISO)	52
	DC Block	52
	HEMT アンプ	52
	4.2.3 読み出しの原理	52
4.3	測定結果	55
	4.3.1 VNA での透過係数測定	55
	4.3.2 RHEA での透過係数測定	56
	4.3.3 TOD 測定	57
	4.3.4 Trigger 測定	57
	4.3.5 温調測定	58
	4.3.6 エネルギースペクトル	61
第 5 章	暗黒物質解析	63
5.1	ノイズと信号の識別と検出効率	63
	5.1.1 ノイズレベルの計算	63
	5.1.2 時定数 τ によるノイズと信号の識別	64
	5.1.3 Trigger 条件による検出率の算出	65
	1. $\delta\theta$ と δA の線形性を用いてフィッティング	66
	2. τ の平均値を求める	66
	3. リファレンス波形と Trigger 条件より検出効率を求める	67
	5.1.4 解析で用いるエネルギースペクトル	67
5.2	暗黒物質-電子直接散乱のモデル	69
	5.2.1 スピンに依存しない電子-暗黒物質散乱のモデル	69
	5.2.2 誘電関数	73
	Lindhard モデル	74
	Mermin モデル	75
5.3	暗黒物質探索	75
第 6 章	結果に対する考察	79
6.1	バックグラウンド事象に関する考察	79
	6.1.1 放射線由来のバックグラウンド事象	79
	トムソン散乱とレイリー散乱	79
	熱外中性子	80
	チェレンコフ放射	80
	遷移放射	80
	電子・正孔対の再結合からの発光とフォノン	80
	6.1.2 暗電流によるバックグラウンド事象	81

6.1.3	検出器の構造由来のバックグラウンド事象	81
6.1.4	その他のバックグラウンド事象の低減方法	81
6.2	暗黒物質探索の将来展望に関する考察	83
6.2.1	exposure を変える場合	83
	バックグラウンド事象数がターゲット質量に依存する場合	83
	バックグラウンド事象がターゲット質量に依存しない場合	84
6.2.2	低エネルギー閾値をもつ検出器を用いる場合	85
6.2.3	極低放射能下での測定の場合	85
6.2.4	先行研究との比較	85
第 7 章	結論	87
7.1	本研究のまとめ	87
7.2	今後の課題	87
付録		89
A	光を用いたキャリブレーションのセットアップ	89
B	Hf-KID の開発の現状	90
C	最大ギャップ法を用いた暗黒物質探索	94
謝辞		97

1.1	暗黒物質との弾性散乱による反跳エネルギー (詳細な計算は第 2 章に示す)	3
2.1	7 つの渦巻き銀河についての回転曲線 [1]	6
2.2	重力レンズ効果 [2]	7
2.3	銀河団の画像と暗黒物質分布 (紫色) [3]	7
2.4	衝突銀河団 1E 0657-558 の観測図 [4]	8
2.5	カムランド実験で観測された原子炉ニュートリノによるニュートリノ振動 [5]	9
2.6	暗黒物質の候補	11
2.7	直接探索の方法の模式図 [6]	12
2.8	暗黒物質とターゲットの 4 元運動量	12
2.9	典型的な運動量以降と反跳エネルギー	14
2.10	CRESST 実験の模式図 [7]	15
2.11	暗黒物質と原子核の散乱による暗黒物質探索の現状 [8]	16
2.12	暗黒物質と電子の散乱による暗黒物質探索の現状 [9]	17
2.13	TES の抵抗の温度依存性 [7]。	18
2.14	(a)SSPD の動作原理の模式図と (b)SEM 像 [10]	19
2.15	(右)light mediator を仮定した直接探索。(左)heavy mediator を仮定した直接探索。 [11]	21
2.16	神岡極稀現象研究拠点 (Kamioka Extremely Rare-phenomena and NEutrino-research Labratory: KERNEL) に導入された希釈冷凍機 (Bluefors 社製 XLD400)	22
3.1	KID の検出原理の概念図	24
3.2	(a) 超伝導電子への電子の直接散乱を用いた KID と (b) フォノンを媒介してエネルギーが与えられるような KID の模式図	25
3.3	(左)1/4 波長型検出器と (右) 集中定数型検出器 (LE-KID) の模式図 [12]	25
3.4	(a) 温度変化に対する準粒子数密度変化に対する複素伝導度の応答と (b) 周波数変化に対する準粒子数密度変化に対する複素伝導度の応答	31
3.5	(a) 平行二線線路の微小部分と電流、電圧の定義 (b) 集中定数型の等価回路	33
3.6	(左)LE-KID の等価回路図 (右)LE-KID の回路のデザイン [13]	35

3.7	単純化された LE-KID の等価回路図。 Z_{ref} は実効インピーダンスを表している。 [13]。	36
3.8	(左) 共振器を通過したサイン波の IQ 平面での透過係数。(右) 透過係数の振幅 (右 上) と位相 (右下) [14]	39
4.1	基板片面への KID 作製プロセス	44
4.2	LE-KID-ARRAY3 のデザイン	44
4.3	LE-KID-ARRAY3 の全体像	44
4.4	Sonnet で LEKID-ARRAY(LEKID-14) を解析した図	45
4.5	AppCAD による CPW のシミュレーション例	45
4.6	DC スパッタ装置の概略図	46
4.7	理化学研究所クリーンルーム内の DC マグネトロンスパッタ装置の写真	46
4.8	フォトレジスト	47
4.9	スピナー	47
4.10	ホットプレート	47
4.11	露光装置	48
4.12	現像液	48
4.13	測定に用いた希釈冷凍機 (Cryo Concept 社 HEXADRY UQT-B 200)	49
4.14	希釈冷凍機の内部	50
4.15	希釈冷凍機の冷却原理の説明図	51
4.16	本測定で用いた VNA	52
4.17	本測定で用いた RHEA-FPGA	52
4.18	読み出し系の概略図 [15]	53
4.19	VNA を用いた透過係数測定	55
4.20	LabelID、100mK の時の Sweep 測定の様子。	56
4.21	図 4.20 の振幅と位相の様子。	56
4.22	Sweep 測定時の各ラベルにおける共振周波数と Q 値 (@175mK)	57
4.23	修正された Trigger データの位相と振幅の PSD	58
4.24	修正された Trigger データの I/Q 平面でのプロット	59
4.25	修正された Trigger データの位相と振幅	59
4.26	準粒子数と位相の関係	60
4.27	共振周波数と温度の関係	60
4.28	LabelID、175mK の時のエネルギースペクトル (30 分間の測定)	62
5.1	各 Label、各温度の時の E_{RMS}	64
5.2	位相および振幅の Trigger データとそのフィッティングの様子	65
5.3	位相および振幅の τ_i と a_i の関係	65
5.4	a_θ と a_A の関係とそのフィッティング	66

5.5	τ_θ と τ_A のヒストグラム	67
5.6	リファレンス波形とノイズデータから Trigger が掛かる θ を計算している様子	68
5.7	各エネルギーに対する検出効率	68
5.8	解析で用いるエネルギースペクトル	69
5.9	想定されている暗黒物質と電子の散乱のファインマン図	70
5.10	Mermin モデル、Lindhard モデルの Massless および Massive mediator の時の散乱レート	75
5.11	散乱レート×検出率	76
5.12	期待値 $\mu = 14$ の時のポアソン分布と 90 % 上限値 N_{UL}	76
5.13	Conservative な解析により得られた散乱断面積の上限値	77
5.14	本研究と先行研究 [16] [9] の暗黒物質-電子散乱における散乱弾面積の上限値の比較	77
6.1	(左) チェレンコフ放射及び遷移放射 (右) 電子・正孔対の再結合からの発光とフォノン [17]	81
6.2	微視的な応力によるフォノン発生の原理 (A) と小さな応力 (Low Stress) が働くようなマウント法 (B) と大きな応力 (High Stress) が働くようなマウント法 (C) で付けられたカロリメータ [18]	82
6.3	高応力 (赤) と低応力 (青) のカロリメータの中の TES で吸収された背景事象のエネルギースペクトル	82
6.4	exposure を変えた時の散乱断面積の上限値	84
6.5	背景事象が検出器質量に依存している時と依存していない時の比較	84
6.6	探索するエネルギー範囲を変えたときの上限値の比較	85
6.7	バックグラウンド低減されない場合と 1/10、1/100、バックグラウンドフリーの時の比較	86
6.8	先行研究 [16] [9] との比較	86
A.1	Hf-KID とレーザー光を用いたキャリブレーションの様子 [19]	89
A.2	LED(Vishay VSMB294008G) とレーザー光 (THORLABS LP405-SF10) を用いたキャリブレーションの様子	90
A.3	本実験で使用予定の LED 基盤	90
A.4	本実験で使用予定のコリメータ	90
A.5	本実験で使用予定の Al-LEKID	91
A.6	LED と KID およびコリメータを希釈冷凍機に取り付けている様子	91
B.7	本研究で使用した段差計	91
B.8	歪み δ の定義	91
B.9	スパッタのパワーを変えた時の応力測定の結果	92
B.10	本研究で用いた XRD 装置	92
B.11	XRD での結晶配向の測定	92

B.12	垂直配向 (002) のピークの半値全幅	93
B.13	(010) と (002) のピークの強さの比	93
B.14	スパッタのパワーが 100W、圧力 0.7Pa でスパッタした Hf 薄膜を用いて作製され た LEKID の透過率測定	93
B.15	スパッタ圧力を変えた時の XRD による結晶配向測定	94
C.16	最大ギャップの定義	95
C.17	最大ギャップ法を用いた時と保守的な解析によって得られた散乱断面積の上限値の 比較	96

表目次

2.1	超伝導検出器の種類と性質	20
4.1	使用した LEKID の有感体積	43
4.2	超伝導体のギャップエネルギーと超伝導転移温度	45
4.3	共振周波数の温度変化とフィッティングの様子	61

第 1 章

序論

暗黒物質とは渦巻き銀河の回転速度分布の観測や重力レンズ効果といった現象からその存在が間接的に示されている物質である。しかし粒子として直接的に検出した確かな証拠はいまだに存在しない。現在多くの実験が探索している暗黒物質の代表的なモデルの一つとして弱く相互作用する質量粒子 (Weakly Interacting Massive Particles, 以下 WIMPs) があり、その質量領域は 10 GeV から 10 TeV までが予想されている。しかし、これまでに多くの探索が行われているにもかかわらず、WIMPs はいまだに発見されていない。

近年、WIMPs の考え方を拡張させた新たなモデルとして Hidden-sector Dark Matter が注目を集めている。このモデルでは暗黒物質の質量領域として keV から TeV までの広い範囲が予想されており、そのうち keV から GeV までの領域の暗黒物質を「軽い暗黒物質 (Light Dark Matter)」と呼ぶ。近年の測定技術の向上や新たな検出器の開発に伴い、軽い暗黒物質探索に関して様々な実験が行われようとしており、本研究もこの軽い暗黒物質の探索を目的としている。

直接探索を用いる際、軽い暗黒物質探索で問題となってくるのは暗黒物質から受け取るエネルギーの小ささである。従来の WIMP 探索で用いられている検出器ではそのエネルギー閾値が軽い暗黒物質で想定されている標準的なスケールである、MeV スケールには十分な感度を有していなかった。例えば図 1.1 で示されているように Xenon 実験のようにターゲット物質が Xe ($m_{\text{Xe}} \sim 123 \text{ GeV}$) の場合、暗黒物質の質量が $m_\chi = 10 \text{ GeV}$ の場合反跳エネルギーは $E_R = \text{数 keV}$ なのに対し、 $m_\chi = 10 \text{ MeV}$ の場合 $E_R = \text{数 } \mu\text{eV}$ であり、粒子として検出するのに十分な反跳エネルギーではない。しかし Xe よりも電子 ($m_e \sim 0.5 \text{ eV}$) との散乱を考える場合 $m_\chi = 10 \text{ MeV}$ の場合でも $E_R = \text{数 eV}$ が発生する。そこで本研究では電子との散乱を考え、その反跳エネルギーを検出できる、低いエネルギー閾値を持つ超伝導検出器を採用した。超伝導検出器は超伝導体の性質を利用した極低温で動作する検出器である。超伝導検出器の主な応用例として、パルス的なエネルギー流入を検出するカロリメーターとして用いる方式や連続的なパワー流入を検出するボロメーターとして用いる方式があるが、いずれの場合においても検出可能なエネルギー閾値は、従来の検出器（半導体検出器など）に比べて非常に小さい。また極低温で動作することから、超伝導検出器で生じる熱雑音は非常に小さい。本研究では軽い暗黒物質探索に向けた新たな検出器として、力学的インダクタンス検出器 (Kinetic Inductance Detector, 以下 KID) と呼ばれる超伝導検出器の研究開発を行った。KID は時間応答が早い、複数同時読み出しが可能、単層構造のため検出器の作成が比較的容易、

さらにエネルギー分解能を有するため波長識別可能な単一光子検出器としても用いることが可能であるという特徴を持った検出器である。特に暗黒物質との散乱のような稀な事象を考える際、そのターゲット質量というのが非常に重要になってくるが、一般的に検出器 1 素子の体積を増やすと応答性が悪くなってしまう。そこで KID の複数読み出しを使うことで、検出器 1 素子あたりの体積を増やすことなくターゲット質量を他の超伝導検出器に比べて増やすことができる。

本研究では将来の高感度の KID を用いた極低放射能環境下におけるターゲット質量が mg スケールでの探索を目的としている。しかし現状では 1eV(およそ 1 光子のエネルギー)を下回るような高感度の KID の作成や、多重読み出しは他の研究グループなどで成功した例が報告されているが、我々の試みでは未だに成功に至っていない。そこで本研究ではその目的を達成するために以下のような取り組みを行っている。

- (1) KID の測定データをもとに、散乱弾面積に制限をつけ、探索可能な領域を確かめる
- (2) バックグラウンド評価を行い、将来感度を議論することで暗黒物質探索の将来展望を予想する
- (3) 1 光子キャリブレーションの準備 (今後の課題として付録 A へ記載)
- (4) 高感度 KID(Hf-KID) の作成 (初期開発段階のため付録 B へ記載)

本研究を行う最大の意義は、KID が暗黒物質探索をはじめとする稀少事象探索に応用された例が極めて少ない点にある。そのため、どのようなバックグラウンドがどの程度の頻度で発生するのかについても未だ明確ではない。本研究では、このバックグラウンド評価を初めて試みる点に研究の重要性がある。この研究には超伝導薄膜として Al を用いた KID を使用し、過去に測定をしたデータを用いて行った。またその際、KID に吸収されたエネルギーのエネルギースペクトルを計算するツールとして DarkELF というパッケージ (<https://github.com/tongylin/DarkELF>) を用いた。そしてそれらの解析をもとに KID を用いた軽い暗黒物質探索の将来展望に関して考察を行った。また (3) に記載したように、検出器の性能を正確に評価するために LED を用いたキャリブレーションを行う予定だったが、修士論文には間に合わなかったためその現状を付録 A に記した。また超伝導薄膜として Hf を用いた KID は、その超伝導ギャップエネルギーの小ささから^{*1}超伝導薄膜として Al を用いた KID のおよそ数十倍の感度を達成できる (~ 1 eV) とされる。(4) で記したように、Hf を用いた KID の開発を行うために、その条件出しを行っていたが、現状では超伝導転移は確認されてはいるものの検出器として使える状態ではないということから、付録 B の方にその開発の現状を記す。

^{*1} Al の場合は $T = 0$ K の時の超伝導ギャップエネルギーは $2\Delta_0 \sim 0.4$ meV なのに対し、Hf の場合は $\Delta_0 \sim 0.04$ meV である。

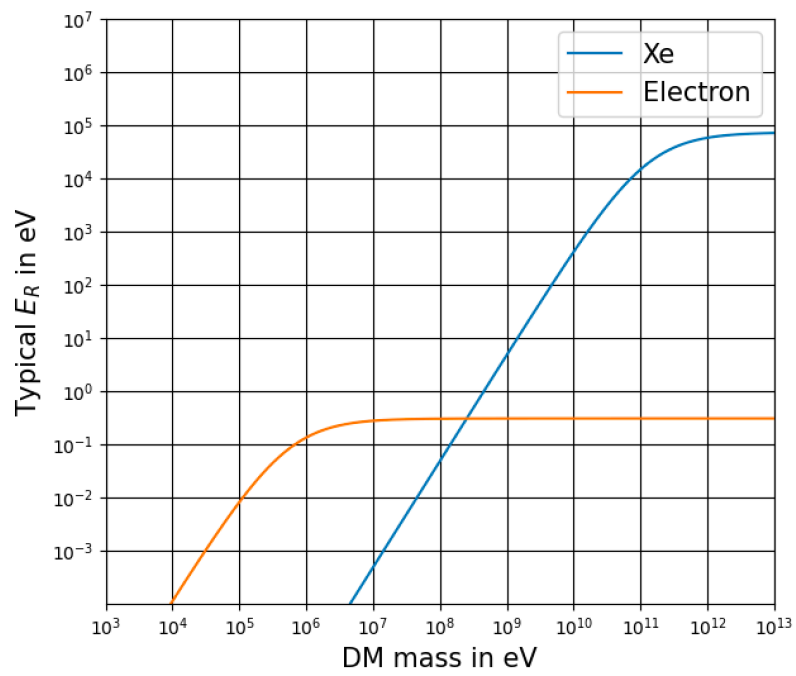


図 1.1: 暗黒物質との弾性散乱による反跳エネルギー (詳細な計算は第 2 章に示す)

第 2 章

暗黒物質

暗黒物質 (Dark Matter、ダークマター) は天文学的現象を説明するために考え出された仮説上の物質である。現在様々な天文学的観測により、その存在を示唆する観測事実は多数ある。しかし直接的に粒子として観測された例はない。暗黒物質の性質としては以下のようなものが挙げられる。

- 光学的に直接観測できない
- 電磁波を放出しない
- 銀河系内に広く存在している
- 宇宙のエネルギー密度の 25 パーセントを占める

この章では暗黒物質の存在を示す宇宙観測事実や暗黒物質のモデルおよび、考えられる候補といった一般的な暗黒物質の物理について述べた後、今まで行われてきた暗黒物質探索について述べる。そして超伝導検出器 KID を用いた私たちの実験の概要について説明し、本研究の目的を最後にまとめる。

2.1 暗黒物質の存在

2.1.1 「暗黒物質」の登場

「暗黒物質 (Dark Matter)」という言葉は、恒星系での力学構造を太陽系近辺の恒星の運動を観測することによって研究した 1922 年のカプタインの論文 [20]、そして 1932 年のオールトの論文 [21] の中で最初に登場した。そして 1933 年、ツビッキーがかみのけ座銀河団の観測を行い、その明るさから銀河団に含まれる銀河の質量を予想した。また個々の銀河の運動方向・速度を調べた。その結果明るさから予想される銀河の質量から生じる重力では捉えられないほどの速度で個々の銀河が回転していることがわかった。このような結果からツヴィッキーは目に見える質量の 400 倍の目に見えない質量 (ミッシングマス) すなわち暗黒物質が存在するはずであると推測した [22]。

2.1.2 銀河の回転曲線問題

1980年代に明らかになった天文学の問題の一つである。銀河の回転曲線について分かりやすく説明するために古典力学での円運動を考える。中心に質量 M があり、その周りを運動する質量 m の物体があるとする。ケプラーの法則により、物体の受ける万有引力と遠心力が釣り合いから、円運動の速度は以下のように表せる。

$$\begin{aligned} m \frac{v(r)^2}{r} &= G \frac{Mm}{r^2} \\ v(r) &= \sqrt{G \frac{M}{r}} \end{aligned} \quad (2.1)$$

この時 G は重力定数である。式 (2.1) 銀河の質量が中心に集中している場合には、銀河の回転速度は $1/\sqrt{r}$ に比例して減少するとが期待される。しかし 1960, 1970 年代になると輝線の観測から渦巻き銀河の回転速度を測定することが可能となり、銀河の中心からの距離 r に対する銀河内の星や水素ガスの回転速度 $v(r)$ をプロットすると図 2.1 のように銀河の中心からの距離に関わらず一定の回転速度で運動していることがわかった [1]。これは銀河の外側にも光学観測できる天体の他に質量を持つ物質が分布していることを表している。観測により、その質量は銀河内のバリオン質量の約 5 倍だと考えられている。

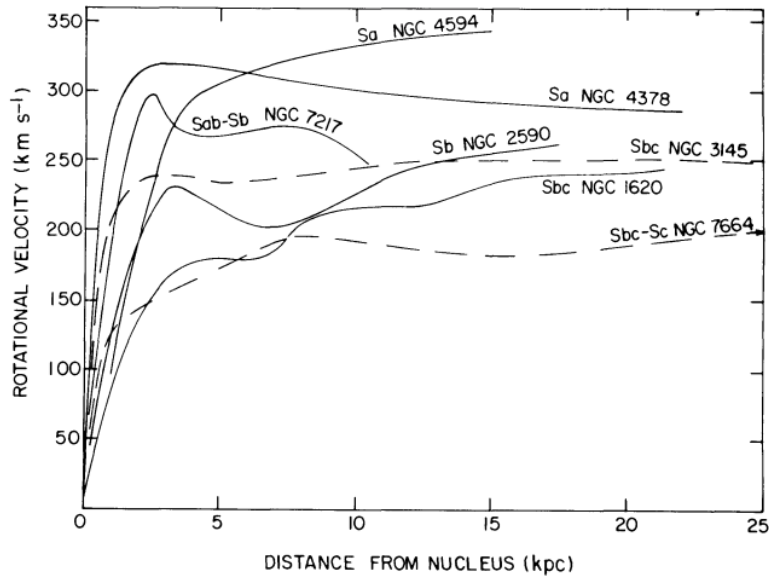


図 2.1: 7 つの渦巻き銀河についての回転曲線 [1]

2.1.3 重力レンズ効果

一般相対性理論では強い重力源の周囲で空間が歪み、光もその歪みに沿って曲がること示されている。そこで、銀河団などの大質量の天体の周辺では、その重力源を迂回するように光が進み、そ

の向こう側にある天体が重なって見える現象が発生する。このような現象は「重力レンズ」と呼ばれる。(図 2.2)

1979 年に初めて重力レンズが実際に観測されて以来、多くの重力レンズが発見されている。この重力レンズとなる銀河の質量を推定すると、観測から得られる質量と、重力レンズ効果をもたらす重力の大きさにはかなり隔たりがあることが判明した。つまり、レンズになった銀河には、観測できない未知の質量を持つ暗黒物質が存在することの証明になった。また背景銀河の形状を注意深く調べることで、銀河団領域の暗黒物質の分布を測定することが可能になっている。(図 2.3)

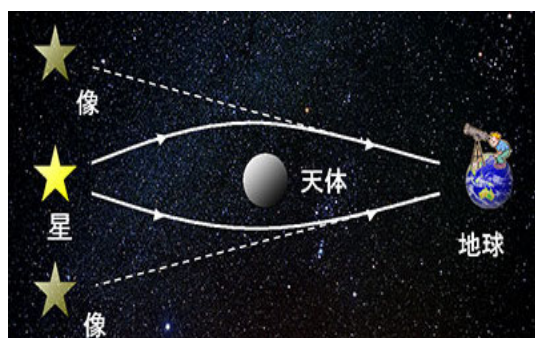


図 2.2: 重力レンズ効果 [2]

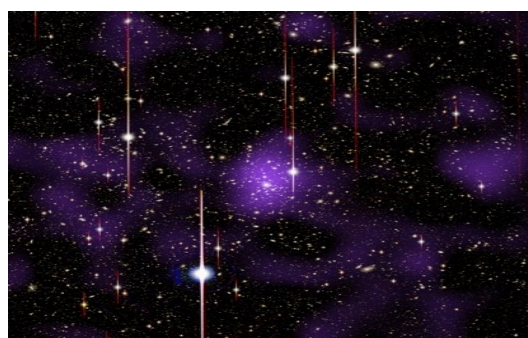


図 2.3: 銀河団の画像と暗黒物質分布（紫色） [3]

2.1.4 弾丸銀河団

弾丸銀河団とは小さな銀河団と大きな銀河団が衝突し、強い X 線を放つ銀河団である。銀河団はこの衝突によって弧状の衝撃波面を持つ約 2 億度の高温ガスを有している。弾丸銀河団のガスの分布と質量の分布を詳しく調べることによって、直接見るできない暗黒物質に関する新たな手掛かりを得ることができる。

暗黒物質とは前述の通り、銀河の回転曲線問題のような、未知の質量を仮定しなければ、ニュートン力学と観測可能な銀河の質量分布からでは実際の銀河の回転速度を説明することができないようなものを説明するためにその存在が仮定されたものである。その一方で、暗黒物質の存在を仮定せず、重力の相互作用が銀河スケールで我々の知るものとは違っているのだとする、修正ニュートン力学 (MOdified Newtonian dynamics, MOND) に代表される考え方も存在していた。

これらの 2 つの考え方のどちらが正しいのかを明確にするためには、暗黒物質または暗黒物質以外の物質が通常的位置から排除されているような例を見つけ出すことが求められた。その要請に応える例として注目されたのが弾丸銀河団である。

衝突する銀河団では、バリオンのような通常の星間物質は重力以外の相互作用による大きな抵抗を受ける。一方、重力のみで相互作用すると考えられる暗黒物質は、銀河内の星々と共にほとんど抵抗を受けずに通り抜ける性質を持つ。仮に暗黒物質が存在しない場合、銀河団全体の質量分布は、抵抗を受けて取り残されたガスの位置に集中すると予測されていた。

しかし、重力レンズ効果の測定によって弾丸銀河団の質量分布を調査した結果、その質量分布はガス雲の位置とは一致せず、むしろ暗黒物質の存在を強く示唆するものとなった。この観測結果は、

暗黒物質の実在を裏付ける重要な証拠とされている [4]。

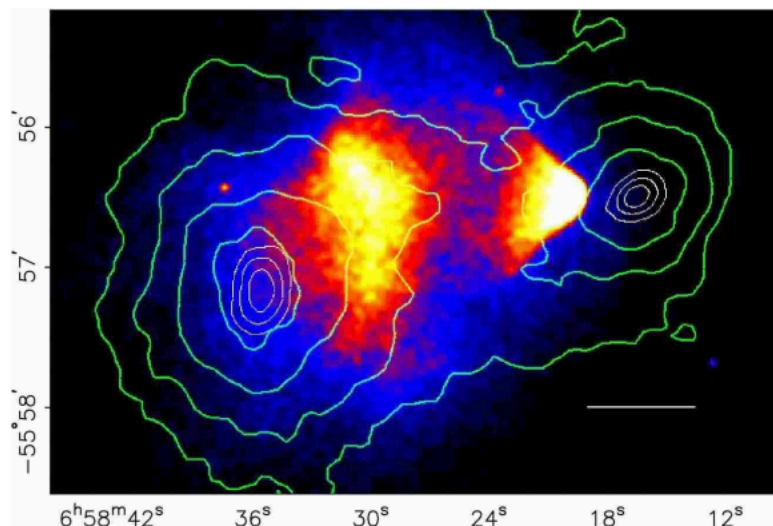


図 2.4: カラーマップは X 線の強度、緑の等高線は重力レンズ効果の解析によって得られた質量分布を表している。

2.1.5 その他の観測事実など

上記の観測結果以外にも宇宙マイクロ波背景放射での小さな非一様性や、銀河団形成におけるシミュレーションなどから、現在では暗黒物質が存在することは確実視されている。

2.2 暗黒物質の候補

本節では暗黒物質の候補に関して紹介される。前述のとおり、その存在は確実視されているが、具体的に何で構成されるのかについては現状不明である。後述のように複数の候補が挙がっており、今回はその中でも 6 つの候補について紹介する。素粒子論からの候補（ニュートリノ、アクシオン、WIMPs、軽い暗黒物質）と天体物理学からの候補（原始ブラックホール）に分けられる。また宇宙の晴れ上がりの時に、その暗黒物質の運動エネルギーが質量エネルギーを上回っていた場合は熱い暗黒物質、そうではないものを冷たい暗黒物質と呼び、本節で紹介する 6 つの候補のうちニュートリノが熱い暗黒物質であり、WIMPs、軽い暗黒物質、原子ブラックホールは冷たい暗黒物質である。またアクシオンは理論により熱い暗黒物質とされることもあれば、冷たい暗黒物質とされることもある。

2.2.1 ニュートリノ

ニュートリノは、パウリが中性子 β 崩壊でエネルギー保存則と角運動量保存則が成り立つように、その存在を提唱した中性レプトンの名称である。従来はニュートリノの質量は 0 であ

と思われていたが、カムランド実験やスーパーカミオカンデ実験でのニュートリノ振動の発見 [5] [23] により有限の質量をもっていることが証明された。図 2.5 にニュートリノ振動の結果を示す。ニュートリノの数はその他の素粒子の数に比べると膨大なため、ニュートリノの質量が小さくても宇宙全体でのニュートリノの合計質量は大きくなる。現在暗黒物質の宇宙の組成に占める割合は $\Omega_{DM} = 0.1198 \pm 0.0012$ の精度で決定されている。しかし Planck 実験 [24] によって $\sum_{\alpha=e,\mu,\tau} m_{\alpha} < 0.12\text{eV}$ と制限がつけられているため、ニュートリノが暗黒物質のすべてを占めるシナリオは棄却されている。

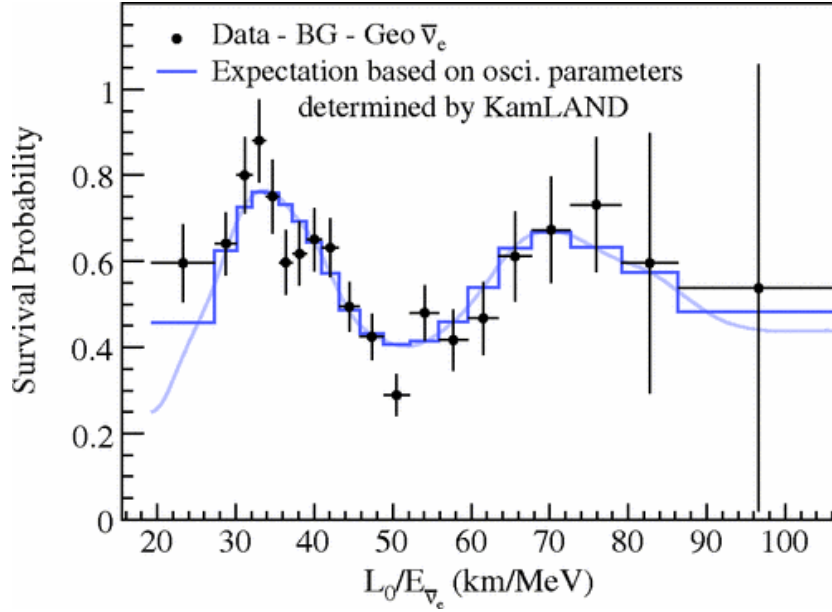


図 2.5: カムランド実験で観測された原子炉ニュートリノによるニュートリノ振動 [5]

2.2.2 原始ブラックホール

原始ブラックホールとは、1970 年代初頭に Hawking により暗黒物質を説明するために提唱されたブラックホールである [25]。原始ブラックホールの存在は現在までに観測されていないが、新たな物理を必要とせずに暗黒物質を説明できるという点で大きな注目を集めている。また、銀河系の中心に存在するような重いブラックホールの起源としても注目されている [26]。

2.2.3 アクシオン

アクシオンは存在が予言された理論上の素粒子で暗黒物質の有力な候補の一つであり、量子色力学における強い CP 問題を説明するために導入された擬似スカラー粒子である。強い CP 問題とは標準理論の QCD ラグランジアンの中の中性子の電気双極子モーメントはゼロである必要はないのにもかかわらず、実験により 10^{-26} よりも小さいことが示され、不自然なまでに小さいという問題である。これを説明するために導入された対称性から生じる物質がアクシオンである。

アクシオン自体は QCD の要請に由来するので、存在する可能性が高いが、理論的には暗黒物質で

ある必然性はない。しかしその質量領域の小ささから、暗黒物質候補の1つとして挙げられている。アクシオンが暗黒物質であるならば、その質量は $10^{-6}\text{eV} \sim 10^{-4}\text{eV}$ の範囲内にあると予想されている [27]。

2.2.4 WIMPs

WIMPs(Weakly Interacting Massive Particles) とは未知の重い素粒子であり、標準模型粒子と「弱く」相互作用をする^{*1}と考えられている。相互作用がある時、十分なエネルギーを持った通常の粒子同士が衝突した時、暗黒物質が生成されたり、逆に暗黒物質同士が衝突した時に消滅する、いわゆる対生成・対消滅過程を予言することができる。暗黒物質は宇宙初期では対生成と対消滅が同程度の割合で発生している、熱平衡状態にあったが、宇宙が断熱膨張してくるとやがてその温度は下がり、対生成出来るほどのエネルギーを持つ粒子が減り、対消滅が対生成を上回る。またそのようにして暗黒物質の密度が減ってくると、対消滅の起こりやすさは密度の2乗に比例するため、対消滅も徐々に起こらなくなり、結果として暗黒物質の粒子数が固定される。これを凍結機構 (freeze-out mechanism) と呼ぶ。WIMPs の質量を電弱相互作用の対称性の破れに関わる素粒子に期待される質量である 数百 GeV と仮定すると、freeze-out シナリオで予言される暗黒物質の量が現在観測されている暗黒物質の量と一致する (WIMP の奇跡) ことから、WIMPs は暗黒物質の有力な候補の一つとなっている。現在の標準理論中では WIMPs の候補となりうる物質は存在しないが、標準理論を超える理論の中には WIMPs の候補が存在し、中でも超対称性理論は有力な理論として提唱されている。超対称性理論とはボソンとフェルミオンに対して、それぞれに対応するフェルミ粒子とボーズ粒子 (超対称性パートナー) が存在すると考える理論であり、階層性問題の解決や電磁気力・弱い力・強い力の統一などの可能性を秘めている。その中でも電化を持たないボーズ粒子の超対称性パートナーであるズィーノ (Z ボソンのパートナー)、フォティーノ (光子のパートナー)、中性ヒグシーノ (中性ヒッグス粒子のパートナー) が混合状態を作り、これがニュートラリーノと呼ばれるフェルミオンとなり、このニュートラリーノが WIMPs の最有力候補とされている。またこのニュートラリーノはマヨラナ粒子 (粒子と反粒子が同一である粒子) である。現在までに多くの実験が $1\text{GeV} \sim 1\text{TeV}$ 付近の質量範囲で WIMPs の探索を行ってきたが、発見には至っていない。

2.2.5 軽い暗黒物質 (LDM)

WIMPs の考え方を一般化して、通常物質と暗黒物質との間に標準理論の枠組みを超えた、これまでに知られていないような相互作用を仮定したモデルを Hidden-sector Dark Matter と呼ぶ。Hidden-sector Dark Matter の質量範囲は $10^3\text{eV} \sim 10^{14}\text{eV}$ 程度であり、そのうち WIMPs で想定されている質量領域よりも低い質量領域である 1GeV より小さな質量領域を Sub-GeV 領域とよび、この領域に属する暗黒物質のことを軽い暗黒物質 (Light Dark Matter : LDM) と呼ぶ。従来の WIMPs をターゲットとした実験では、このような軽い暗黒物質の質量範囲において十分な感度を達成する

^{*1} ここでいう「弱く」相互作用ということはいわゆる W ボソンや Z ボソンを媒介する弱い核力に限らず、標準模型には含まれない未知の相互作用を指す場合がある

ことができない。かつては低閾値な検出器の技術が乏しくあまり研究が盛んではなかったが、近年では新たな検出技術により低エネルギー閾値を実現できる検出器が開発され、軽い暗黒物質検出の可能性が広がっている。本研究ではこのような軽い暗黒物質をターゲットとして探索を試みている。

Hidden-sector Dark matter

「WIMP の奇跡」は標準理論粒子と非常に弱くしか相互作用しない WIMP とは別の弱いスケールのダークセクター（暗黒物質を含む新しい標準模型）内の結合によっても実現することができる [28]。このアイデアを「隠れた（隔離された）」ダークセクター (Hidden-sector) [29] といい、弦理論の観点から十分に説明されている。WIMP の理論では相互作用はある媒介粒子を介して行われるとされるが、Hidden-sector ではその相互作用の小ささにより、この媒介粒子は WIMP で予想されるものよりも軽いと予想されている。

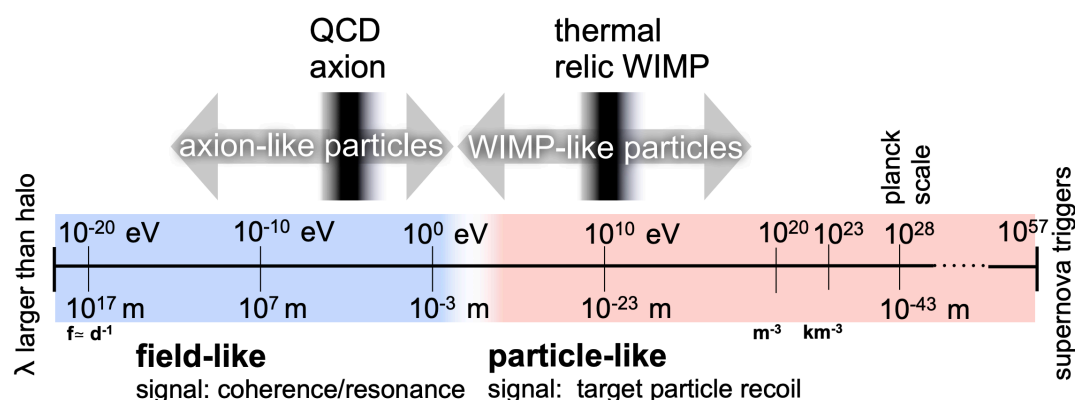


図 2.6: 暗黒物質の候補

2.3 暗黒物質の直接探索

現在、世界中で暗黒物質探索実験が盛んに行われており、以下のような三つの探索方法が存在する。

1. 加速器による暗黒物質の対生成
2. 宇宙での暗黒物質の対消滅
3. 暗黒物質と既知の物質との相互作用（直接探索）

今回は本研究でも用いている既知の物質との相互作用を用いる直接探索について紹介する。直接探索実験では、ターゲットとなる物質（原子核や電子など）を用意して、暗黒物質とそれらの物質との相互作用を仮定し、暗黒物質がターゲットと散乱した時のターゲットの反跳エネルギーを、光子や熱、フォノンなどの形で読み出すことで暗黒物質の探索を行う。一般的に検出器は宇宙線に遮蔽されるように地下深くの洞窟に置かれ、自然放射能によるバックグラウンドを減らすためにさらに人工的な遮蔽が加えられる。

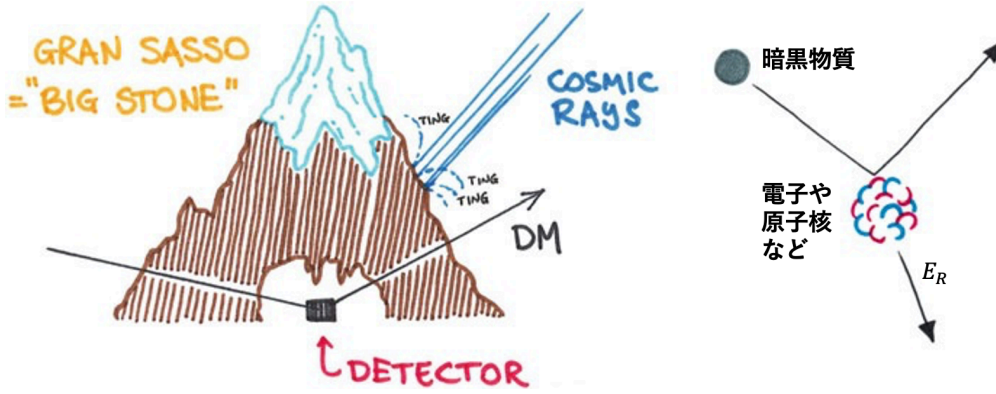


図 2.7: 直接探索の方法の模式図 [6]

ここで暗黒物質とターゲット物質の散乱（弾性散乱）の仕組みについて運動学を用いて簡単に説明する（詳しくは [6] 参照）。相対論を用いて考えると重心系、実験室系での暗黒物質、ターゲット物質の4元運動量は以下のように表せる（図 2.8 参照）。

$$\tilde{p}^\mu = \begin{pmatrix} E_{\tilde{p}} \\ \tilde{\mathbf{p}} \end{pmatrix}, \quad \tilde{k}^\mu = \begin{pmatrix} E_{\tilde{k}} \\ \tilde{\mathbf{k}} = -\tilde{\mathbf{p}} \end{pmatrix} \quad (2.2)$$

$$p^\mu = \begin{pmatrix} E_p \\ \mathbf{p} \end{pmatrix}, \quad k^\mu = \begin{pmatrix} E_k \\ \mathbf{k} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} m_T \\ \mathbf{0} \end{pmatrix} \quad (2.3)$$

ここで運動量移行の4元ベクトルを以下のように定義する。

$$q \equiv p - p' = k - k' \quad (2.4)$$

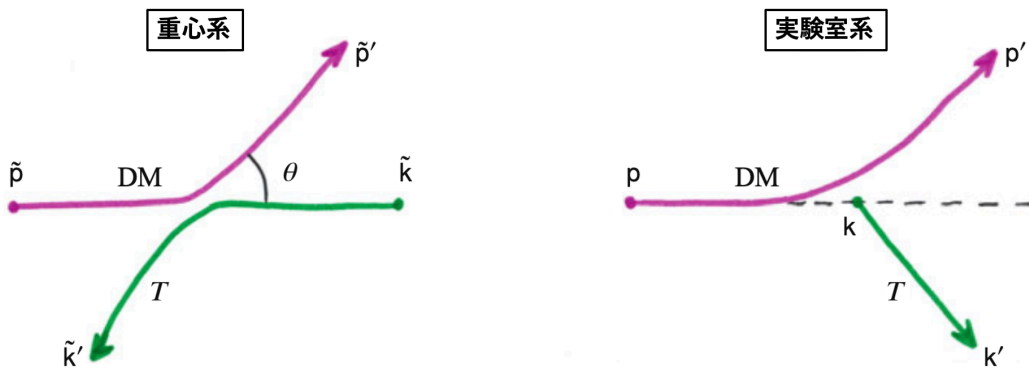


図 2.8: 暗黒物質（紫）とターゲット（緑）の4元運動量

左: 重心系 右: 実験室系（文献 [6] より引用）

この時、 $q^\mu = (q^0, \mathbf{q})^T$ の関係性より $\mathbf{k}' = \mathbf{q}$ が成り立っている。ここから反跳エネルギーは以下

のように定義される。

$$E_R \equiv \frac{k'^2}{2m_T} = \frac{q^2}{2m_T} \quad (2.5)$$

また散乱角度 θ は $\cos \theta = \hat{\mathbf{p}} \cdot \hat{\mathbf{p}}' = \hat{\mathbf{k}} \cdot \hat{\mathbf{k}}'$ で定義される。

さらに暗黒物質とターゲット物質の換算質量は以下の式で表せる。

$$\mu \equiv \frac{mm_T}{m + m_T} = \left(\frac{1}{m} + \frac{1}{m_T} \right)^{-1} \quad (2.6)$$

ここで弾性散乱を考える。弾性散乱では暗黒物質とターゲット物質の質量が散乱の前後で変化しない。したがって以下の式が成り立つ。

$$\tilde{p} = \tilde{p}' = \tilde{k} = \tilde{k}' \quad (2.7)$$

このとき $|\tilde{\mathbf{p}}| = \tilde{p}$, $|\tilde{\mathbf{p}}'| = \tilde{p}'$, $|\tilde{\mathbf{k}}| = \tilde{k}$, $|\tilde{\mathbf{k}}'| = \tilde{k}'$ である。

これより

$$E_{\tilde{p}} = E_{\tilde{p}'}, \quad E_{\tilde{k}} = E_{\tilde{k}'} \quad (2.8)$$

が成り立つ。ここで以下のようなスカラー量を考える。

$$\mathbf{k} \cdot \mathbf{k}' = m_T E_{k'} \quad (2.9)$$

この時重心系では以下のように表せる。

$$\tilde{\mathbf{k}} \cdot \tilde{\mathbf{k}}' = E_k^2 - \tilde{p}^2 \cos \theta \stackrel{\text{NR}}{=} m_T^2 + \tilde{p}^2(1 - \cos \theta) \quad (2.10)$$

これらはローレンツ不変量である。この時 NR は非相対論的 (Non Relativistic) 極限を意味している。また非相対論的極限を考えることにより、 $E_{k'} \stackrel{\text{NR}}{=} m_T + E_R$, $\tilde{\mathbf{p}} \stackrel{\text{NR}}{=} \mu_T \mathbf{v}$ も同様に成り立つので、式 (2.5)、(2.9)、(2.10) を用いることで反跳エネルギーと運動量移行が以下の式で表せる。

$$E_R \stackrel{\text{NR}}{=} \frac{\mu_T^2 v^2}{m_T} (1 - \cos \theta), \quad q^2 \stackrel{\text{NR}}{=} 2\mu_T^2 v^2 (1 - \cos \theta) \quad (2.11)$$

これにより、反跳エネルギー及び運動量以降は散乱核 θ に依存する。この時典型的な運動量移行として $q = \sqrt{2}\mu_T v$ を用い、反跳エネルギーとして $E_R = q^2/2m_T$ を用いたものを図 2.9 に示す。この図より質量の小さい暗黒物質探索にはより質量の小さいターゲット物質が適していることがわかる。特に MeV スケールの探索には電子との反跳が適しており、本研究でも暗黒物質-電子散乱を用いた探索を行っている。

2.3.1 主な暗黒物質直接探索実験

本節では主な暗黒物質直接探索について説明する。さまざまな検出方法があり、その検出方法に合わせた検出器も開発されている。ここでは検出方法がそれぞれの実験でどのように使われているかを現在行われている実験と共に説明する。また現在の暗黒物質の探索方法について図 2.11 に示す。

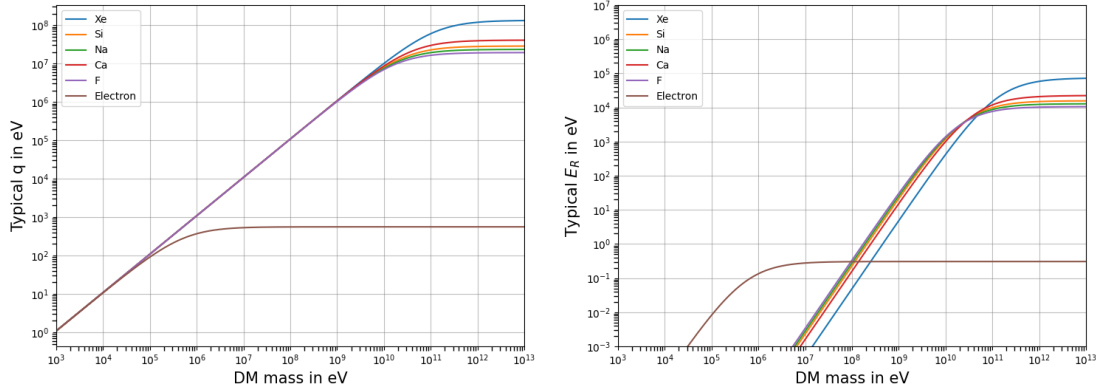


図 2.9: 典型的な運動量移行 $q = \sqrt{2}\mu_T v$ (左) とそれに対応した反跳エネルギー $E_R = q^2/2m_T$ (右)

DAMA/LIBRA 実験

DAMA/LIBRA 実験とはイタリアのグラン・サッソ国立研究所の地下で行われている、高純度の NaI を用いたシンチレーション検出器を用いて行う実験である [30]。25 個の検出器が銅製の箱に密閉されて設置されており、それぞれが光電子増倍管につながっている。さらに空調や岩石材料で作られたコンクリートにシールドによって低バックグラウンド環境が維持されている。この実験は、地球が太陽の周りを回るときに暗黒物質ハロー^{*2}に対する検出器の速度の変化によって引き起こされる検出イベント数の年間変動を見つけることを目的としている。DAMA/LIBRA 実験では 20 年以上の観測によって暗黒物質の季節変動による効果を 13.7 σ で観測したとしている。

SuperCDMS 実験

SuperCDMS 実験はその前身である、CDMS (Cryogenic Dark Matter Search, 極低温暗黒物質探索) から続く WIMPs 探索のために設計された一連の実験であり、現在ではカナダにある SNOLAB 施設に設置されている SuperCDMS SNOLAB で継続されており、現在建設が完了し試運転が開始される予定である [31]。この実験で用いられる検出器はボロメータと半導体が組み合わさった検出器であり、ゲルマニウムとシリコンからなる半導体の結晶基盤内で発生する暗黒物質と原子核との反跳によって生成されるイオンやフォノンを測定する。この時反跳エネルギーに対するイオン化エネルギーの割合やフォノンの立ち上がりのタイミングなどを用いることでイベントの識別を行う。

CRESST 実験

CRESST (Cryogenic Rare Event Search with Superconducting Thermometers) 実験は [7] シンチレーション光と熱を測定する、超伝導転移端センサー (Transition Edge Sensor; TES) を用いた、暗黒物質直接探索のためのヨーロッパの共同プロジェクトの名称であり、DAMA/LIBRA 実験と同様にイタリアのグラン・サッソ国立研究所の地下の低バックグラウンド環境で実験が行われている。この実験では高いシンチレーション光出力から CaWO_4 結晶が用いられている。全エネルギーに対

^{*2} 暗黒物質が自己重力で集まった塊のこと

するシンチレーション光のエネルギーの割合からバックグラウンドとの判別を行う。最新の研究である CRESST-III ではそのエネルギー閾値は 30.1 eV まで下げられ、パイ中間子よりわずかに重い $0.16\text{GeV}/c^2$ という軽い WIMPs の探索が可能になった。

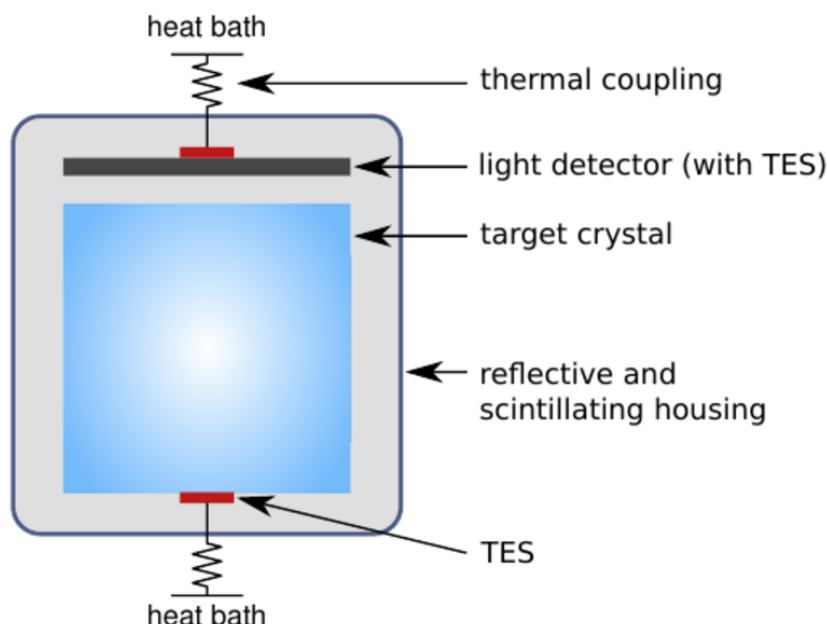


図 2.10: CRESST 実験の模式図 [7]

XENONnT 実験

DAMA/LIBRA 実験、CRESST 実験と同様にグラン・サッソ国立研究所の地下で行われている XENONnT 実験 [8] は、直径・高さ 1.5m の円筒形の気体・液体キセノンからなる 2 相式キセノン TPC(Time Projection Chamber) が検出器の中核をなし、 $-95\text{ }^{\circ}\text{C}$ に保たれた超高純度液体キセノンで満たされている。検出器の運転に必要な総重量 8.6 トンのうち、5.9 トンのキセノンが、暗黒物質と弾性散乱し、同時にその信号を検出するアクティブ標的^{*3}としても使われる。WIMP との相互作用により液層中のキセノン原子が反跳され、微弱なシンチレーション光と少量の電離電子が発生する。後者は印加電場によって検出器の上方へ誘引され、さらに一段高い電場により液相から気相へ引き出されて第 2 のシンチレーション光が発生する。2 つの光信号は光電子増倍管によって捉えられ、そのヒットタイミングと 2 つの発光の時間差を利用することによって、反跳エネルギーと反応点の 3 次元的位置を事象ごとに得ることができる。また、2 つの信号の大きさを比較することでバックグラウンド事象との判別が可能になっている。

^{*3} 素粒子が反応を起こす標的となると同時に、その反応を検出して信号を出すタイプの検出器

2.3.2 暗黒物質探索の将来展望

前節で示した暗黒物質直接探索にあるように、現在多くの実験で既に行われている WIMP 探索では原子核反跳を仮定しているが、一般的に原子核の質量よりも軽い暗黒物質の場合、反跳により受け渡されるエネルギーは小さくなる。(図 2.9 参照)。軽い暗黒物質探索を想定した場合、ターゲットとなる物質は原子核よりも軽い物質である必要がある。よって軽い暗黒物質探索のターゲットの候補としては電子が考えられている。

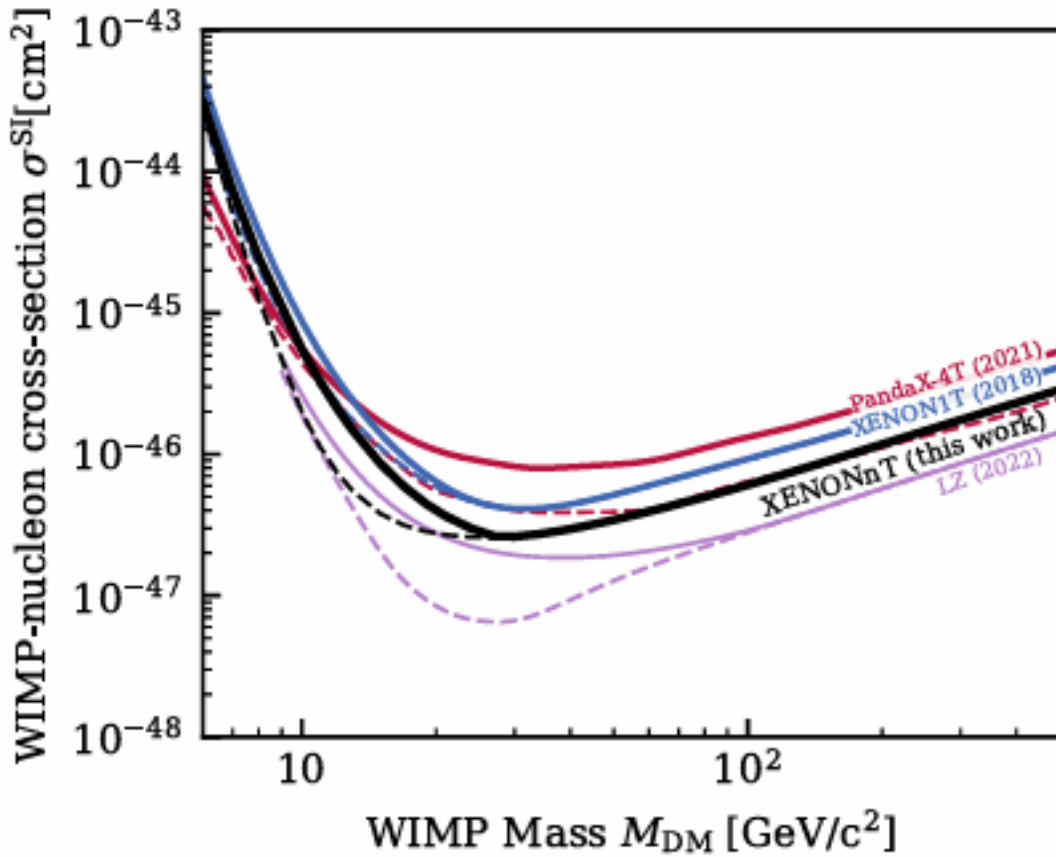


図 2.11: 暗黒物質と原子核の散乱による暗黒物質探索の現状 [8]

図 2.11 には WIMP の探索の現状が示されている。WIMP ではおよそ 100 GeV 程度の質量領域を探索することが想定されている。図 2.12 には暗黒物質と電子の散乱を想定した場合の探索状況とそこから想定されている将来計画である。原子核との散乱を考える場合と比べてより低い質量領域である MeV スケール（あるいは keV スケール）の探索をすることができる。またここで示している暗黒物質-電子散乱を使った探索では超伝導検出器が使われている。本研究は超伝導検出器を用いることで図 2.12 で探索されているような範囲に新たな制限を設けることを目標としている。

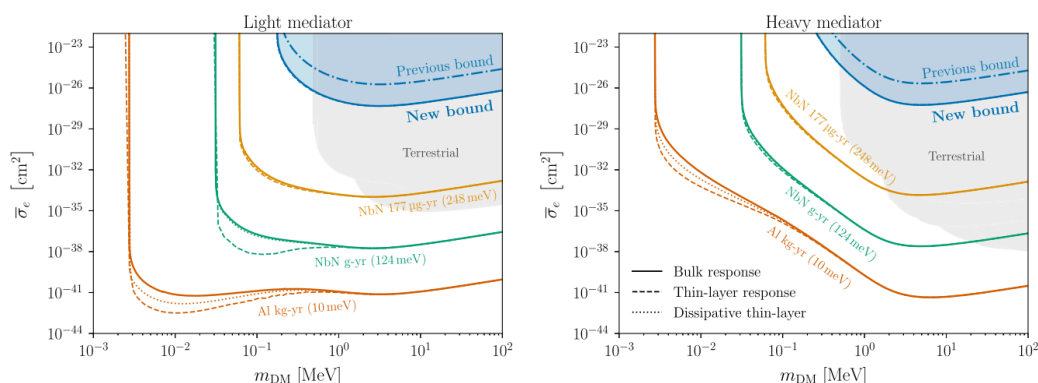


図 2.12: 暗黒物質と電子の散乱による暗黒物質探索の現状 [9]

2.3.3 さまざまな超伝導検出器

軽い暗黒物質探索を行う際に問題になってくるのが、暗黒物質から受け取るエネルギーの小ささである。従来の WIMP 探索などで使われていた検出器では主に Xe などの原子との散乱を考えるとエネルギー閾値が十分でなく（図 2.9）、質量の小さな軽い暗黒物質を検出することができなかった。そこで低エネルギー閾値を持つ検出器として超伝導検出器に注目が集まっている。超伝導検出器は大別すると、カロリメータ型（TES、MMC など）、接合型（STJ、NIS など）、ナノストリップ型（SSPD、SSLD など）の 3 つに分けることができる。またそれとは別の動作原理を持つ超伝導検出器として KID が挙げられる。本節ではそれぞれの検出器の代表例として TES、STJ、SSPD、KID をあげ、それぞれの特徴について説明する。またそれらをまとめたものを表 2.1 に示す。

TES

TES（Transition Edge Sensor: 超伝導転移端センサー）は SuperCDMS 実験 [31] や CRESST 実験 [7] で用いらているカロリメータ型超伝導検出器である。TES は外部からの放射線の入射に起因する温度上昇（CRESST 実験などでは結晶にエネルギーが蓄えられることにより、結晶格子内の原始の動きが活発になり、温度上昇が起こることを用いている。）を検出している。図 2.13 には TES の抵抗の温度依存性を示している。図から分かるように転移温度付近で動作させることが前提となるので、あまりに転移温度が高いと動作時の雑音も大きくなり、信号検出の観点からは好ましくない。また、どのくらい温度が上昇したかを調べることによって、外部から入射する放射線のエネルギーを調べることができる。温度に対して感度が良く、6 keV の X 線に対し 1 eV という超高エネルギー分解能を達成できているというメリットがある一方、転移幅がわずか数 mK しかないので、ダイナミックレンジが小さく、かつ応答速度が ~ 1 ms と遅いという欠点がある。

STJ

STJ(Superconducting Tunnel Junction: 超伝導トンネル接合検出器) とは接合型の超伝導検出器の一種であり、非常に薄い絶縁体層で分離された 2 つの超伝導体で構成されるジョセフソン接合素子

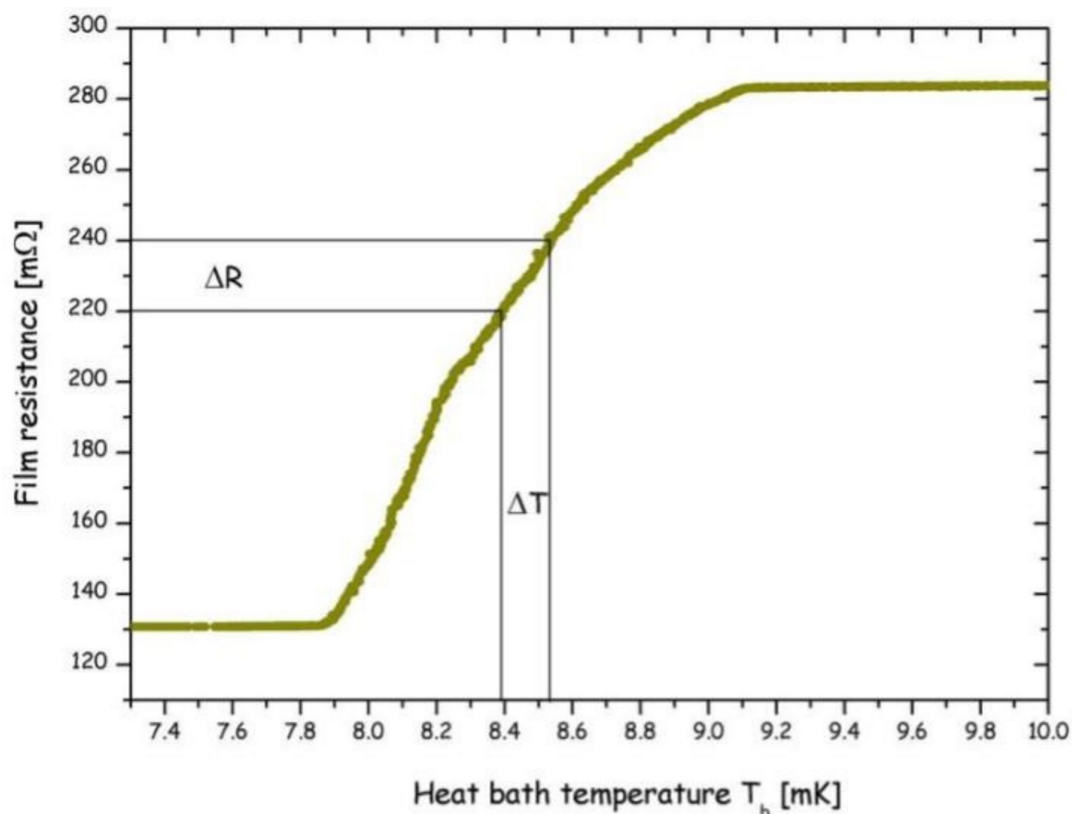


図 2.13: TES の抵抗の温度依存性 [7]。

の一種である。これは 1962 年に B.D. ジョセフソンによって観測された [32] 超伝導キャリアであるクーパー対が破壊され準粒子が生成された時に生じる量子トンネル効果による超電流を検出することによって観測を行っている。応答速度が比較的速いため、高速応答が要求される飛行時間型質量分析 (TOF-MS) 用の分子検出器として用いられている。また本研究で作成されている Hf を用いた検出器も KID に先行して作成・評価が行われている。

SSPD

SSPD (超伝導ナノワイヤ単一光子検出器: Superconducting nanowire Single-Photon Detector) はナノストリップ型の超伝導検出器の一つである。超伝導ナノワイヤがミアンダ状 (蛇行状に配線されること) にパターンニングされた構造を持ち、典型的なデザインとしては、膜厚は数 nm、線幅 100nm 前後である (図 2.14 参照)。外部からの放射線がナノワイヤに入射し吸収されると、局所的にエネルギー励起が生じるために超伝導性が抑制され、抵抗領域 (ホットスポット) が発生する。その後、発生した抵抗領域は基盤などへの熱緩和過程を通じて再び超伝導状態へ回復するため、発生した電圧もゼロへと戻る。ナノワイヤにはバイアス電流が印加されており、放射線の入射がない場合には電気抵抗が存在しないために電圧は発生しない。数 MeV という高エネルギーの α 線から数 eV の赤外光子まで検出が可能であり、時間分解能もとても良い。しかし原理的にエネルギー分解能を測定することができず、多重化も不可能であるという欠点がある。

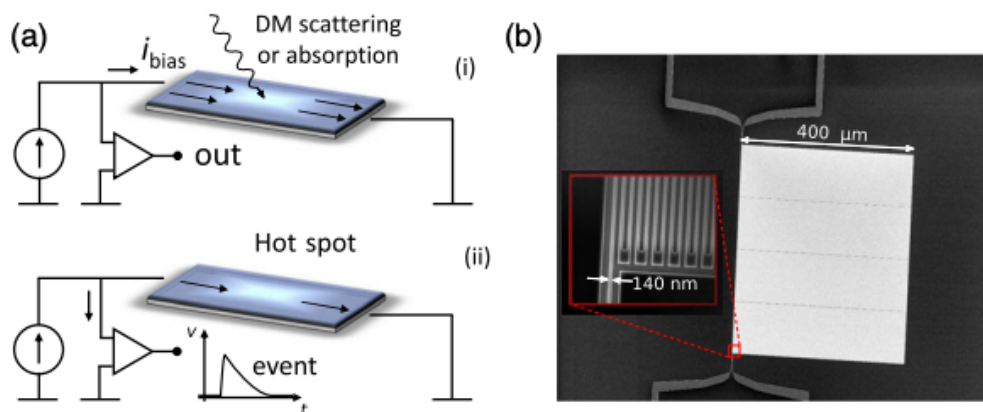


図 2.14: (a)SSPD の動作原理の模式図と (b)SEM 像 [10]

KID

KID (Kinetic Inductance Detector: 力学的インダクタンス検出器) は力学的インダクタンスを用いた超伝導検出器である。外部から放射線が流入するとそれが直接または基板に当たって生成されたフォノンを通して BCS 理論で予想されている超伝導キャリアであるクーパー対と相互作用を起こし、放射線のエネルギーがクーパー対に与えられる。するとクーパー対が一部準粒子として励起し、力学的インダクタンスが増加する。その力学的インダクタンスの変化による KID の状態の変化を読み出すことで外部の放射線の検出を行う。

KID の最大の特徴は同時に複数の KID を読み出す (多重読み出し) ことができることである。KID に用いられる超伝導金属の薄膜は LC 共振回路を描いており、一つの読み出し線に共振周波数の異なる KID を複数付け、それぞれの共振周波数の変化を読み出すという形で同時に読み出すことができる。また他の特徴として単層構造であるため、作製が比較的簡単であるという利点がある。1 素子だと TES などより感度が悪いとされてきたが、近年作製技術の向上により更に高感度の KID の作製が進められている (Hf-KID では 1eV のエネルギー閾値が達成されるとされている)。

本研究では暗黒物質と既知の粒子の散乱という稀な事象の探索には、検出器のターゲット質量が大きく関わり、検出したエネルギーをより正確に評価できるという観点から、KID を軽い暗黒物質を探索するための超伝導検出器として採用した。

2.4 本研究の目的

2.4.1 本研究の最終目的

本研究の最終的な目標は超伝導検出器 KID を用いて軽い暗黒物質の本格的探索を行うことである。それを達成するには以下の 3 つのことを達成していく必要がある。

- (1) 極低エネルギー閾値をもつ検出器 (Hf-KID) の使用

表 2.1: 超伝導検出器の種類と性質

検出器型	応答速度	動作温度	エネルギー分解能	特徴
カロリメータ型 (TES, MMC など)	遅い ($\sim 1\text{ms}$)	$\sim T_c$	かなり良い ($0.067\text{eV}@1.0.8\text{eV}$)	ダイナミックレンジが小さい 多重読み出しがむずかしい
接合型 (STJ, NIS など)	速い ($\sim 1\mu\text{s}$)	$< T_c$	良い ($12\text{eV}@6\text{keV}$)	作成が難しい 多重読み出しがむずかしい
ナノストリップ型 (SSPD, SSLD など)	とても速い ($\sim 1\text{ns}$)	$\sim T_c$	原理的に測定することができない	ホットスポットの緩和が非常に速い (1ps) 多重読み出しができない
その他 (KID など)	速い ($\sim 1\mu\text{s}$)	$< T_c$	良い ($0.2\text{eV}@0.8\text{eV}$)	多重読み出しが可能 素子作製が容易

(2) μg スケールのターゲット質量を用いた探索 (多重読み出し技術)

(3) 極低放射能下 (神岡地下) での測定

以下ではこれらが達成できたとき、どれぐらいのスケールの探索ができるかについて考える。

本研究ではおよそ MeV スケールの暗黒物質の探索を目標としている。図 2.11 の XENONnT 実験を参考にとすると $m_\chi = 100\text{ GeV}$ の暗黒物質に対して $\text{exposure} = 1\text{ t} \times \text{yr}$ (ターゲット質量 $\times$ 観測時間) で $\bar{\sigma}_e = 10^{-47} \sim 10^{-46}\text{ cm}^2$ の制限が付いているとみなすことができる。よって $\text{exposure} = 1\text{ t} \times \text{yr}$ の時 1 MeV の暗黒物質に対しては 5 桁改善した $\bar{\sigma}_e = 10^{-52} \sim 10^{-51}\text{ cm}^2$ の制限がつくと仮定することができる。

KID1 素子の質量は数 ng なので、数千素子の多重読み出しを行ったとしても数 μg スケールの探索しかできず、XENON 実験の数 t スケールの探索には及ばない。しかし、 $\text{exposure} = 1\text{ } \mu\text{g} \times \text{yr} = 10^{-12}\text{ t} \times \text{yr}$ であることから、単純にスケーリングすると、KID を用いた探索において $\text{exposure} = 1\text{ } \mu\text{g} \times \text{yr}$ の時、 $m_\chi = 100\text{ MeV}$ では $\bar{\sigma}_e = 10^{-39} \sim 10^{-40}\text{ cm}^2$ の上限値つけることができる^{*4}。図 2.15 はそれぞれ light mediator および heavy mediator を仮定した時の暗黒物質直接探索の今後の展望を予想したものであり、緑の領域が今後 5 年間で行われる予定の領域 (Near-term) であり、青の領域がそれよりも長いスパンの探索で探索されるであろう領域 (Far-term) である。また点線は $\text{exposure} = 100\text{ g} \times \text{yr} = 10^{-4}\text{ t} \times \text{yr}$ で探索され则认为られる領域である。この時本研究の目指す探索領域は Far-term に属するいまだに探索が行われていない領域であり、 μg スケールの探索でも、世界でも有数の精度で探索が行われる予定である。

2.4.2 今回行った研究とその目的

現状では前節で述べたような最終目標は達成できていない。(1) に示した Hf-KID は最終的には $\sim 1\text{ eV}$ ほどのエネルギー閾値を達成できると考えられているが、Hf を使った超伝導検出器が検出器の作製や性能評価が行われるようになったのは最近のことであり、今だに成膜条件の最適化などさまざまな課題が残っている。また (2) で示した多重読み出しに関しても、現状ではまだ数素子しか

^{*4} 実際には XENONnT 実験では原子核反跳を使っており、本研究では電子反跳を用いる。またエネルギー閾値も大幅に異なる。これらの想定はそのようなことが全く考慮されていない定性的な想定である。定量的な考察は第 6 で行う。

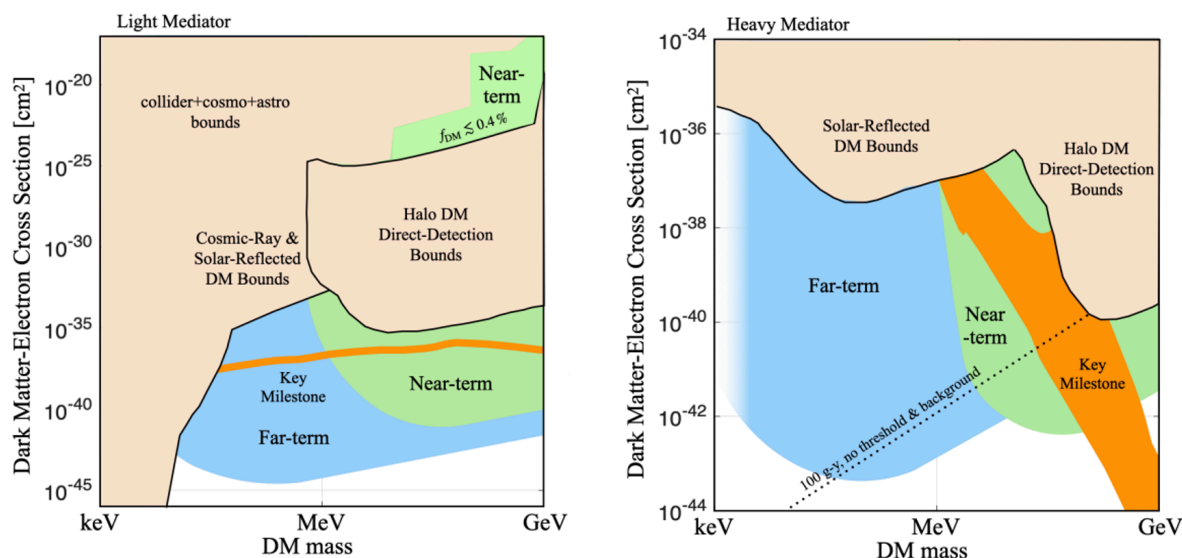


図 2.15: (右)light mediator を仮定した直接探索。(左)heavy mediator を仮定した直接探索。[11]

達成できていない（現時点で我々が達成できる同時読み出しは 64 素子が限界であるが、256 素子の同時読み出しを行っている研究も存在する [33]。×4 の読み出しでおよそ 1000 素子の同時読み出しを達成することができる）。(3) で示した極低放射能下での測定は 2024 年に神岡極稀現象研究拠点（Kamioka Extremely Rare-phenomena and NEutrino-research Labratory: KERNEL）に希釈冷凍機が導入されたがまだその運用には至っていない。

そこで本研究ではその性能が十分に確認されている AI-KID 1 素子を用いて、東北大にて測定を行ったデータを用いて、バックグラウンド評価を行い、散乱断面積の制限をつけた。暗黒物質探索などの稀な事象の探索に KID が用いられた例は現状ではほとんど存在していない。KID を用いた暗黒物質探索のバックグラウンド評価 (KID の膜応力起源のバックグラウンド評価など) は本研究で初めて行われることであり、これが本研究を行う最大の意義である。そしてこの結果を用いて将来どの領域の探索を行うことができるかを考察した。また Hf-KID に関しては、その作製に向けて、成膜条件などの条件出しを行い、理化学研究所光量子工学研究センターテラヘルツイメージング研究チームの亀井雄斗氏にその条件出しを行った基板を用いて作製をお願いしたが、共振は確認することができなかった。そのために Hf-KID に関する研究に関しては付録に示す。



図 2.16: 神岡極稀現象研究拠点 (Kamioka Extremely Rare-phenomena and NEutrino-research Laboratory: KERNEL) に導入された希釈冷凍機 (Bluefors 社製 XLD400)

第 3 章

超伝導検出器 KID の動作原理

本研究で用いる超伝導検出器の一つである KID は超伝導キャリアの一つであるクーパー対の破壊に伴う力学的インダクタンスの変化を読み出す検出器である。KID には 1/4 波長型 KID と集中定数型 KID(Lumped Element Kinetic Inductance Detector: LE-KID) がある。いずれのタイプも、等価回路は LC 共振器として表され、入力する信号は 1-10GHz 帯のマイクロ波を使うのが一般的である(そのため KID は Microwave Kinetic Inductance Detector:MKID と呼ばれる)。今回用いた KID の読み出し線にはコプレーナ線路 (Coplanar Waveguide:CPW) と呼ばれる、一本の芯線 (フィードライン) とその左右のグラウンド面からなる同軸線で構成されているものを用いている。この時 KID には 1/4 波長型と LE-KID(Lumped Element KID: 集中定数型検出器) が存在する。

ここで KID の検出原理の概念図を図 3.1 に示す。KID の等価回路は電気回路における共振回路として振る舞い、GHz 程度のマイクロ波を入力することで動作する。まず図 a のように入射してきた外部の放射線のエネルギーが流入すると、そのエネルギーが超伝導ギャップエネルギーより大きいとクーパー対の一部が壊れ準粒子として励起する。その結果図 b のように準粒子密度の増加が表面インピーダンスを変化させ、その影響で LC 共振器におけるインダクタンスが変化する。そして図 c、d のように KID へエネルギーが流入すると共振周波数は低周波数側にシフトし、その時の透過波の位相や振幅の変化量を読み取ることでイベントを検出することが可能となる。共振周波数 f_r は KID の配線長を変更することにより容易に設計可能である。

また KID はシリコンなどの基板上に超伝導薄膜が共振器を描いているような構造をしている。KID にエネルギーが与えられる過程にも複数存在し、図 3.2 のように KID の共振器の超伝導電子に直接外部からのエネルギーが流入するパターンと基板で発生したフォノンを媒介して KID にエネルギーが与えられるパターンの 2 つが存在する。本研究では共振器の超伝導電子に直接エネルギーが流入するようなイベントを観測している。そのため基板由来のイベントは全部背景事象となる。外部放射線が直接クーパー対を破壊する場合、KID のデザインはその基板の共振器部分以外も超伝導薄膜で覆われているような工夫がなされている。これは基板由来の事象が共振器以外のクーパー対を壊すようにすることによって、共振器に入るバックグラウンド事象を減らすためである。反対に基板由来の事象を観測したい場合は KID の共振器部分以外の超伝導薄膜の面積を極力小さくするといった工夫がなされている。

本章ではまず KID の種類についてそれぞれ説明し、超伝導の基礎理論を説明したのち、KID の原

理について説明する。

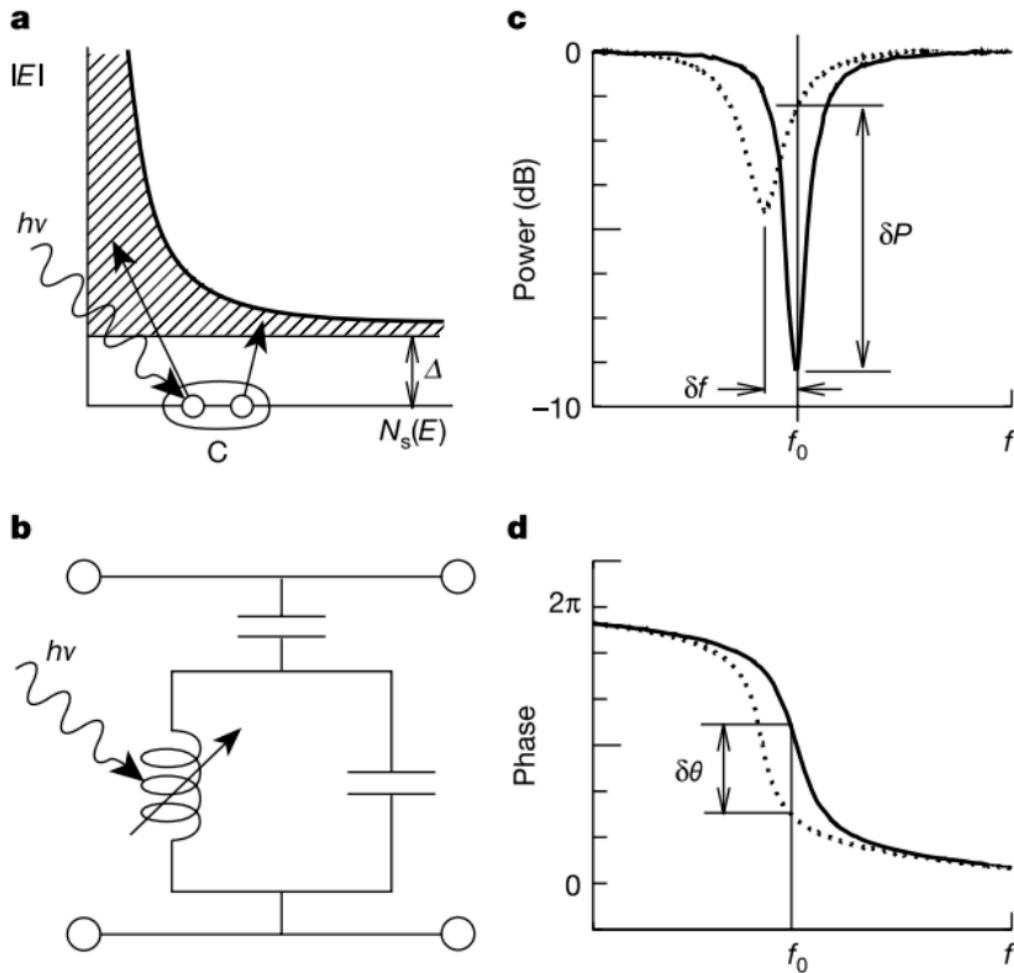


図 3.1: KID の検出原理の概念図 [34]。a, 入射してきた外部の放射線のエネルギーの流入によりクーパー対が準粒子として励起する。b, 準粒子密度の増加が表面インピーダンスを変化させ、その影響で LC 共振器におけるインダクタンスが増加する。c,d, インダクタンスの変化により共振周波数がより低周波数側に遷移し、それに伴い振幅が小さくなり位相も変化する。

3.1 KID の種類

1/4 波長型検出器

1/4 波長型検出器は伝送線路を共振周波数の 1/4 波長や半波長の長さにして読み出し線にぶら下げのような構造をしている。この時電流密度が最大となる短絡端で感度が最大となるため、その部分にアンテナを配置することで最大の検出効率を引き出すことができる。よって 1/4 波長型はその検出効率の高さからミリ波・サブミリ波帯の観測に用いられることが多い。

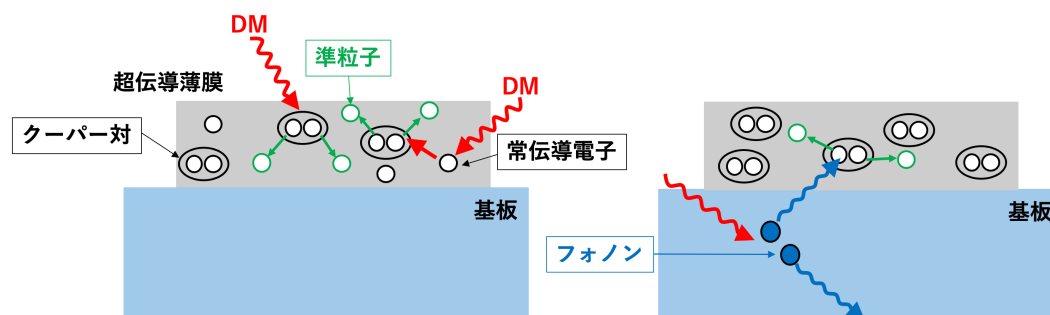


図 3.2: (a) 超伝導電子への電子の直接散乱を用いた KID と (b) フォノンを媒介してエネルギーが与えられるような KID の模式図

LEKID

LEKID(Lumped Element KID: 集中定数型検出器) はインダクタ部 (L) とキャパシタ部 (C) に分かれており、インダクタ部それ自体が吸収体となるため、アンテナを配置する必要がなく、素子の小型化が可能であり、単位面積あたりの検出器の数を増やすことができる。このような特徴からガンマ線やニュートリノをはじめとした高エネルギー粒子探索実験などに用いられることが多い。本研究で解析に用いたデータは LEKID で測定されたものである。本説では主に LEKID での検出原理について説明する。

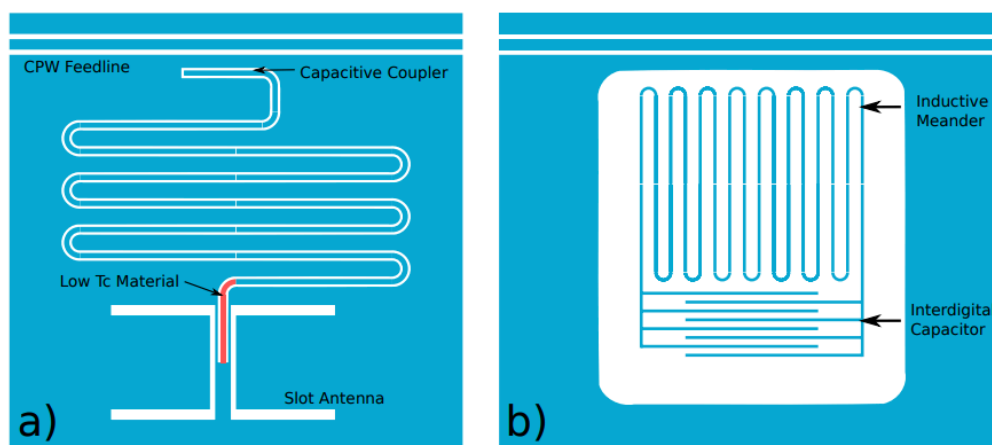


図 3.3: (左)1/4 波長型検出器と (右) 集中定数型検出器 (LE-KID) の模式図 [12]

3.2 超伝導の理論

3.2.1 BCS 理論

超伝導は 1911 年、ヘイケ・カマリン・オンネス (Heike Kamerlingh Onnes) によって発見された、金属や化合物などの電気抵抗が極低温で 0 へ転移する現象・状態である。BCS 理論 [35](Bardeen Cooper Schrieffer:BCS) によると、クーパー対 (超伝導電子対) が超伝導体中のキャリアである。一般に複数の電子に対してはパウリの排他律が働くので、フェルミオンである電子は同一の量子状態をとることはなく、基底状態ではフェルミエネルギー ϵ_f までの各エネルギー準位をスピン $\pm\frac{1}{2}$ に対応する 2 つの電子が埋めるようなものになっている (フェルミ球)。ここで、イオン格子中を電子が通過する時、電氣的な引力が働き、イオンがその電子に引き寄せられるという現象が存在する。電子は慣性によってそのまま通過するが、引き寄せられたイオンがその領域に正の電場を生じさせる。その電界が他の電子を引き寄せるため、結果的に電子同士の間引力が働く (厳密な量子力学的説明によるとこの引力は電子-フォノン相互作用によるものである)。この引力によって引き合っている電子対がクーパー対である。このときクーパー対は同じ大きさかつ逆向きの運動量、逆向きのスピンを持った電子同士が対になっているため、クーパー対はボソンとして振る舞う。このとき電子同士はフォノンを介して互いを束縛しているため、クーパー対のエネルギーはそれぞれの電子のエネルギーよりも小さくなる (このとき下がったエネルギーをバンドギャップエネルギーと呼び 2Δ と表せる。1 電子あたり Δ 分エネルギーが小さくなる)。このようにしてフェルミ面付近の電子達がこのペアを作っていくと元のフェルミ球は崩れていき、別の安定な状態へと移行していき、別の安定な基底状態 ($E > \epsilon_f - \Delta$) を作り出していく (Bose-Einstein 凝縮)。

$T = 0$ では、金属中のすべての電子はクーパー対を作っていると考えられている。このとき T_c を超伝導状態に相転移を起こす温度 (転移温度) とすると $0 < T < T_c$ のとき、熱によってクーパー対が破壊され、バンドギャップの上 ($E > \epsilon_f + \Delta$) に単独の電子が存在するようになる。この電子は常伝導の時の電子とは性質が異なるため準粒子と呼ばれる。ここでフェルミオンの準粒子の励起エネルギーを $E(\geq \Delta)$ とするとバンドギャップ Δ のあたいは準粒子の分布関数 $f(E)$ を用いて表すと以下のような関係式が導ける [36]。

$$\frac{1}{N_0 V_{sc}} = \int_{\Delta(T)}^{k_B T_D} \frac{1 - 2f(E)}{\sqrt{E^2 - \Delta^2(T)}} dE \quad (3.1)$$

このとき N_0 はフェルミ面での電子の状態密度であり、アルミニウムでは $N_0 = 1.74 \times 10^{10} \text{eV}^{-1} \mu\text{m}^{-3}$ である。また V_{sc} は電子-フォノン相互作用ポテンシャルであり、 k_B はボルツマン定数、 T_D はデバイ温度である。ここで $f(E)$ はフェルミ・ディラック分布関数であり、

$$f(E) = \frac{1}{1 + \exp(E/k_B T)} \quad (3.2)$$

と表せる。ここで式 (3.1) に関して self-consistent に解くと以下の関係式が導ける。

$$\Delta(0) = 1.76k_B T_c \quad (3.3)$$

この 1.76 という値は様々な実験的な事実から妥当な数値であるということが与えられている。また式 (3.1) から準粒子数は温度依存性があり、その関係性は以下の式で表せる。

$$n_{qp} = 4N_0 \int_0^\infty f(E) d\epsilon \approx 2N_0 \sqrt{2\pi k_B T \Delta} \exp(-\Delta/k_B T) \quad (3.4)$$

ここで $\epsilon = \sqrt{E^2 - \Delta^2}$ である。また近似は KID の動作温度である極低温 ($T \ll T_c$) で成り立つ (詳しい計算は [37] を参照)。

3.2.2 2 流体モデル

超伝導体の複素電導度は、その伝導電子が常伝導電子と超伝導電子の 2 流体から構成され、このうち超伝導電子は格子との衝突がないとする、2 流体モデル [38] で定式化することができる。

超伝導体の導電率を定量的に評価するために、運動する超伝導電子は高周波電界 $\mathbf{E}$ の作用下で以下の運動方程式で表される。

$$m_{sc} \frac{\partial \mathbf{v}_{sc}}{\partial t} = q_{sc} \mathbf{E} \quad (3.5)$$

$$m_{qp} \frac{\partial \mathbf{v}_{qp}}{\partial t} = q_{qp} \mathbf{E} - m_{qp} \nu \mathbf{v}_{qp} \quad (3.6)$$

と表せる。このとき $m_{sc}, m_{qp}, \mathbf{v}_{sc}, \mathbf{v}_{qp}, q_{sc}, q_{qp}, \nu$ はそれぞれ超伝導電子、準粒子それぞれの質量、速度、電荷、そして準粒子が陽イオンに散乱される頻度である。

また一般に超伝導電子及び準粒子の電流密度 $\mathbf{J}_{sc}$ および $\mathbf{J}_{qp}$ および全電流密度 $\mathbf{J}$ は以下のように表される。

$$\mathbf{J}_{sc} = n_{sc} q_{sc} \mathbf{v}_{sc} \quad (3.7)$$

$$\mathbf{J}_{qp} = n_{qp} q_{qp} \mathbf{v}_{qp} \quad (3.8)$$

$$\mathbf{J} = \mathbf{J}_{sc} + \mathbf{J}_{qp} \quad (3.9)$$

このとき上式を用いて式 (3.5)(3.6) を変形すると以下のように表せる。

$$\frac{\partial \mathbf{J}_{sc}}{\partial t} = \frac{q_{sc}^2 n_{sc}}{m_{sc}} \mathbf{E} \quad (3.10)$$

$$\frac{\partial \mathbf{J}_{qp}}{\partial t} + \nu \mathbf{J}_{qp} = \frac{q_{qp}^2 n_{qp}}{m_{qp}} \mathbf{E} \quad (3.11)$$

いま、時間因子が $\exp(i\omega t)$ で表されるとすると、式 (3.10)(3.11) から

$$\mathbf{J}_{\text{sc}} = \frac{n_{\text{sc}} q_{\text{sc}}^2}{i\omega m_{\text{sc}}} \mathbf{E} \quad (3.12)$$

$$\mathbf{J}_{\text{qp}} = \frac{n_{\text{qp}} q_{\text{qp}}^2}{m_{\text{qp}}} \cdot \frac{1}{\nu + i\omega} \mathbf{E} \quad (3.13)$$

を得る。したがって式 (3.9) より全電流密度 $\mathbf{J}$ は次のように表せる。

$$\mathbf{J} = \left(\frac{n_{\text{sc}} q_{\text{sc}}^2}{m_{\text{sc}}} \cdot \frac{1}{i\omega} + \frac{n_{\text{qp}} q_{\text{qp}}^2}{m_{\text{qp}}} \cdot \frac{1}{\nu + i\omega} \right) \mathbf{E} \quad (3.14)$$

ここで準粒子の緩和時間が十分短い場合 ($\nu \gg \omega$)、

$$\mathbf{J} = \left(\frac{n_{\text{sc}} q_{\text{sc}}^2}{m_{\text{sc}}} \cdot \frac{1}{i\omega} + \frac{n_{\text{qp}} q_{\text{qp}}^2}{m_{\text{qp}}} \cdot \frac{1}{\nu} \right) \mathbf{E} \quad (3.15)$$

$$= \left(\frac{n_{\text{qp}} q_{\text{qp}}^2}{\nu m_{\text{qp}}} - i \frac{1}{\omega \mu_0 \lambda_{\text{L}}^2} \right) \mathbf{E} \quad (3.16)$$

となる。ここで μ_0 は真空の透磁率である。また

$$\lambda_{\text{L}} = \sqrt{\frac{m_{\text{sc}}}{\mu_0 n_{\text{sc}} q_{\text{sc}}^2}} \quad (3.17)$$

は「ロンドン侵入長 (磁場侵入長)」と呼ばれている [38] 超伝導体において外部の磁場がどの程度内部に侵入してくるかを表す量で、ロンドン方程式とアンペールの法則から導き出される。また

$$\mathbf{J} = \sigma \mathbf{E} = (\sigma_1 - i\sigma_2) \mathbf{E} \quad (3.18)$$

のように全電流密度を表すとき、 σ を複素伝導度と呼ぶ。この時

$$\sigma_1 = \frac{n_{\text{qp}} q_{\text{qp}}^2}{\nu m_{\text{qp}}} = \frac{n_{\text{qp}} q_{\text{qp}}^2 \tau}{m_{\text{qp}}} \quad (3.19)$$

$$\sigma_2 = \frac{n_{\text{sc}} q_{\text{sc}}^2}{m_{\text{sc}} \omega} = \frac{1}{\omega \mu_0 \lambda_{\text{L}}^2} \quad (3.20)$$

と表され、実部 σ_1 は準粒子の散乱による抵抗の働きを表し、虚部 σ_2 は超伝導の慣性力によるインダクタンスに相当すると考えることができる (力学的インダクタンス)。また τ は緩和時間を表し、 $\tau = 1/\nu$ の関係がある。

3.2.3 ピパード方程式とコヒーレンス長

ロンドン方程式は超伝導の特徴の1つであるマイスナー効果^{*1}に現象論的な解釈を与える方程式である。しかしロンドン方程式を導いたロンドン兄弟の考え方は単純であり、実際の超伝導体には

^{*1} 超伝導体を持つ性質の一つであり、遮蔽電流の磁場が外部磁場と重なり合って超伝導体内部の正味の時速密度をゼロにする現象のこと

合わない点が多い。例えば不純物の量が多く、電子の平均自由行程が短い試料では、磁場の侵入長は不純物の量によって変化するが、ロンドン方程式ではそのようなことを説明できない。これらのことを解決するために、コヒーレンス長という概念が A.B.Pippard によって提唱された [39]。

コヒーレンス長 ξ_0 とは、クーパー対の空間的な広がりを表す長さの尺度のことを指す。ロンドン方程式は同じ点の磁場だけで電流が決まってしまうので、ある点周りの距離 ξ_0 の範囲では磁場は一定とみなすことができる。この範囲内ではロンドン方程式は正しいが、そうでない時は正しいとは限らない。磁場が変化する距離はおおよそ λ_L で与えられると考えて良いので、ロンドン方程式は $\lambda_L \gg \xi_0$ の時は正しく、 $\lambda_L \ll \xi_0$ の時は正しくないと考えられる。ピパードはそれを考慮して、次のような超伝導表面を流れる電流密度を表すピパード方程式を導いた。

$$\mathbf{J}(\mathbf{r}) = -\frac{3}{4\pi\xi_0\mu_0\lambda_L^2} \int_V \frac{\mathbf{R}[\mathbf{R} \cdot \mathbf{A}(\mathbf{r}')] }{R^4} \exp\{(-R/\xi)\} d^3\mathbf{r}' \quad (3.21)$$

ここで $\mathbf{r}$ は体積 V の超伝導体中の位置を表し、 $\mathbf{A}(\mathbf{r}')$ は $\mathbf{r}'$ でのベクトルポテンシャル、 $\mathbf{R} = \mathbf{r} - \mathbf{r}'$ である。

この時実効的コヒーレント長 ξ は、超伝導電子の平均自由行程 l を用いて、以下のように表せる。

$$\frac{1}{\xi} = \frac{1}{\xi_0} + \frac{1}{l} \quad (3.22)$$

またこの時ピパード方程式 (3.21) から不純物を含む超伝導体の磁場侵入長は

$$\lambda = \lambda_L \sqrt{\frac{\xi_0}{\xi}} = \lambda_L \sqrt{1 + \frac{\xi_0}{l}} \quad (3.23)$$

と表される。

KID では平均自由行程が厚み d によって制限されている ($l \leq d$)。よって平均自由行程がコヒーレンス長に対して短い極限 ($\xi \sim l \ll \xi_0$) をとる (この極限を dirty limit と呼ぶ)。またこの時、磁気侵入長がコヒーレンス長に対して長い極限 $\lambda \gg \xi \sim l$ をとる (この極限を local limit という)。この極限では応答は局所的になる。よって KID は dirty local limit をとる。

またこの時 λ に関して以下のような近似式が成り立つ [40]。

$$\frac{\lambda(T)}{\lambda(0)} \approx \left(\tanh \left(\frac{\Delta(0)}{2k_B T} \right) \right)^{-1/2} \quad (3.24)$$

3.2.4 マーティス・バーディーン理論と表面インピーダンス

BCS 理論の発展の後、D.C. マーティスと J. バーディーンによってクーパー対凝縮と準粒子励起の両方を一貫して考慮した複素伝導率の微視的な取り扱いについての理論であるマーティス・バーディーン理論が構築された。マーティス・バーディーン理論の電流密度は、

$$\mathbf{J}(\mathbf{r}, \omega) = \frac{3}{4\pi^2 v_F \hbar \lambda_L^2} \int_V \frac{\mathbf{R}[\mathbf{R} \cdot \mathbf{A}(\mathbf{r}')] }{R^4} I(\omega, R, T) \exp\{(-R/l)\} d^3\mathbf{r}' \quad (3.25)$$

と表せる。ここで v_F はフェルミ面での電子の速度である。また $I(\omega, R, T)$ は応答カーネルと呼ばれており、dirty limit では応答カーネルに含まれる積分は、局所的な応答を考慮すると単純化することができる [41] [37]。これらの極限では複素伝導率 $\sigma = \sigma_1 - i\sigma_2$ が $\mathbf{J} = \sigma \mathbf{E}$ の関係から定式化できる。

マーティス・バーディーン理論における複素伝導率は以下の式で与えられる。

$$\frac{\sigma_1}{\sigma_N} = \frac{2}{\hbar\omega} \int_{\Delta}^{\infty} [f(E) - f(E + \hbar\omega)] g_1(E) dE \quad (3.26)$$

$$+ \frac{1}{\hbar\omega} \int_{\Delta - \hbar\omega}^{-\Delta} [1 - 2f(E + \hbar\omega)] g_1(E) dE \quad (3.27)$$

$$\frac{\sigma_2}{\sigma_N} = \frac{1}{\hbar\omega} \int_{\Delta - \hbar\omega}^{-\Delta} [1 - 2f(E + \hbar\omega)] g_2(E) dE \quad (3.28)$$

この時 $f(E)$ は式 (3.2) で与えられるフェルミ・ディラック分布関数である。ただし、

$$g_1(E) = \frac{E^2 + \Delta^2 + \hbar\omega E}{\sqrt{E^2 - \Delta^2} \sqrt{(E + \hbar\omega)^2 - \Delta^2}} \quad (3.29)$$

$$g_2(E) = \frac{E^2 + \Delta^2 + \hbar\omega E}{\sqrt{\Delta^2 - E^2} \sqrt{(E + \hbar\omega)^2 - \Delta^2}} \quad (3.30)$$

$$(3.31)$$

ここで σ_N は常伝導伝導度を表す。一般的にこれらの積分は数値的に評価することができる。しかし、KIDs を測定する環境 ($\hbar\omega \ll \Delta$, $k_B T \ll \Delta$) の極限では、Gao らにより [37] 以下のような複素伝導度の近似式を導くことができる。

$$\frac{\sigma_1}{\sigma_N} = \frac{2\Delta}{\hbar\omega} \frac{n_{qp}}{N_0 \sqrt{2\pi k_B T \Delta}} \sinh\left(\frac{\hbar\omega}{2k_B T}\right) K_0\left(\frac{\hbar\omega}{2k_B T}\right) \quad (3.32)$$

$$\frac{\sigma_2}{\sigma_N} = \frac{\pi\Delta}{\hbar\omega} \left(1 - \frac{n_{qp}}{2N_0\Delta} \left[1 + \sqrt{\frac{2\Delta}{\pi k_B T}} \exp\left(-\frac{\hbar\omega}{2k_B T}\right) I_0\left(\frac{\hbar\omega}{2k_B T}\right)\right]\right) \quad (3.33)$$

この時 I_0 , K_0 はそれぞれ第一種、第二種変形ベッセル関数である。

また式 (3.4) を用いると準粒子数に対する複素数伝導度の変化は以下のように表される。

$$\frac{\delta\sigma_1}{\delta n_{qp}} = \sigma_N \frac{1}{N_0 \hbar\omega} \sqrt{\frac{2\Delta}{\pi k_B T}} \sinh\left(\frac{\hbar\omega}{2k_B T}\right) K_0\left(\frac{\hbar\omega}{2k_B T}\right) \quad (3.34)$$

$$\frac{\delta\sigma_2}{\delta n_{qp}} = \sigma_N \frac{-\pi}{2N_0 \hbar\omega} \left[1 + \sqrt{\frac{2\Delta}{\pi k_B T}} \exp\left(-\frac{\hbar\omega}{2k_B T}\right) I_0\left(\frac{\hbar\omega}{2k_B T}\right)\right] \quad (3.35)$$

ここでこれらの式で表される $d\sigma_i/dn_{qp}$ の温度依存性をアルミニウム ($\Delta = 177\mu\text{eV}$, $N_0 = 1.74 \times 10^{10} \text{eV}^{-1} \mu\text{m}^{-3}$) 図 3.4 に示す。これを見ると $T < T_c/3$ の時、複素伝導率は n_{qp} に対してほとんど直線的に変化する。

ここで超伝導体に侵入する磁場の表面接線方向成分 H_t とそれによって発生する電場の接線方向 E_t の比を表面インピーダンスと呼び、以下のように表せる。

$$Z_s = R_s + iX_s = R_s + i\omega L_s \quad (3.36)$$

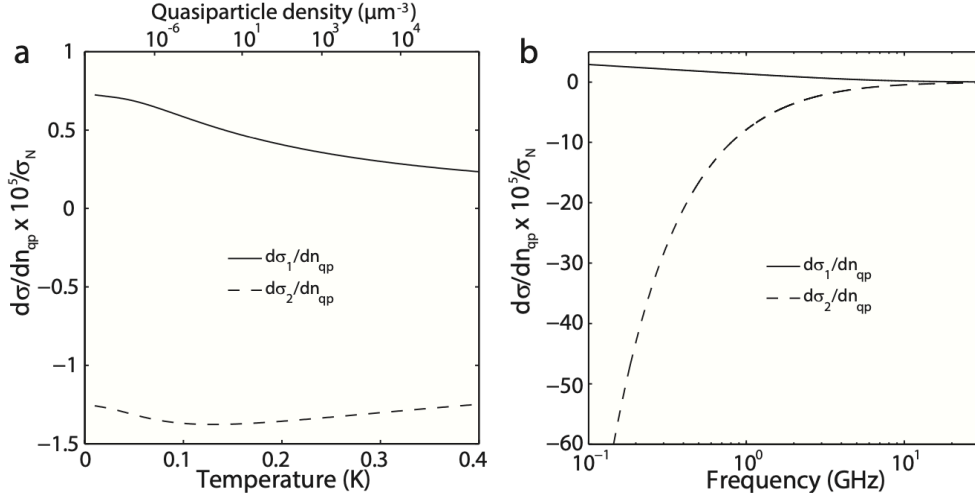


図 3.4: (a) 温度変化に対する準粒子数密度変化に対する複素伝導度の応答 ($\hbar\omega = \Delta/10$)。一番上の軸はそれに対応する準粒子密度を示している。(b) 周波数変化に対する準粒子数密度変化に対する複素伝導度の応答 ($T = T_c/8$) [42]。

この時 dirty local limit では以下のように表される (詳しくは [37] 参照)。

$$Z_s = \frac{1}{(\sigma_1 - i\sigma_2)} \quad (d \approx l) \quad (3.37)$$

この時 R_s は表面抵抗と呼ばれ、準粒子の散逸から生じる。また X_s 、 L_s はそれぞれ表面リアクタンス、表面インダクタンスと呼ばれている。このうち L_s は力学的インダクタンス L_{kin} に依存する。ここから

$$\frac{\delta Z_s}{Z_s(0)} = -\frac{\delta\sigma}{\sigma} \quad (3.38)$$

この時 $R_s(0) = \sigma_1(0) = 0$ より以下の式が成り立つ。

$$\frac{R_s}{X_s(0)} = -\frac{\sigma_1}{\sigma_2(0)} \quad (3.39)$$

$$\frac{\delta X_s}{X_s(0)} = \frac{\delta\sigma_2}{\sigma_2(0)} \quad (3.40)$$

またこの時式 (3.33) より $\sigma_2/\sigma_N = \pi\Delta/\hbar\omega$ が成り立つ。

これらの関係式と式 (3.32)(3.33)(3.34)(3.35) より以下の関係式が得られる。

$$\frac{R_s}{X_s(0)} = -S_1(\omega, T) \frac{\delta n_{qp}}{2N_0\Delta} \quad (3.41)$$

$$\frac{\delta X_s}{X_s(0)} = -S_2(\omega, T) \frac{\delta n_{qp}}{2N_0\Delta} \quad (3.42)$$

ただし、

$$S_1(\omega, T) = \frac{2}{\pi} \sqrt{\frac{2\Delta}{\pi k_B T}} \sinh\left(\frac{\hbar\omega}{2k_B T}\right) K_0\left(\frac{\hbar\omega}{2k_B T}\right) \quad (3.43)$$

$$S_2(\omega, T) = 1 + \sqrt{\frac{2\Delta}{\pi k_B T}} \exp\left(-\frac{\hbar\omega}{2k_B T}\right) I_0\left(\frac{\hbar\omega}{2k_B T}\right) \quad (3.44)$$

である。

3.3 KID の透過係数と応答

KID の測定は KID の繋がった伝送線路にマイクロ波を流しその透過係数を測定することによって行われる。そこで本節では、その LEKID の透過係数がどのように振る舞うかをマイクロ波工学を用いることによって考える [43] [44]。

3.3.1 マイクロ波工学

平行二線線路と集中定数型回路モデル

一般に回路解析ではネットワークの物理的寸法は電氣的な波長よりもはるかに小さいと仮定し、電圧と電流が素子の物理的寸法にわたって顕著に変化しない集中定数型回路 (The Lumped Element Circuit) として扱って解析を行う。それに対し、伝送線路は、波長と同じぐらい、あるいは何波長もの大きさになる可能性がある。この時伝送線路はしばしば図 3.5(a) に示すように平行二線線路として概略的に表すことができる。そしてその時図 3.5(b) に示すように、無限小の長さ Δz を考えることで集中定数型回路としてモデル化することができる。

以下 R 、 L 、 G 、 C はそれぞれ直列抵抗、直列インダクタンス、コンダクタンス、キャパシタンスを表す。この時キルヒホッフの法則より、

$$v(z, t) - R\Delta z i(z, t) - L\Delta z \frac{\partial i(z, t)}{\partial t} - v(z + \Delta z, t) = 0 \quad (3.45)$$

$$i(z, t) - G\Delta z v(z + \Delta z, t) - C\Delta z \frac{\partial i(z + \Delta z, t)}{\partial t} - i(z + \Delta z, t) = 0 \quad (3.46)$$

ここで $\Delta z \rightarrow 0$ の極限をとると以下のような式が得られる。

$$\frac{\partial v(z, t)}{\partial z} = -Ri(z, t) - L \frac{\partial i(z, t)}{\partial t} \quad (3.47)$$

$$\frac{\partial i(z, t)}{\partial z} = -Gv(z, t) - C \frac{\partial v(z, t)}{\partial t} \quad (3.48)$$

入力波がサイン波であるとして $v(z, t) = V(z) \exp(i\omega t)$ 、 $i(z, t) = I(z) \exp(i\omega t)$ であるとする、

$$\frac{\partial V(z)}{\partial z} = -(R + i\omega L)I(z) \quad (3.49)$$

$$\frac{\partial I(z)}{\partial z} = -(G + i\omega C)V(z) \quad (3.50)$$

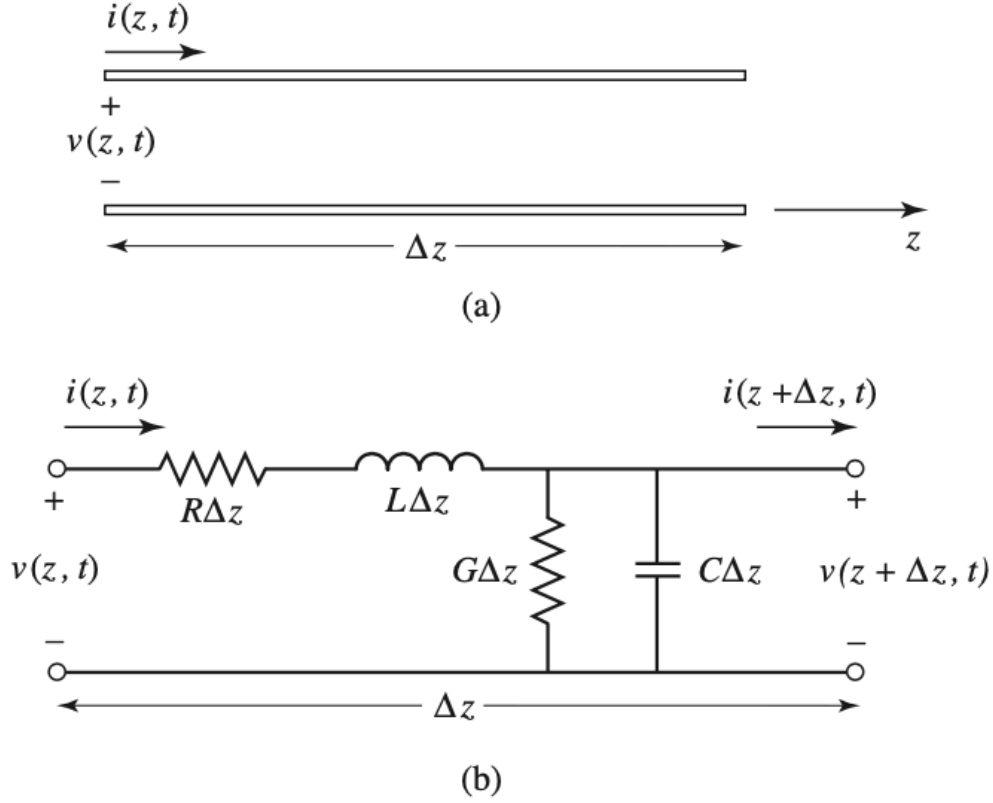


図 3.5: (a) 平行二線線路の微小部分と電流、電圧の定義 (b) 集中定数型の等価回路

これらを変形することで、

$$\frac{d^2 V(z)}{dz^2} - \gamma^2 V(z) = 0 \quad (3.51)$$

$$\frac{d^2 I(z)}{dz^2} - \gamma^2 I(z) = 0 \quad (3.52)$$

が得られる。ただし

$$\gamma = \alpha + i\beta = \sqrt{(R + i\omega L)(G + i\omega C)} \quad (3.53)$$

であり、複素伝搬係数と呼ばれる。これらを解くと、

$$V(z) = V_o^+ e^{-\gamma z} + V_o^- e^{\gamma z} \quad (3.54)$$

$$I(z) = I_o^+ e^{-\gamma z} + I_o^- e^{\gamma z} \quad (3.55)$$

この時、 $e^{-\gamma z}$ は $+z$ 方向の波動伝搬を表し、 $e^{\gamma z}$ は $-z$ 方向の伝搬を表す。この時式 (3.51) を式 (3.54) を代入すると、線路上の電流 $I(z)$ は以下のように得られる。

$$I(z) = \frac{\gamma}{R + i\omega L} (V_o^+ e^{-\gamma z} - V_o^- e^{\gamma z}) \quad (3.56)$$

この時、特性インピーダンス Z_0 は以下のように定義されている。

$$Z_0 = \frac{R + i\omega L}{\gamma} = \sqrt{\frac{R + i\omega L}{G + i\omega C}} \quad (3.57)$$

ここで式 (3.55) と式 (3.56) を比較すると、

$$\frac{V_o^+}{I_o^+} = Z_0 = \frac{-V_o^-}{I_o^-} \quad (3.58)$$

時間領域に変換すると、電圧波形は次のように表される。

$$v(z, t) = |V_o^+| \cos(\omega t - \beta z + \phi^+) e^{-\alpha z} + |V_o^-| \cos(\omega t + \beta z + \phi^-) e^{-\alpha z} \quad (3.59)$$

この時 $\phi^\pm$ は複素電圧 $V_o^\pm$ の位相角である。また線上の波長と位相速度は次のようになる。

$$\lambda = \frac{2\pi}{\beta}, \quad v_p = \frac{\omega}{\beta} = \lambda f \quad (3.60)$$

以上の解は損失効果を含む一般的な伝送線路に対するものであるが、実際には線路の損失は非常に小さいので無視することができる。式 (3.53) において $R = G = 0$ とすると、

$$\gamma = \alpha + i\beta = i\omega\sqrt{LC} \quad (3.61)$$

$$\beta = \omega\sqrt{LC} \quad (3.62)$$

$$\alpha = 0 \quad (3.63)$$

となり、式 (3.57) は

$$Z_0 = \sqrt{\frac{L}{C}} \quad (3.64)$$

となる。またその時の電流・電圧は式 (3.54)(3.56) より、

$$V(z) = V_o^+ e^{-i\beta z} + V_o^- e^{i\beta z} \quad (3.65)$$

$$I(z) = \frac{V_o^+}{Z_0} e^{-i\beta z} - \frac{V_o^-}{Z_0} e^{i\beta z} \quad (3.66)$$

共振回路の散乱パラメータ (S パラメータ)

マイクロ波の回路は、一般的に散乱パラメータ (S パラメータ) で特性評価されることが多い。一般に、 N ポートのマイクロ波システムにおけるポート間の電圧比を表し、以下のように定義される。

$$\begin{bmatrix} V_1^- \\ V_2^- \\ \vdots \\ V_N^- \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & \cdots & S_{1N} \\ S_{21} & S_{22} & \cdots & S_{2N} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ S_{N1} & S_{N2} & \cdots & S_{NN} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1^+ \\ V_2^+ \\ \vdots \\ V_N^+ \end{bmatrix} \quad (3.67)$$

2 ポートシステムの場合、4つの S パラメータ S_{11} 、 S_{12} 、 S_{21} 、 S_{22} は以下のように入射する電圧波と反射する電圧波の比と定義される。

$$\begin{aligned} S_{11} &= \frac{V_1^-}{V_1^+} & S_{12} &= \frac{V_1^-}{V_2^+} \\ S_{21} &= \frac{V_2^-}{V_1^+} & S_{22} &= \frac{V_2^-}{V_2^+} \end{aligned} \quad (3.68)$$

この時 ABCD 行列を用いると以下のように表せる。(詳しくは [44] 参照)

$$\begin{aligned}
S_{11} &= \frac{A + B/Z_0 - CZ_0 - D}{A + B/Z_0 + CZ_0 - D} & S_{12} &= \frac{2(AD - BC)}{A + B/Z_0 + CZ_0 + D} \\
S_{21} &= \frac{2}{A + B/Z_0 + CZ_0 + D} & S_{22} &= \frac{-A + B/Z_0 + CZ_0 + D}{A + B/Z_0 + CZ_0 - D}
\end{aligned} \tag{3.69}$$

この時 KID の解析では主に伝送線路の透過係数 S_{21} を用いる。以下では LEKID において S_{21} がどのように表すことができるのかについて説明する。

LEKID の透過係数

LEKID の等価回路モデルと回路のデザインを 3.6 示す。

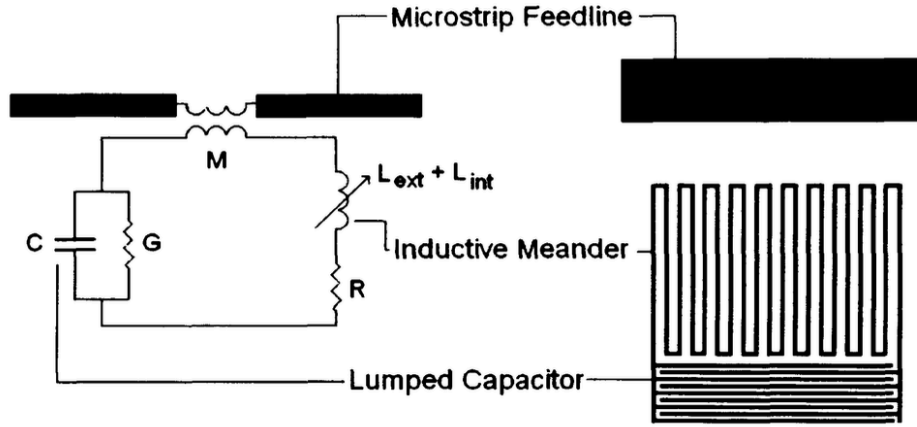


図 3.6: (左)LE-KID の等価回路図 (右)LE-KID の回路のデザイン [13]。 M は LE-KID とフィードラインの相互インダクタンス、 R はインダクタ部の抵抗、 $L = L_{ext} + L_{int}$ はインダクタ部の全インダクタンス、 $L_{ext}(= L_m)$ は導体外部の磁界に蓄えられるインダクタンス、 $L_{int}(= L_{ki})$ は共振器内部の力学的インダクタンス、 C はキャパシタ部のキャパシタンス、 G はキャパシタ部のコンダクタンスを表している。

共振周波数は、次式で与えられる。

$$\omega_0 \approx \frac{1}{\sqrt{(L_{ext} + L_{int})C}} = \frac{1}{\sqrt{LC}} \tag{3.70}$$

ここで $L = L_{ext} + L_{int}$ はインダクタ部の全インダクタンス、 C はキャパシタ部のキャパシタンスを表している。マイクロストリップフィードラインへの結合はフィードラインは誘導性で、インダクタ部に通される磁束に起因する。この時 S パラメータを解析するには図 3.7 のように共振インピーダンス Z_{ref} とがフィードラインと相互インダクタンスで誘導結合している状況を考える。

ここでフィードラインを流れる電流を i_1 、共振器を流れる電流を i_2 とすると、カップリング部の電圧は $V = i\omega M i_2$ と表せるので、キルヒホッフの法則より、

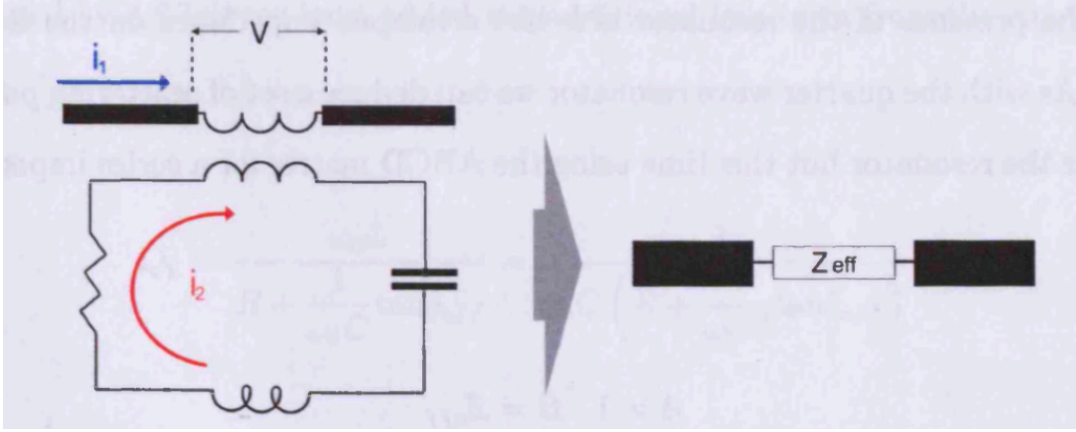


図 3.7: 単純化された LE-KID の等価回路図。 Z_{ref} は実効インピーダンスを表している。 [13]。

$$i\omega M i_1 + i_2 Z_{res} = 0 \quad \therefore i_2 = -\frac{i\omega M i_1}{Z_{res}} \quad (3.71)$$

$$V = i\omega M i_2 = i\omega M \cdot \frac{-i\omega M i_1}{Z_{res}} = \frac{\omega^2 M^2 i_1}{Z_{res}} \quad (3.72)$$

が成り立つ。この時実効インピーダンス Z_{eff} は以下のように表される。

$$Z_{eff} = \frac{V}{i_1} = \frac{\omega^2 M^2}{Z_{res}} \quad (3.73)$$

この時式 (3.69) の ABCD 行列は次のような直列インピーダンスのと同じ形で表すことができる [44] [13]。

$$\begin{matrix} A = 1 & C = Z_{eff} \\ B = 0 & D = 1 \end{matrix} \quad (3.74)$$

従って、透過係数 S_{21} は以下のように表される。

$$S_{21} = \frac{2}{2 + \frac{Z_{eff}}{Z_0}} = \frac{1}{1 + \frac{\omega^2 M^2}{2Z_{res}Z_0}} \quad (3.75)$$

次に共振器のインピーダンス Z_{res} を考える。直列のインピーダンスを考えることで Z_{res} は次のように表せる。

$$Z_{res} = i\omega L + \frac{1}{i\omega C} + R + \frac{1}{\omega C} \tan \delta_{eff} \quad (3.76)$$

この時 R と $(1/\omega C) \tan \delta_{eff}$ はそれぞれ準粒子からの残留抵抗とキャパシタ部の誘電損失由来の損失項である。

ここで共振器の Q 値 (quality factor: 品質係数) を次の定義に従って導入する。Q 値は共振器の共振の鋭さを表す指標であり、

$$Q = \omega \frac{1 \text{ 周期の間に蓄えられる平均エネルギー}}{1 \text{ 周期の間に失われるエネルギー}} \quad (3.77)$$

$$= \omega \frac{W_m + W_e}{P_{loss}} \quad (3.78)$$

この時 W_m 、 W_e 、 P_{loss} はそれぞれ蓄えられた磁気エネルギー、電気エネルギー、損失項によって失われたエネルギーである。共振器の損失はさまざま考えられるが、この時外部負荷の影響を除いた共振器自体の Q 値を無負荷の Q 値 (Q_u) とすると

$$Q_u = \frac{\omega_0 L}{R + \frac{1}{\omega_0 C} \tan \delta_{eff}} = \frac{1}{\omega_0 C (R + \frac{1}{\omega_0 C} \tan \delta_{eff})} \quad (3.79)$$

と表せる [13]。この時高周波ではキャパシタの損失は無視できるので、式 (3.75)(3.76) は以下のよう表すことができる。

$$Q_u \approx \frac{\omega_0 L}{R} = \frac{1}{\omega_0 C R} \quad (3.80)$$

$$\begin{aligned} Z_{res} &\approx R + i\omega L \left(1 - \frac{1}{\omega^2 LC} \right) \\ &= R + i\omega L \left(\frac{\omega^2 - \omega_0^2}{\omega_0^2} \right) \\ &\approx R + 2i\omega L \Delta\omega \\ &\approx R + i \frac{2RQ_u \Delta\omega}{\omega_0} \end{aligned} \quad (3.81)$$

と表すことができる。この時 $\omega^2 - \omega_0^2 = (\omega - \omega_0)(\omega + \omega_0) = \Delta\omega(2\omega - \Delta\omega) \approx 2\omega\Delta\omega$ の近似を用いている。また外部損失の Q 値 (Q_e) は誘導電圧 $V = i\omega M i_2$ から散逸する電力を考えることで次のように表すことができる。

$$Q_e = \frac{LZ_0}{2\omega_0 M^2} \quad (3.82)$$

この時式 (3.75)(3.80)(3.81) から

$$\begin{aligned} \frac{\omega^2 M^2}{2Z_0 Z_{res}} &= \frac{\omega^2 M^2}{2Z_0 R} \frac{1}{1 + i2Q_u \frac{\Delta\omega}{\omega_0}} \\ &= \frac{\frac{\omega L}{R}}{\frac{LZ_0}{2\omega M^2}} \frac{1}{1 + i2Q_u \frac{\Delta\omega}{\omega_0}} \\ &\approx \frac{Q_u}{Q_e} \frac{1}{1 + i2Q_u \frac{\Delta\omega}{\omega_0}} \end{aligned} \quad (3.83)$$

ここで負荷 Q 値 (Q_L) を以下のように定義する。

$$\frac{1}{Q_L} = \frac{1}{Q_u} + \frac{1}{Q_e} \quad (3.84)$$

よって S_{21} は以下のように表せる [12]。

$$\begin{aligned}
 S_{21} &= \frac{1}{1 + \frac{Q_u}{Q_e} \frac{1}{1 + i2Q_u \frac{\Delta\omega}{\omega_0}}} \\
 &= \frac{Q_e + 2iQ_u Q_e \frac{\Delta\omega}{\omega_0}}{Q_e + Q_u + 2iQ_u Q_e \frac{\Delta\omega}{\omega_0}} \\
 &= \frac{\frac{1}{Q_u} + 2i \frac{\Delta\omega}{\omega_0}}{\frac{1}{Q_u} + \frac{1}{Q_e} + 2i \frac{\Delta\omega}{\omega_0}} \\
 &= \frac{\frac{1}{Q_u} + 2i \frac{\Delta\omega}{\omega_0}}{\frac{1}{Q_L} + 2i \frac{\Delta\omega}{\omega_0}} \\
 &= \frac{\frac{Q_L}{Q_u} + 2iQ_L \frac{\Delta\omega}{\omega_0}}{1 + 2iQ_L \frac{\Delta\omega}{\omega_0}} \\
 &= \frac{1 + 2iQ_L \frac{\Delta\omega}{\omega_0} - \frac{Q_u}{Q_e}}{1 + 2iQ_L \frac{\Delta\omega}{\omega_0}} \\
 &= 1 - \frac{Q_L}{Q_e} \frac{1}{1 + 2iQ_L \frac{\Delta\omega}{\omega_0}}
 \end{aligned} \tag{3.85}$$

実際に観測される S_{21} はフィードラインのインピーダンスミスマッチやケーブルによる位相の遅れなどを考慮して以下のように表される。

$$S_{21}(f) = a_0 \exp(-2\pi i f \tau_0) \left(1 - \frac{Q_L/Q_e e^{i\phi}}{1 + 2iQ_L \left(\frac{f-f_r}{f_r} \right)} \right) \tag{3.86}$$

この時 f は読み出し周波数、 f_r は共振周波数、 ϕ_0 はインピーダンスミスマッチによる位相のずれ、 a_0 、 τ_0 は読み出し回路による振幅の減衰、位相のずれを表している。

3.3.2 KID の応答

KID の応答は式 (3.86) 中の共振器に関する部分

$$S_{21, \text{only resonance}} = 1 - \frac{Q_L/Q_e}{1 + 2iQ_L \left(\frac{f-f_r}{f_r} \right)} \tag{3.87}$$

を取り出して行う [42] [45]。この時式 (3.87) は複素数平面上に円を描く (図 3.8)。この円のことを共振円と呼び、この共振円の中心からの振幅と位相を用いて解析を行う。共振周波数で振幅は最小値 $S_{21}^{\min} = 1 - Q_L/Q_e$ をとる。この値を用いると共振円の中心は $x_c = \frac{1}{2}(1 + S_{21}^{\min})$ 、共振円の直径は Q_L/Q_e と表せる。

従って、 S_{21} の共振円の振幅 A と位相 θ は以下のように定義される [42]。

$$A = \frac{\sqrt{(\text{Re}(S_{21}) - x_c)^2 + \text{Im}(S_{21})^2}}{1 - x_c} \approx \frac{\text{Re}(S_{21}) - x_c}{1 - x_c} \tag{3.88}$$

$$\tan(\theta) = \frac{\text{Im}(S_{21})}{x_c - \text{Re}(S_{21})} \quad \therefore \theta = \arctan\left(\frac{\text{Im}(S_{21})}{x_c - \text{Re}(S_{21})}\right) \tag{3.89}$$

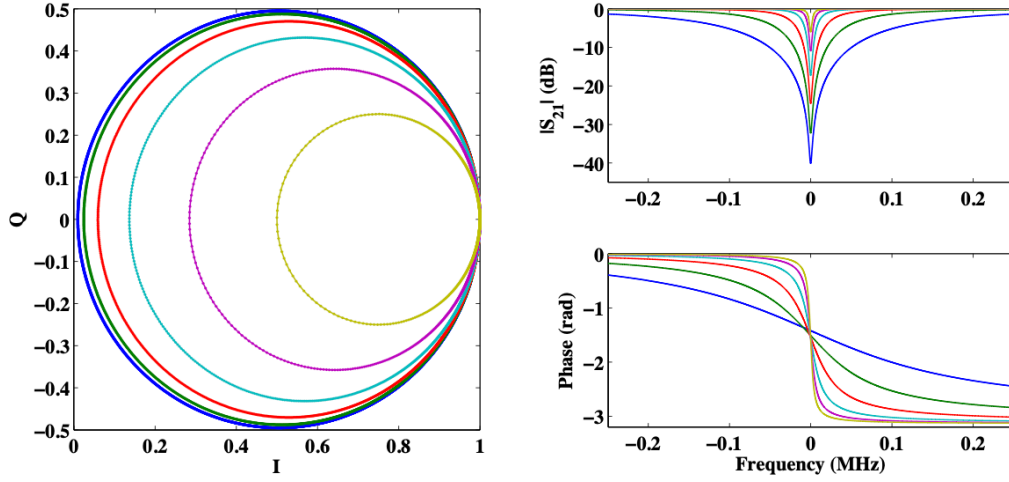


図 3.8: (左) 共振器を通過したサイン波の IQ 平面での透過係数。(右) 透過係数の振幅 (右上) と位相 (右下) [14]

ここで S_{21} の実部虚部は以下のように表される [42]。

$$\operatorname{Re}(S_{21}) \approx \frac{Q_L}{Q_u} \quad (3.90)$$

$$\operatorname{Im}(S_{21}) \approx 2Q_L \left(\frac{\delta f_r}{f_r} \right) (1 - S_{21}^{\min}) \quad (3.91)$$

これらを用いると振幅と位相の微小変化はそれぞれ

$$\delta A = \frac{-\delta \operatorname{Re}(S_{21})}{1 - x_c} = 2Q_L \delta \left(\frac{1}{Q_u} \right) \quad (3.92)$$

$$\delta \theta \approx \frac{\operatorname{Im}(S_{21})}{x_c - \operatorname{Re}(S_{21})} = -4Q_L \frac{\delta f_r}{f_r} \quad (3.93)$$

と表せる。ここで全インダクタンスに対する力学的インダクタンスの比 α を次のように定義する [37]。

$$L \approx L_m + L_{\text{ki}} \quad (3.94)$$

$$\alpha = \frac{L_{\text{ki}}}{L} \quad (3.95)$$

ただし式 (3.36) に関しては以下のような関係が成り立っている。

$$R = gR_s \quad (3.96)$$

$$L_{\text{ki}} = gL_s \quad (3.97)$$

この時 g は geometrical factor と呼ばれている。

ここで式 (3.70)(3.80) のように $f_r = 1/\sqrt{LC}$, $Q_u = R/\omega_0 L$ と表せる時、以下のような関係式が

成り立つ。

$$\frac{df_r}{f_r} = -\frac{1}{2} \frac{\delta L}{L} = -\frac{\alpha}{2} \frac{\delta X_s}{X_s(0)} \quad (3.98)$$

$$\delta \left(\frac{1}{Q_u} \right) = \frac{\delta R}{\omega_0 L} = \alpha \frac{R_s}{X_s(0)} \quad (3.99)$$

これらの関係式と式 (3.92)(3.93) から以下の式が導かれる。

$$\delta A = 2Q_L \delta \left(\frac{1}{Q_u} \right) = 2\alpha Q_L \frac{R_s}{X_s(0)} \quad (3.100)$$

$$\delta \theta = -4Q_L \frac{\delta f_r}{f_r} = 2\alpha Q_L \frac{\delta X_s}{X_s(0)} \quad (3.101)$$

また式 (3.41)(3.42) を用いると、準粒子数 $N_{qp} = n_{qp} V$ に対する振幅、位相の応答は以下のよう
に表せる。(V は共振器の体積)

$$\frac{\delta A}{\delta N_{qp}} = -\frac{\alpha Q_L S_1(\omega, T)}{N_0 V \Delta_0} = -\frac{2\alpha Q_L}{\sigma_2(0)V} \frac{\delta \sigma_1}{\delta n_{qp}} \quad (3.102)$$

$$\frac{\delta \theta}{\delta N_{qp}} = -\frac{\alpha Q_L S_2(\omega, T)}{N_0 V \Delta_0} = \frac{2\alpha Q_L}{\sigma_2(0)V} \frac{\delta \sigma_2}{\delta n_{qp}} \quad (3.103)$$

ただし上式では $\Delta \sim \Delta_0$ ($T = 0$ K の時の超伝導ギャップエネルギー) という近似を用いている。
この式から体積 V が小さいほど応答性が上がり、 Q_L が大きいほど応答性が上がることがわかる。

ここで共振器に吸収されるエネルギーについて考える。この時共振器に吸収されたエネルギーが
準粒子を生成する効率を η とすると準粒子数 N_{qp} は以下のように表される [46]。

$$|\delta N_{qp}| = \frac{\eta E}{\Delta_0} \quad \therefore E = \frac{\Delta_0}{\eta} |\delta N_{qp}| \quad (3.104)$$

従って、位相と振幅の変化と吸収されたエネルギーの関係は以下のように表される [47]。

$$E^{\delta A} = \frac{1}{\eta} \frac{N_0 V \Delta_0^2}{\alpha S_1(\omega, T) Q_L} |\delta A| \quad (3.105)$$

$$E^{\delta \theta} = \frac{1}{\eta} \frac{N_0 V \Delta_0^2}{\alpha S_2(\omega, T) Q_L} |\delta \theta| \quad (3.106)$$

本研究ではこの $\eta = 0.57$ と仮定している。ただしこれは準静的過程における温度変化による準粒子
数の変化に対して経験的にわかっている値である。外部からの放射線のエネルギーの流入による準
粒子数の変化では η は数パーセントずれると考えられる。

また [47] によれば S_1 は異なる応答に関して大きく変化するが、 S_2 はどの応答に対しても一定の
値をとる。よって一般的にエネルギーの変換には $\delta \theta$ を用いる。

また表面インダクタンス L_s は磁気侵入長 λ を用いて以下のように表すことができる [40]。

$$L_s = \mu_0 \frac{\lambda^2}{d} \quad (3.107)$$

ただし d は超伝導薄膜の厚みである。よって式 (3.98) より

$$\begin{aligned}
\frac{\delta f_r}{f_r} &= -\frac{\alpha}{2} \frac{\delta X_s}{X_s(0)} \\
&= -\frac{\alpha}{2} \frac{\delta L_s}{L_s(0)} \\
&= -\frac{\alpha}{2} \frac{\delta(\lambda^2)}{\lambda^2} \\
&\approx -\alpha \frac{\delta\lambda}{\lambda} \\
&= -\alpha \left[\frac{\lambda(T)}{\lambda(0)} - 1 \right]
\end{aligned} \tag{3.108}$$

この時式 (3.24) より

$$\frac{\delta f_r}{f_r} = -\alpha \left[\tanh \left(\frac{\Delta_0}{2k_B T} \right)^{-1/2} - 1 \right] \tag{3.109}$$

が導かれる。

第 4 章

超伝導検出器 KID の作製・データ取得

本章では測定に用いた LE-KID の作成方法および、測定系について説明する。そして、それらの KID を使って得られたデータに関しても合わせて記述する。

4.1 KID の作製方法

本研究で用いた LEKID は埼玉大学の小林達哉氏が作製したものである。以下では [48] を元にその作製方法についてまとめる。

図 4.1 は KID の作製方法を簡単に示したものである。基板上に超伝導薄膜をスパッタリング法で成膜し (本研究では Si 基板に Al 薄膜を成膜した)、フォトリソトや現像液を使用するフォトリソグラフィ技術によりパターニングしたものである。その後、金属薄膜をエッチング法により削ることで加工した。以下では使用したデザインや詳細な説明方法に関して説明する。

4.1.1 使用したデザイン

本研究で使用した LEKID のデザイン LEKID-ARRAY3 を図 4.24.3 に示す。14 アレイのデザインで、共振部のインダクタ部、キャパシタ部の配線幅は $2 - 4 \mu\text{m}$ に設計されている。各 LEKID はナンバリングされており、上段左から LEKID-1 から LEKID-7、下段左から LEKID-8 から LEKID-14 までナンバリングされている。線幅は LEKID-1,2 が $2 \mu\text{m}$ 、LEKID-3 はインダクタ部が $2 \mu\text{m}$ 、キャパシタ部が $4 \mu\text{m}$ それ以外の KID は全て線幅 $4 \mu\text{m}$ で設計されている。各 LEKID の有感体積を 4.1 に示す。

LEKID の番号	有感体積
LEKID-1,2	$869.8\mu\text{m}^3$
LEKID-3	$1041.0\mu\text{m}^3$
LEKID-4~14	$1834.8\mu\text{m}^3$

表 4.1: 使用した LEKID の有感体積

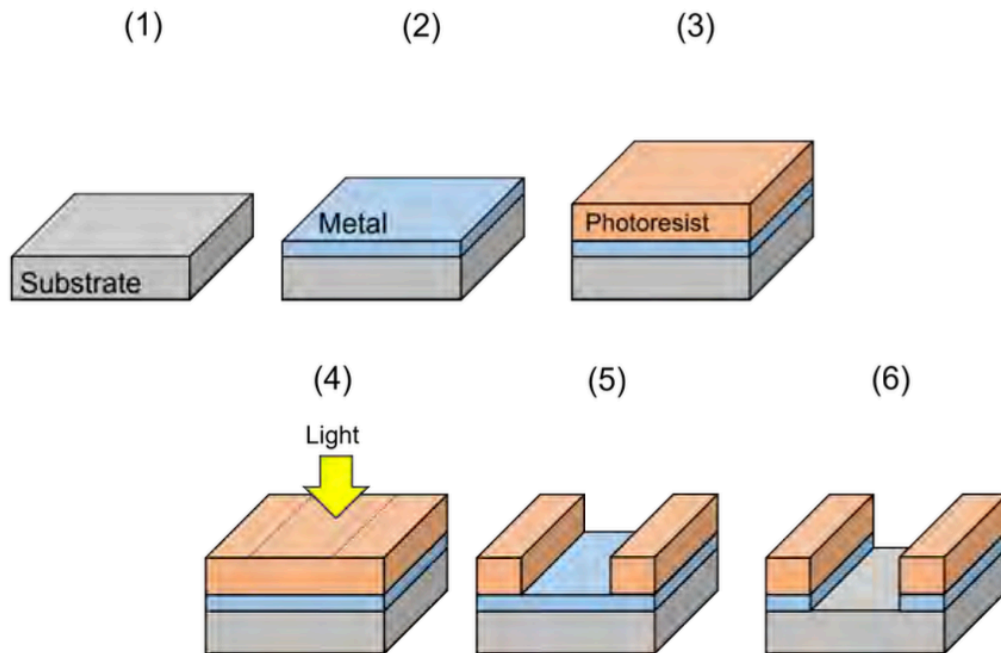


図 4.1: 基板片面への KID 作製プロセス。(1) 基板上 (Si 基板) に (2) 超伝導薄膜 (Al) を成膜し、(3) 感光性フォトレジストをスピンコート法で塗布し、(4) フォトレジストに光を当てることで物性が変化し、(5) 現像液に浸すことで露光させた箇所のみフォトレジストが溶解し、(6) エッチング法により金属を削ることにより加工した。

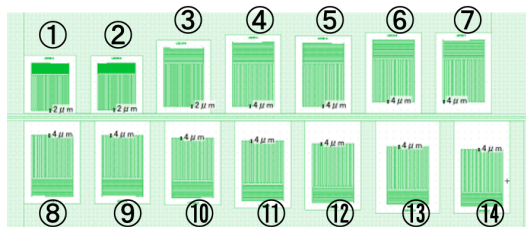


図 4.2: LE-KID-ARRAY3 のデザイン。1～14 はそれぞれ LEKID-1～LEKID-14 を示している。

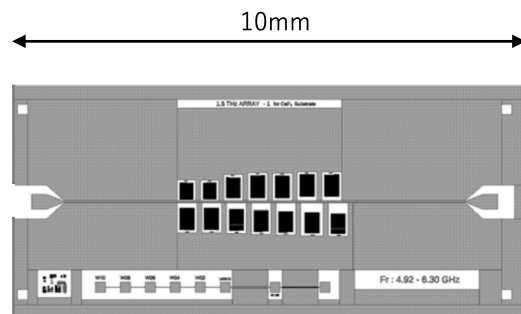


図 4.3: LE-KID-ARRAY3 の全体像

4.1.2 Sonnet、AppCAD を用いたシミュレーション

設計共振周波数と特性インピーダンスのシミュレーションを平面 3 次元シミュレーションソフトウェアの Sonnet Lite(<https://www.sonnetsoftware.com>)で行った。特性インピーダンスは基板材料の比誘電率 ϵ_r に応じて変化するため、CPW の設計線幅も基板材料に合わせて設定させる必要があるため Sonnet を用いて確認を行なった。この時 Si 基板の厚み $380 \mu\text{m}$ 、比誘電率を 11.8

と設定した。図 4.4 に Sonnet を用いて解析を行った時の図を示す。

CPW の特性インピーダンスや実効誘電率の簡易的な確認は AppCAD(<https://www.hp.woodshot.com>) を用いて行った。図 4.5 に AppCAD でのシミュレーションの図を示す。

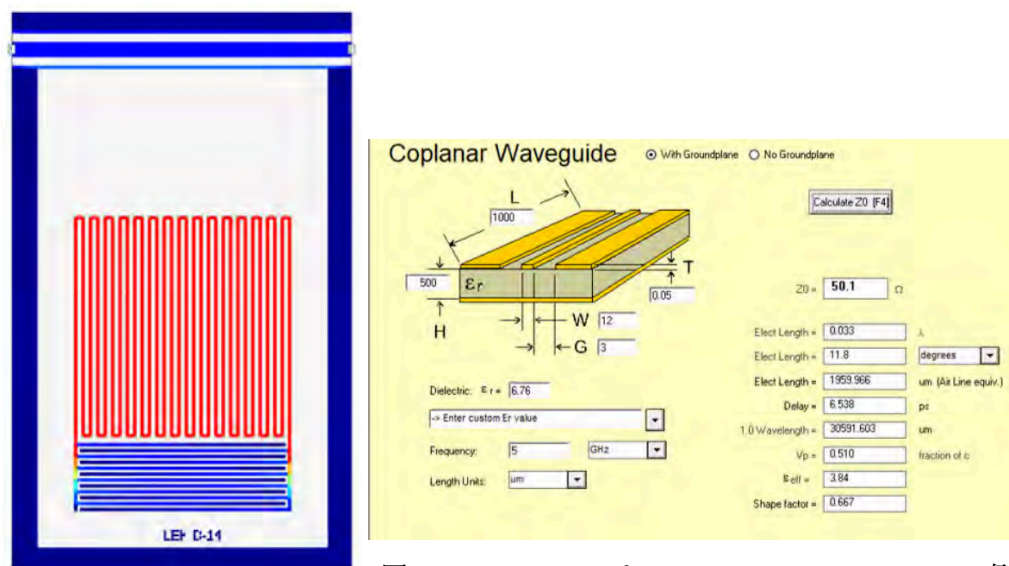


図 4.5: AppCAD による CPW のシミュレーション例

図 4.4: Sonnet で LEKID-ARRAY(LEKID-14) を解析した図

4.1.3 材料

超伝導薄膜材料には Nb、Ta、Al などを使用される。本研究では成膜が容易であり、KID として実績の多い Al を採用した。また付録に示す更なる高感度の KID の作製には Al よりも転移温度が低く、ギャップエネルギーの小さい Hf を使うことを考える。図 4.2 に示すように超伝導ギャップエネルギー Δ が Hf が Al の約 10 倍小さくなるので、その感度に関しても約 10 倍 (~ 1 eV) になると考えられている。

基板材料は Si 単結晶基板を用いた。Si 基板はフルウチ化学株式会社製を採用し、面方位 (1 0 0) 抵抗は $1000 \Omega \cdot \text{m}$ 以上、サイズは $10 \times 10 \text{ mm}$ 、基板厚は $380 \mu\text{m}$ である。

超伝導体	$\Delta[\text{meV}]$	$T_c[\text{K}]$
Al	0.172	1.14
Hf	0.021	0.165

表 4.2: 超伝導体のギャップエネルギーと超伝導転移温度

4.1.4 KID 作製のプロセス

本項では KID の作製工程について記述する。

超伝導薄膜の成膜

まずは超伝導薄膜の成膜について説明する。金属薄膜の成膜には DC マグネトロンスパッタ装置を用いた。その概略図を図 4.6 に示す。

スパッタリングは基板に物質を成膜させる方法の一つである。スパッタリングとはターゲット金属に陽イオンを衝突させ、そのターゲット金属の粒子を飛び散らせ、対象物に堆積することを意味する。本研究ではその中でも DC マグネトロンスパッタを用いている。

DC マグネトロンスパッタではまず、装置内を真空にした状態で不活性ガス (本研究では Ar ガスを用いている) を導入し、DC 電源を用いて基板とターゲット間に電圧をかけることで、イオン化した不活性ガスが加速した状態でターゲット金属に衝突し、ターゲット原子が飛び出す。弾き飛ばされたターゲットの一部が基板上に付着することで成膜が完了する。他の成膜方法と比較して金属膜の厚みが簡単に制御できるほか、厚みの均一性に優れることが特徴として挙げられる。本研究における超伝導薄膜の体積は図 4.7 に示す理化学研究所の DC マグネトロンスパッタ装置を用いて行った。

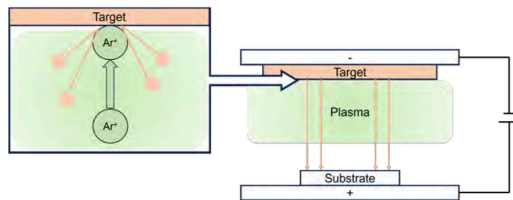


図 4.6: DC スパッタ装置の概略図



図 4.7: 理化学研究所クリーンルーム内の DC マグネトロンスパッタ装置の写真

フォトリソスト塗布

次にフォトリソストのコーティングについて説明する。フォトリソストとはポリマー・感光剤・溶剤を主成分とする液状の化学薬剤で、光によって性質が変化する。ポジ型とネガ型の 2 種類に大別でき、ポジ型では露光した領域が現像時に溶解し、ネガ型は逆に露光していない領域が溶解するという特徴がある。本研究ではポジ型のレジストを用いた (図 4.8)。

フォトリソストの塗布ではスピncer (図 4.9) を使用する。スピncerコーティングとはステー

ジの中央に基板を固定し、回転させることで、基板上部に予め数滴滴下させたレジストを均一となるようにコーティングする方法であり、スピナーはそれを行う機械である。レジストの塗布後、フォトレジストのバークィングを行い、フォトレジストと金属薄膜の密着性を高める。バークィングに使用したホットプレートを図 4.10 に示す。

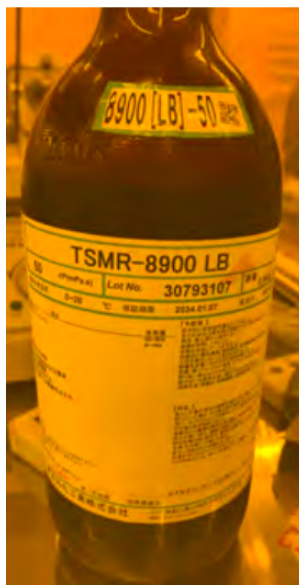


図 4.8: フォトレジスト



図 4.9: スピナー



図 4.10: ホットプレート

露光・現像

次に露光・現像についての説明をする。露光とは露光装置を用いて、フォトマスクとレンズを通してフォトレジスト上に光を照射し、回路パターンを転写する作業である。マスクデザインは LayoutEditor(<http://layouteditor.com>) を用いて設計した

現像は露光させた箇所みのフォトレジストを溶かす工程 (ポジ型の場合) であり、現像液に露光後の素子を浸すことによって行われる。現像時間は露光条件により変動するため、顕微鏡観察などで時間の調整を行う。

エッチング

次に KID の作製の最後の手順である、加工について説明する。金属薄膜を削って KID の配線を作製する作業をエッチングと呼ぶ。エッチングには反応性の気体やラジカルによってエッチングを行うドライエッチングと現像液などの塩基性水溶液により金属を溶解して加工するウェットエッチングがあり、本研究で用いた LEKID はウェットエッチングを用いて加工されたものである。

4.2 測定手法

本節では測定で用いた冷凍機と、データ読み出しに用いた装置や読み出しの原理について説明する。



図 4.11: 露光装置



図 4.12: 現像液

4.2.1 冷凍機

KID の測定には KID に用いられている超伝導薄膜の転移温度の約 $1/6$ から $1/10$ 程度の温度で冷却するのが望ましいとされている [49]。これは転移温度では超伝導転移は確認できるものの熱雑音により共振がうまく確認できないためである。よって AI の KID で約 $T = 100\text{mK}$ が必要である。本研究では Cryo Concept 社製の希釈冷凍機 HEXADRY UQT-B 200 を用いた (図 4.13)。この冷凍機は Mixing Chamber ステージで約 10mK まで冷やすことが可能であり、AI-KID の測定条件を満たしている^{*1}。この希釈冷凍は図 4.14 で示されているように最低温の Mixing Chamber(混合器)、その上の Still(分留器) からなる希釈冷凍機部分、そして 1st、2nd ステージからなるパルスチューブ冷凍機部分からなる。各ステージは外側のステージからの熱放射を防ぐ銅製のシールドによって覆われている。各ステージを冷却する仕組みは以下の通りである。

1st、2nd stage (パルスチューブ冷凍機)

1st、2nd ステージではパルスチューブ冷凍機によって 4K まで冷却される。パルスチューブ冷凍機とはヘリウムガスをコンプレッサーによって高温高压に圧縮したものを送り出し、それを再生器に通すことによって低温低圧ガスへと変化させたのち、熱交換器によって冷温ガスと冷却対象を接続することで冷却を行う冷凍機である。熱交換によって温まったガスは冷却水によって冷却され、再びコンプレッサーに送られる。

Mixing Chamber ステージ (希釈冷凍機)

Mixing Chamber(MC) ステージでは ^4He と ^3He の混合液による希釈冷凍を行う (図 4.15 参照)。混合液は ^3He 濃厚相と ^3He 希薄相の二相に分離し、そのエントロピー差によって ^3He が ^3He 濃厚

^{*1} Hf-KID に関しても 転移温度を考えると $T = 10\text{mK}$ で十分動作しうると考えられている。



図 4.13: 測定に用いた希釈冷凍機 (Cryo Concept 社 HEXADRY UQT-B 200)

相から希薄相へ移動する時にそのエントロピー差分だけ冷却が起こる。

^3He の方が ^4He の沸点よりも低いため、分留器 (Still) によって ^3He 希薄相の ^3He のみを選択的に蒸発させることで、希薄相の ^3He 濃度を維持するべく、濃厚相から希薄相への ^3He の希釈が起こる。

MC にはヒーターが設置され、ステージの温度をモニターしながらヒーターの出力を制御することで MC ステージの温度をコントロールすることができる。

4.2.2 読み出し系

KID の読み出し周波数は GHz 帯域の高周波であるが、そのような高周波の取り扱いは難しく、仮にそれに合わせたコンポーネントを用いると莫大な費用がかかってしまう。そこで必要に応じてアップコンバート (高周波に変換) やダウンコンバート (低周波に変換) をすることで読み出しを行う

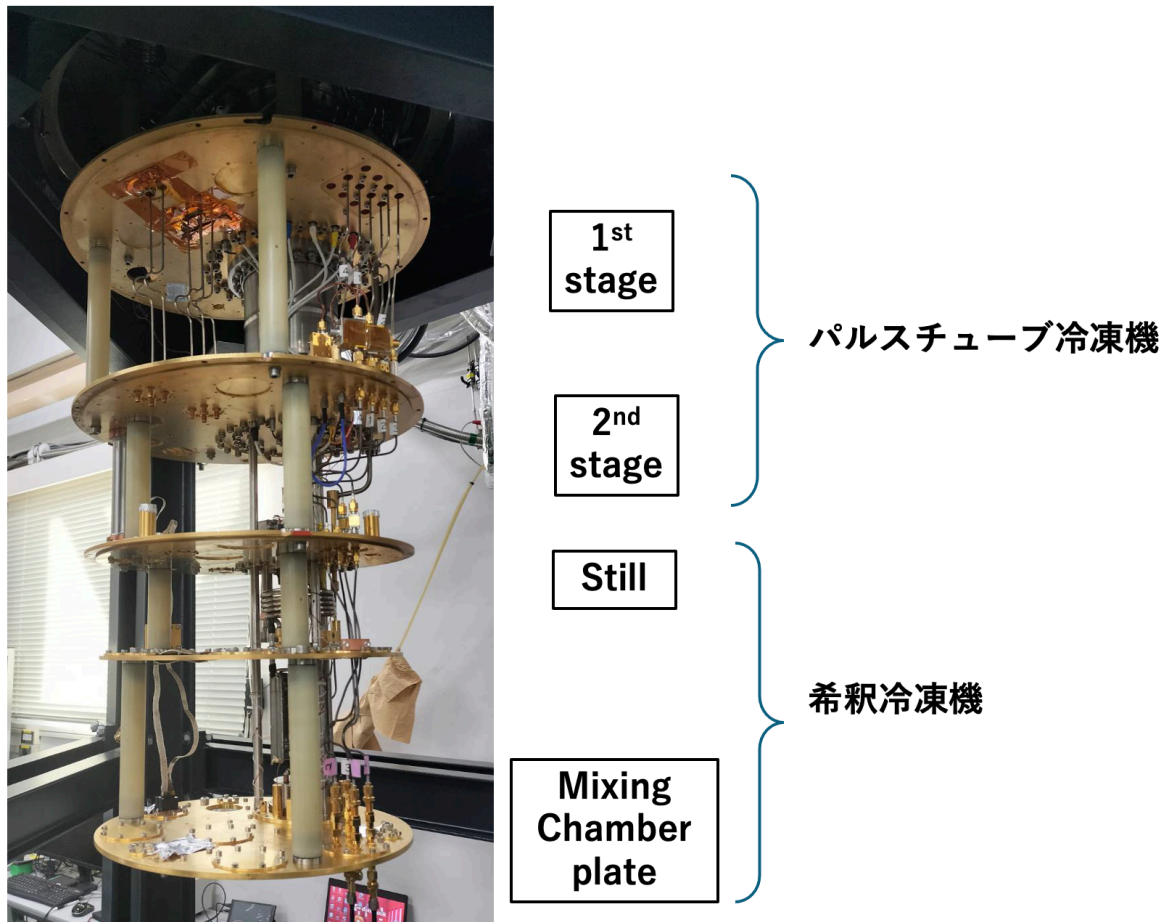


図 4.14: 希釈冷凍機の内部。図のように五つのプレートからなり、それぞれのプレートは銅製である。

のが一般的である。以下ではその読み出しの具体的な手法に関して説明する。

読み出しには以下のコンポーネントを用いる。

VNA

VNA (Vector Network Analyzer) は高周波回路の透過電力や反射電力の大きさや位相などのベクトル量を測定する装置である (図 4.16)。本測定では ANRITSU 社の Shockline MS46122A-010 という VNA を用いている。主に共振周波数の確認に用いており、詳細な解析は FPGA を用いて行われる。

RHEA-FPGA

本測定では GroundBird 実験 [50] という宇宙マイクロ波 (Cosmic Micro wave:CMB) を観測する実験で用いるために研究開発された、RHEA-FPGA[51] と呼ばれるアナログ基盤を用いる (図 4.17)。RHEA-FPGA は応答速度が VNA よりも早く、周波数周りの時系列データ (Time-Ordered Data:TOD) の測定を行うことができる。本解析ではこの TOD のデータを用いて解析を行っている。

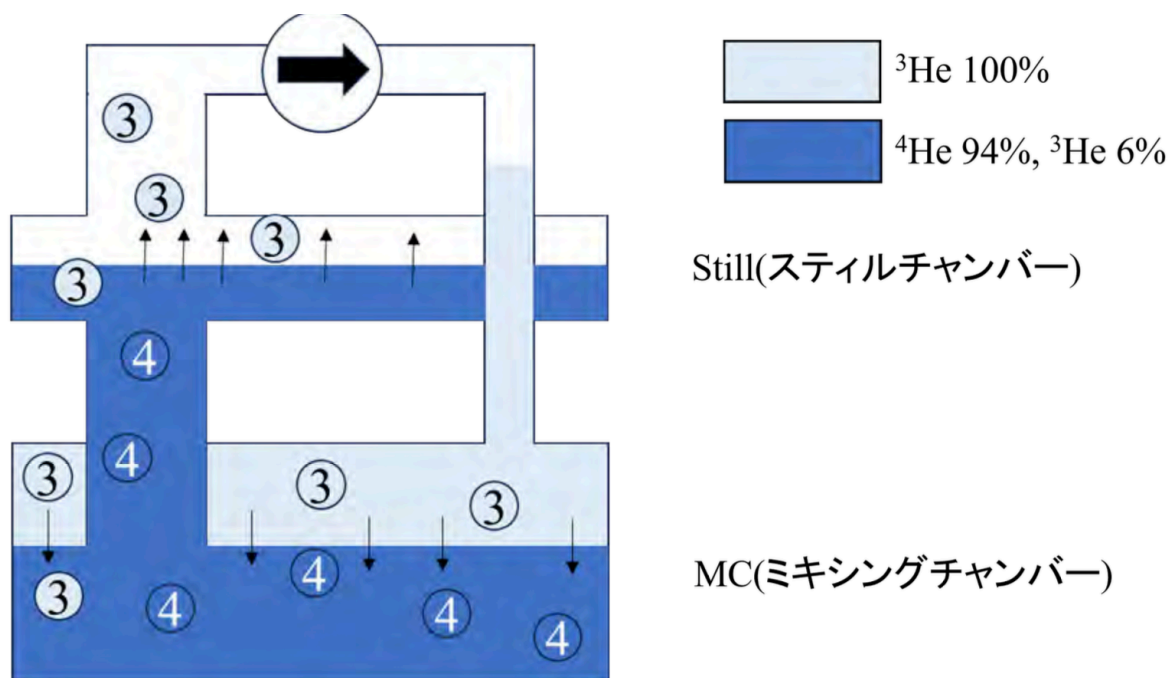


図 4.15: 希釈冷凍機の冷却原理の説明図 [48]。 ^3He と ^4He の 2 種類の気体・液体を用いて断熱的に冷却を行う。

シグナルジェネレータ

シグナルジェネレータ (Signal Generator) は KID の共振周波数にあった高周波信号を作る機器のことである。

分配器

分配器 (Divider) は数式のエネルギー E を n 等分する。

$$\text{Div}(E, n) = \frac{E}{n} \quad (4.1)$$

保存したものと位相を $-\pi/2$ 回転したものとに分解する装置である。

$$\text{Hyb}(S_1(\theta_1), S_2(\theta_2)) = S_1(\theta_1) + S_2\left(\theta_2 + \frac{\pi}{2}\right) \quad (4.3)$$

$$\text{Hyb}^{-1}(S(\theta_1, \theta_2)) = \begin{cases} S_1(\theta_1) \\ S_2\left(\theta_2 - \frac{\pi}{2}\right) \end{cases} \quad (4.4)$$

アテネータ (ATT)

信号のパワーを弱める。

アイソレータ (ISO)

一方からの信号は損失が少なく透過し、逆方向からの信号は大きくして減衰する。

DC Block

直流成分を透過させず、高周波成分のみを透過させる。

HEMT アンプ

HEMT アンプは低温でも動作する低温アンプの一つで高電子移動度トランジスタ (High Electron Mobility Transistor) を用いることで低雑音である。



図 4.16: 本測定で用いた VNA

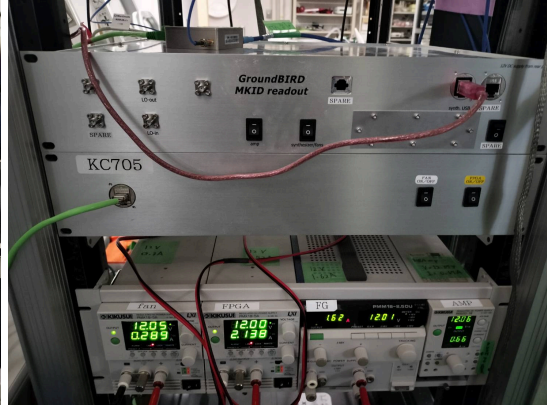


図 4.17: 本測定で用いた RHEA-FPGA

4.2.3 読み出しの原理

前章で述べた通り、透過率 S_{21} を測定することで、KID の信号を読み出す。KID の共振周波数は GHz 帯と高いので ADC, DAC のアナログボードのみで読み出しを行うことが難しい。より混合器とハイブリッドカップラーを用いて DAC (ADC) の MHz 帯の中間波信号 (Intermediate Frequency: IF 信号) とシグナルジェネレータからの GHz 帯のキャリア信号を掛け合わせることで IF 信号と GHz 帯の読み出し信号 (Radio Frequency: RF 信号) との間の交換 (アップコンバート/ダウンコンバート) を行う。

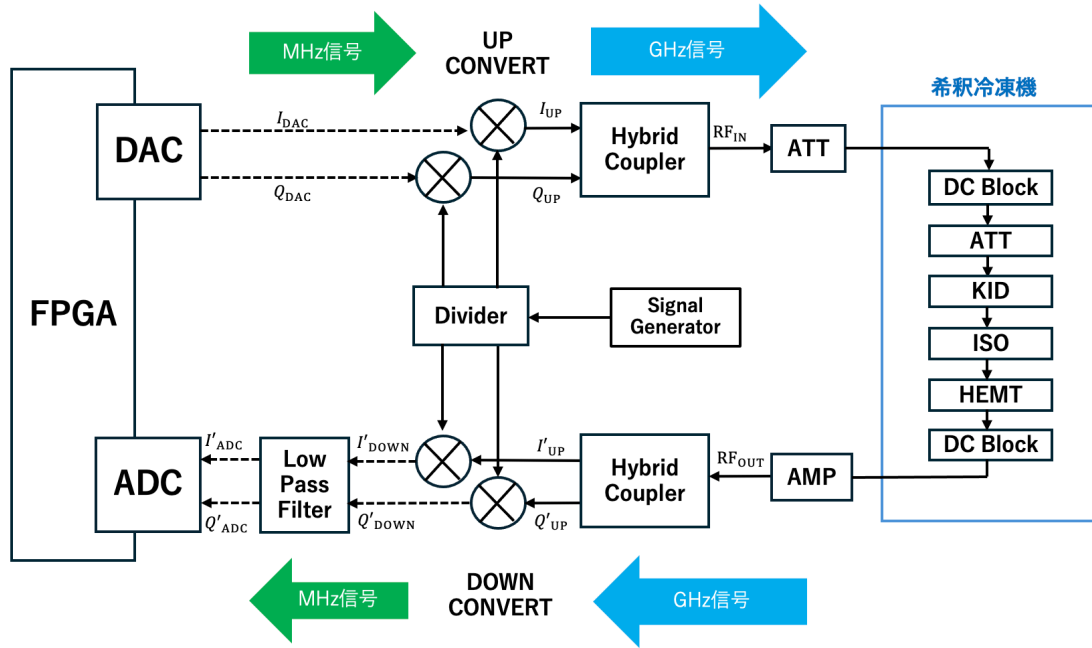


図 4.18: 読み出し系の概略図 [15]

DAC で位相が 90° 異なる二つの IF 信号、 I_{DAC} (In-phase) と Q_{DAC} (Quadrature-phase) を生成する。 I_{DAC} 、 Q_{DAC} は以下のように N チャンネルの読み出し信号の和で表される (これを Direct Digital Synthesis: DDS という)。

$$I_{\text{DAC}}(t) = \sum_{i=1}^N A_i \cos \omega_i t \quad (4.5)$$

$$Q_{\text{DAC}}(t) = \sum_{i=1}^N A_i \sin \omega_i t \quad (4.6)$$

この時 A_i は i 番目の周波数の DAC からの振幅である。シグナルジェネレータからの信号を $A_{\text{SG}} \cos \omega_{\text{SG}} t$ とすると、混合器によってアップコンバートされた信号は以下のように表される。

$$I_{\text{UP}}(t) = \sum_{i=1}^N \frac{1}{2} A_i A_{\text{SG}} [\cos(\omega_{\text{SG}} + \omega_i)t + \cos(\omega_{\text{SG}} - \omega_i)t] \quad (4.7)$$

$$Q_{\text{UP}}(t) = \sum_{i=1}^N \frac{1}{2} A_i A_{\text{SG}} [\sin(\omega_{\text{SG}} + \omega_i)t - \sin(\omega_{\text{SG}} - \omega_i)t] \quad (4.8)$$

となり、ハイブリッドカプラーで合成し RF 信号 $\text{RF}_{\text{IN}}(t)$ にすると

$$\text{RF}_{\text{IN}}(t) = \sum_{i=1}^N A_i A_{\text{SG}} \cos(\omega_{\text{SG}} + \omega_i)t \quad (4.9)$$

KID を含む希釈冷凍機内のラインを通過することで、RF 信号の振幅が a_i 倍、位相が θ_i だけ変化したとすると、RF 信号は

$$\text{RF}_{\text{OUT}}(t) = \sum_{i=1}^N a_i A_i A_{\text{SG}} \cos[(\omega_{\text{SG}} + \omega_i)t + \theta_i] \quad (4.10)$$

となる。この信号がハイブリッドカップラーで分解され、次のように表される。

$$I'_{\text{UP}}(t) = \sum_{i=1}^N a_i A_i A_{\text{SG}} [\cos(\omega_{\text{SG}} + \omega_i)t + \theta_i] \quad (4.11)$$

$$Q'_{\text{UP}}(t) = \sum_{i=1}^N a_i A_i A_{\text{SG}} [\sin(\omega_{\text{SG}} + \omega_i)t + \theta_i] \quad (4.12)$$

再度シグナルジェネレータからの信号と混合され、ダウンコンバートされることで以下のように表される。

$$I'_{\text{DOWN}}(t) = \sum_{i=1}^N \frac{1}{2} a_i A_i A_{\text{SG}}^2 [\cos(\omega_i t + \theta_i) + \cos\{(\omega_i + 2\omega_{\text{SG}})t + \theta_i\}] \quad (4.13)$$

$$Q'_{\text{DOWN}}(t) = \sum_{i=1}^N \frac{1}{2} a_i A_i A_{\text{SG}}^2 [\sin(\omega_i t + \theta_i) - \sin\{(\omega_i + 2\omega_{\text{SG}})t + \theta_i\}] \quad (4.14)$$

であり、ローパスフィルタを通して ADC に入力される。

$$I'_{\text{ADC}}(t) = \sum_{i=1}^N \frac{1}{2} a_i A_i A_{\text{SG}}^2 \cos(\omega_i t + \theta_i) \quad (4.15)$$

$$Q'_{\text{ADC}}(t) = \sum_{i=1}^N \frac{1}{2} a_i A_i A_{\text{SG}}^2 \sin(\omega_i t + \theta_i) \quad (4.16)$$

ADC に入力された信号は FPGA 内で生成される信号 $\cos \omega_j t$ 、 $\sin \omega_j t$ との演算により各周波数の I 成分と Q 成分を抽出する (この手法を Digital Down Conversion: DDC と呼ぶ)。 $A'_i = a_i A_i A_{\text{SG}}^2 / 2$ とすると、

$$\begin{aligned} I_j &= I_{\text{ADC}} \cos \omega_j t + Q_{\text{ADC}} \sin \omega_j t \\ &= A'_j \cos \theta_j + \sum_{i \neq j} A'_i \cos[(\omega_i - \omega_j)t + \theta_i] \end{aligned} \quad (4.17)$$

$$\begin{aligned} Q_j &= -I_{\text{ADC}} \sin \omega_j t + Q_{\text{ADC}} \cos \omega_j t \\ &= A'_j \sin \theta_j + \sum_{i \neq j} A'_i \sin[(\omega_i - \omega_j)t + \theta_i] \end{aligned} \quad (4.18)$$

となる。ここで時間平均を行うことで特定の周波数 ω_j での共振による振幅と位相の変化量を読み出すことができ、

$$I_j(t) = A'_j \cos \theta_j \quad (4.19)$$

$$Q_j(t) = A'_j \sin \theta_j \quad (4.20)$$

となる。これらの値は以下のように示すことで式 (3.86) と同様に複素数で表すことができる。

$$T_{21} = I + Qi \quad (4.21)$$

4.3 測定結果

本節では前節までで説明した測定系を用いて実際に測定した結果を載せる。

4.3.1 VNA での透過係数測定

まず FPGA を用いて詳細な測定を行う前に、VNA を用いてより広い周波数レンジでの透過係数の測定を行い、共振周波数をある程度特定する必要がある。その後 VNA によってある程度共振周波数の目安をつけ、FPGA を用いて詳細な測定を行う必要がある。図 4.19 に VNA での測定結果を示す。3.3.2 節で示した通り、共振周波数で最小値を取るのので、図 4.19 においては 11 個の共振が見えている。これらの共振に図のように A から K までラベルをつけた。

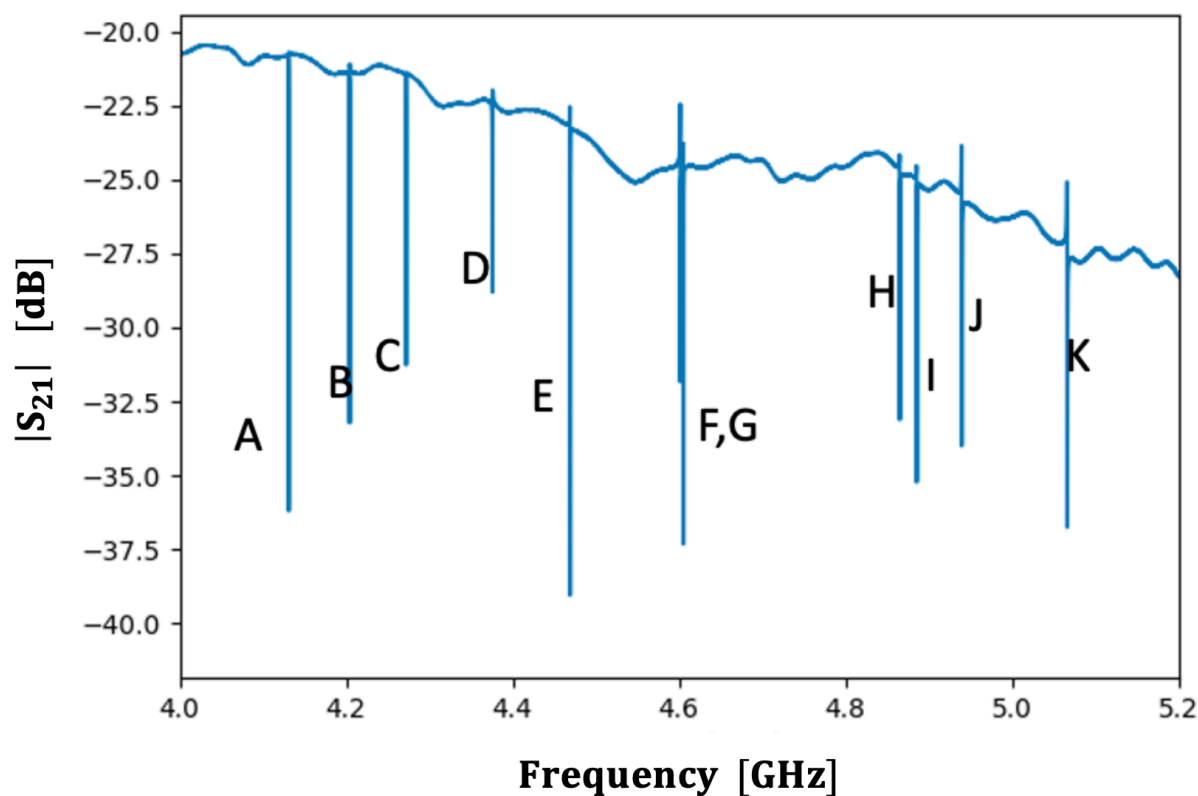


図 4.19: VNA を用いた透過係数測定

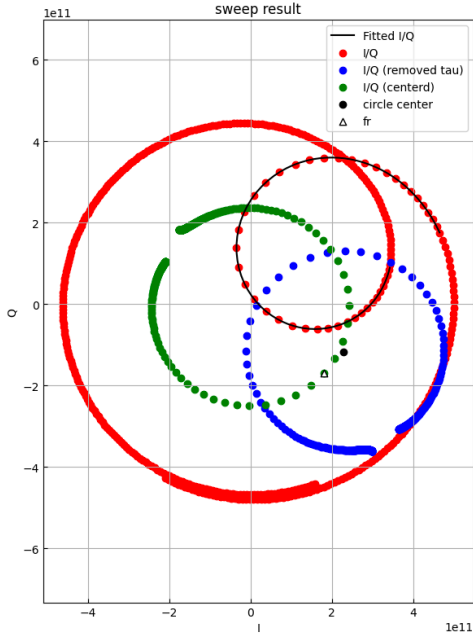


図 4.20: LabelD、100mK の時の Sweep 測定の様子。

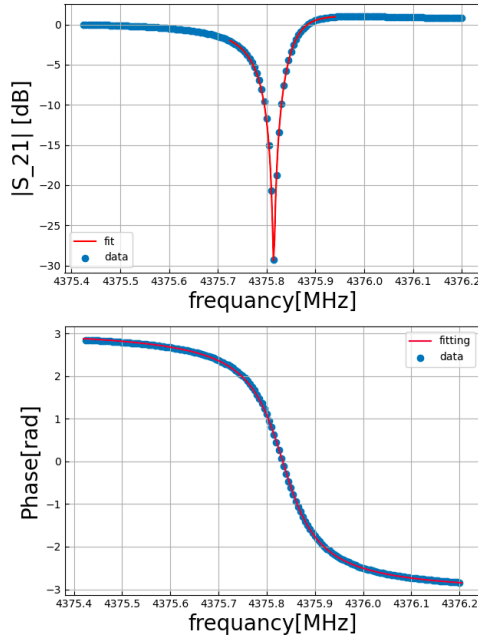


図 4.21: 図 4.20 の振幅と位相の様子。

4.3.2 RHEA での透過係数測定

次に VNA で測定したデータをもとに、さらに共振周波数を正確に読み出すために、RHEA-FPGA を用いて Sweep 測定を行った。Sweep 測定とは、読み出す周波数の範囲と周波数間隔を指定し、指定した周波数それぞれについて、透過係数を測定するような手法である。前節で示した読み出しの原理をもとに式 (4.21) を読み出し、式 (3.86) でフィッティングを行うことによって、共振周波数だけではなく共振のパラメータである Q_L 、 Q_e 、 Q_u を読み出すことができる。図 4.20 に LabelD、100mK のときの Sweep 測定の結果を示す。Sweep データの解析には Gao の手法 [37] を用いる。観測される I/Q データは図の赤で示されるデータであり、それを式 (3.86) でフィッティングしたときの結果である。また以下で表されるケーブル遅延の項

$$a_0 \exp(-2\pi i f \tau_0) \quad (4.22)$$

を取り除くことで青で示される共振円が得られる。また緑で示されているデータは青い円の中心が I/Q 平面の中心に来るように回転させたものである。この緑の円の振幅と位相が式 (3.88)(3.89) で表される振幅 A と位相 θ に対応する。

図 4.21 は観測された透過率の振幅 $|S_{21}|$ と位相変化である。また各ラベルの Sweep 測定の結果を図 4.22 に示す。ただしこのとき Label F と Label G に関しては共振周波数が近すぎてフィッティングがうまくいかなかったため、以下の解析では使用していない。

Label	共振周波数 [GHz]	Q_L	Q_u	Q_e
A	4.131	5.0×10^4	5.3×10^5	5.5×10^4
B	4.204	4.3×10^4	7.8×10^5	4.5×10^4
C	4.272	4.4×10^4	6.1×10^5	4.7×10^4
D	4.376	4.1×10^4	2.2×10^6	4.2×10^4
E	4.469	6.9×10^4	-9.7×10^5	6.5×10^4
F	4.602	共振周波数が近すぎてフィッティングできず		
G	4.605			
H	4.865	3.1×10^4	-9.9×10^5	3.0×10^4
I	4.885	5.0×10^4	2.0×10^6	5.0×10^4
J	4.939	3.8×10^4	-1.7×10^5	3.1×10^4
K	5.066	2.6×10^4	-8.4×10^4	2.0×10^4

図 4.22: Sweep 測定時の各ラベルにおける共振周波数と Q 値 (@175mK)

4.3.3 TOD 測定

TOD 測定とは Sweep 測定で測定された共振周波数をもとに、共振周波数を指定し、サンプリング速度、サンプリングデータ数を指定して時系列データを取得するような測定である。TOD データはノイズ測定のために行われる。本研究で使ったデータはあらかじめノイズが最適化されているデータを用いている。

この時ノイズデータを以下のようにフーリエ変換することで PSD (Power Spectrum Density) を計算した。ノイズのデータを $x(t)$ とすると

$$X(\omega) = \int_0^T x(t) e^{-i\omega t} dt \quad (4.23)$$

となり、PSD は以下のように表される。

$$S_\theta(\omega) = \frac{1}{T} |X(\omega)|^2 \quad (4.24)$$

この時パワースペクトルの単位は rad^2/Hz となる。

PSD を表示する際は以下のように変換して表示する。

$$S_\theta^* = 10 \log_{10} S_\theta \quad (4.25)$$

この時の単位は dB/Hz である。図 4.23 に修正された位相、振幅の TOD によって求められた PSD である。

4.3.4 Trigger 測定

Trigger 測定とはあらかじめ設定した周波数において事前に測定を行い I 成分と Q 成分の平均と分散を求め、Trigger 条件を求め、Trigger 条件を満たした時の TOD を取得するような測定である。

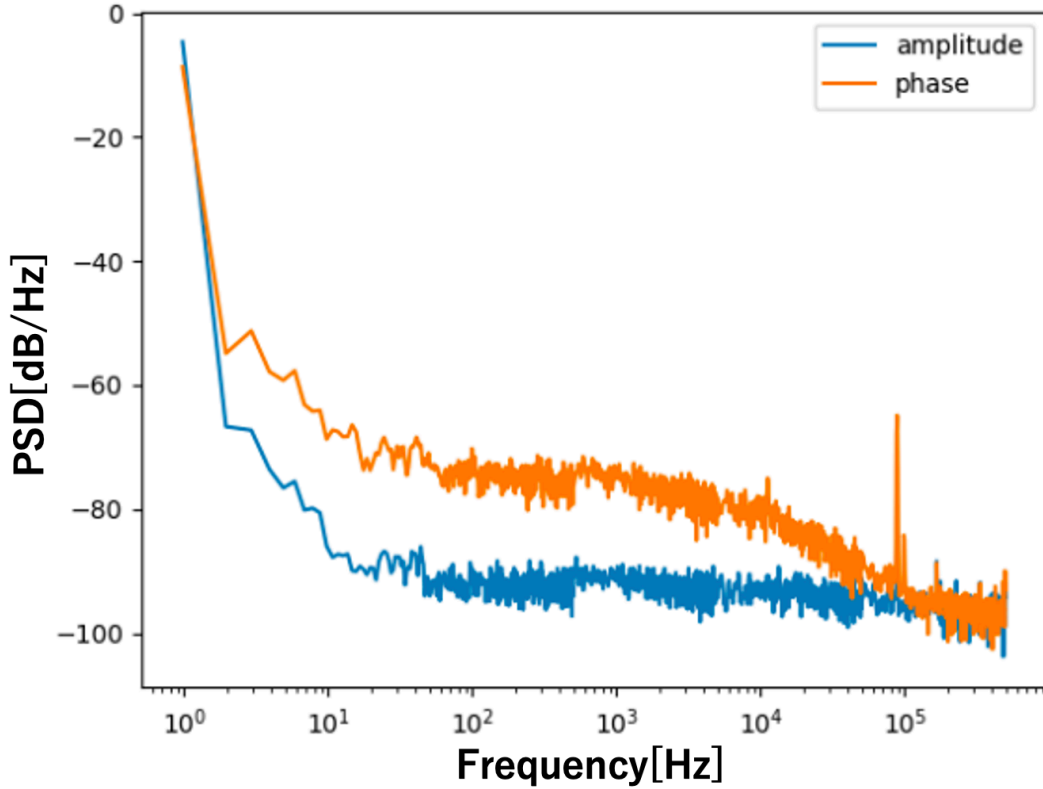


図 4.23: 修正された Trigger データの位相と振幅の PSD

今回の Trigger 測定はサンプリングレート 1Msps (sample per second) で 3σ のデータが 3 回連続で取得された時の TOD を取得されるような Trigger 条件で測定を行った (一回でも 3σ を下回ると Trigger はかからない)。図 4.24 に示しているのが修正された Trigger データである。Trigger が掛かると位相が負方向に動くことがわかる。また図から分かるように位相変化の方が大きく変化していることがわかる。また図 4.25 に Trigger データの位相と振幅を示す。

図のように 1 データは 1024 点 ($1024\ \mu\text{s}$) である。

4.3.5 温調測定

次に Trigger 測定によって得られるデータを式 (3.105)(3.106) より δA および $\delta\theta$ をエネルギーに変換したい。この時 S_1 は $T < 250\ \text{mK}$ 以下では温度に大きく依存して変化してしまう一方、 S_2 は温度による変化が少ない。よってエネルギーに変換するのは通常 $\delta\theta$ の値を用いる。

この時 S_2 が一定ということは式 (3.103) により位相 θ と準粒子数変化 N_{qp} に線形性があるということである。図 4.26 に位相と温度および準粒子数の関係を示す。この時準粒子数は式 (3.4) をもとに計算したものである。この図から $\sim 1\ \text{rad}$ までは準粒子数と位相変化に線形性がある、すなわち S_2 が一定であるということがわかる。

次に式 (3.109) でフィッティングを行うことによってパラメータ α および Δ_0 を求めた。図 4.27 にフィッティングしている様子を示す。この時、100 mK から 250 mK まで温度を変化させて各温

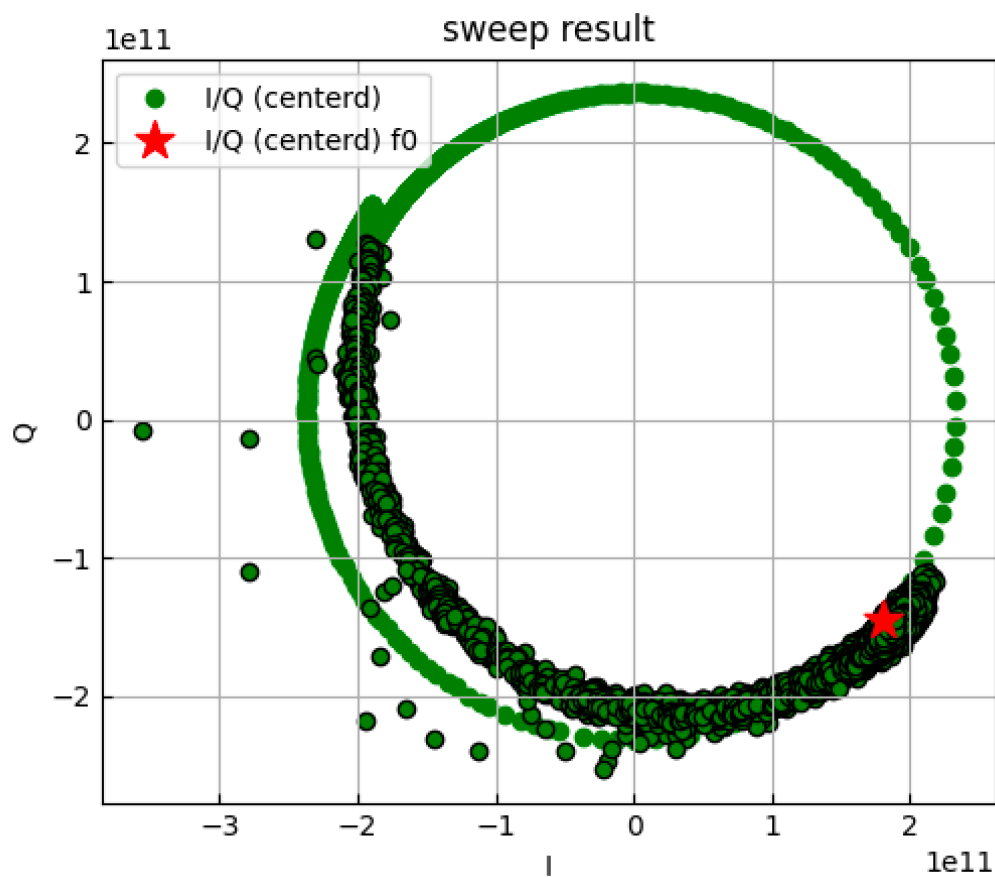


図 4.24: 修正された Trigger データの I/Q 平面でのプロット。緑色の線は修正した Sweep データを表し、赤色の星は共振周波数の時、黒色の点は Trigger データである。

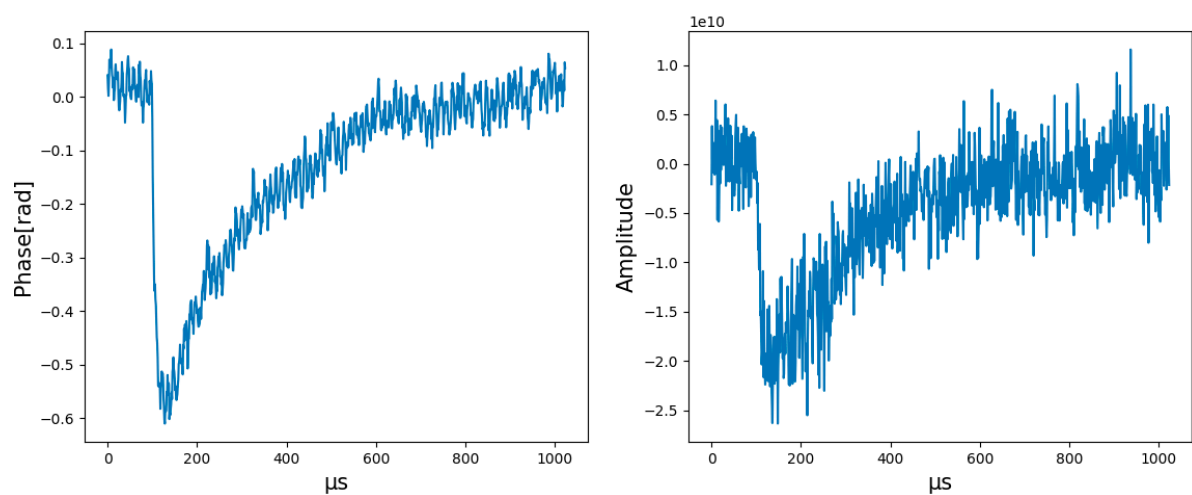


図 4.25: 修正された Trigger データの位相と振幅

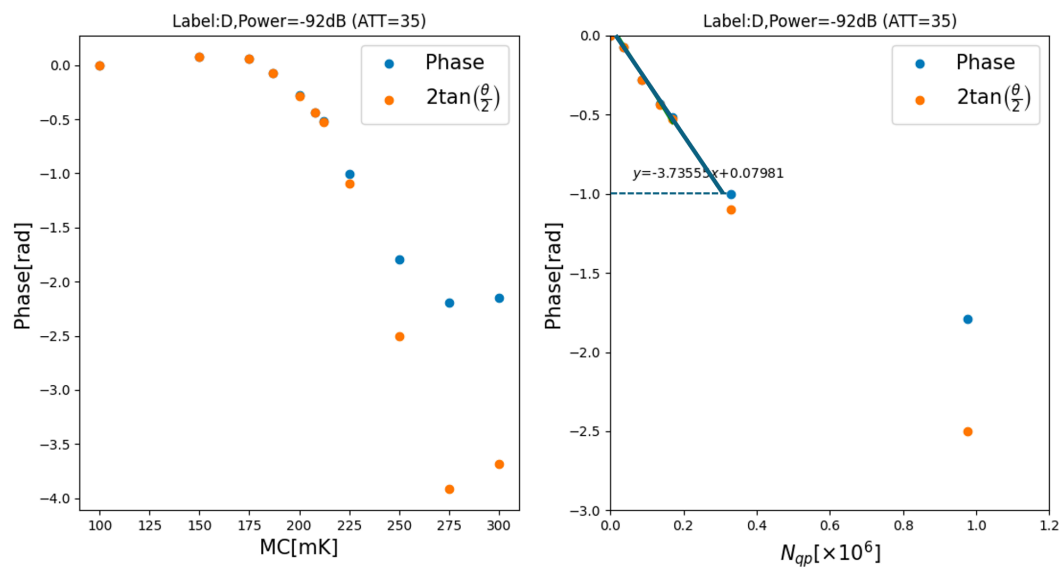


図 4.26: 準粒子数と位相の関係

度における共振周波数をプロットしている。また表 4.3 にフィッティングの結果を示す。

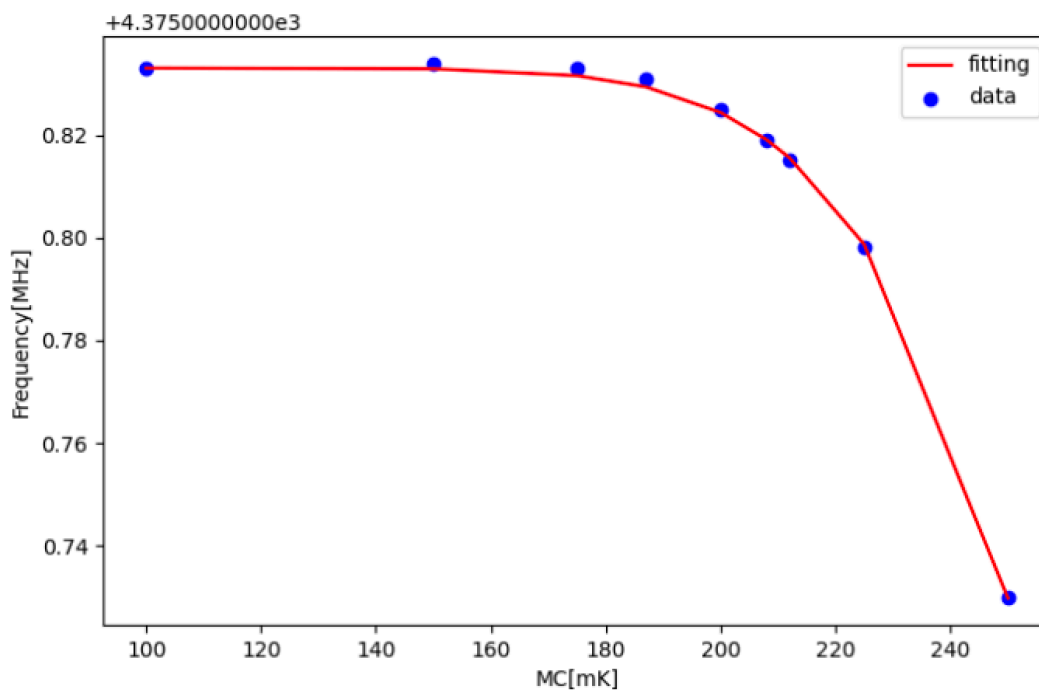


図 4.27: 共振周波数と温度の関係

LE-KID の Label	α	$\Delta[\text{meV}]$
A	0.39 ± 0.05	0.209 ± 0.027
B	0.63 ± 0.24	0.220 ± 0.081
C	0.38 ± 0.04	0.209 ± 0.023
D	0.48 ± 0.09	0.214 ± 0.038
E	0.43 ± 0.11	0.213 ± 0.055
H	0.25 ± 0.02	0.200 ± 0.015
I	0.32 ± 0.03	0.204 ± 0.020
J	0.29 ± 0.03	0.202 ± 0.022
K	0.26 ± 0.03	0.200 ± 0.020

表 4.3: 共振周波数の温度変化とフィッティングの様子

4.3.6 エネルギースペクトル

前節までの Sweep 測定や温調測定の結果 (図 4.22、表 4.3) および式 (3.106) を用いて位相の Trigger データをエネルギースペクトルに直したものを図 4.28 に示す。ただし Label:D、175mK で 30 分間測定したデータを用いている。また $S_2 \sim 2$ としている。

この時観測された θ を θ_{measured} 、LEKID による位相変化を θ_{KID} 、ケーブルによる位相のオフセットを θ_{system} とすると

$$\theta_{\text{measured}} = \theta_{\text{KID}} + \theta_{\text{system}} \quad (4.26)$$

と表せる。

ここで θ_{system} は温度変化などによらず一定であると考えられる。この時 [37] に記載されている式を使用して応答の非線形効果を補正すると次のような式で補正できる。 ([52] 参照)

$$\begin{aligned} \theta &= 2 \tan(\theta_{\text{KID}}) \\ &= 2 \tan(\theta_{\text{measured}} - \theta_{\text{system}}) \end{aligned} \quad (4.27)$$

この時 θ_{measured} は図 4.25 の $0 \sim 400 \mu\text{s}$ の最小値を、 θ_{system} は $800 \sim 1000 \mu\text{s}$ の平均値を用いている。

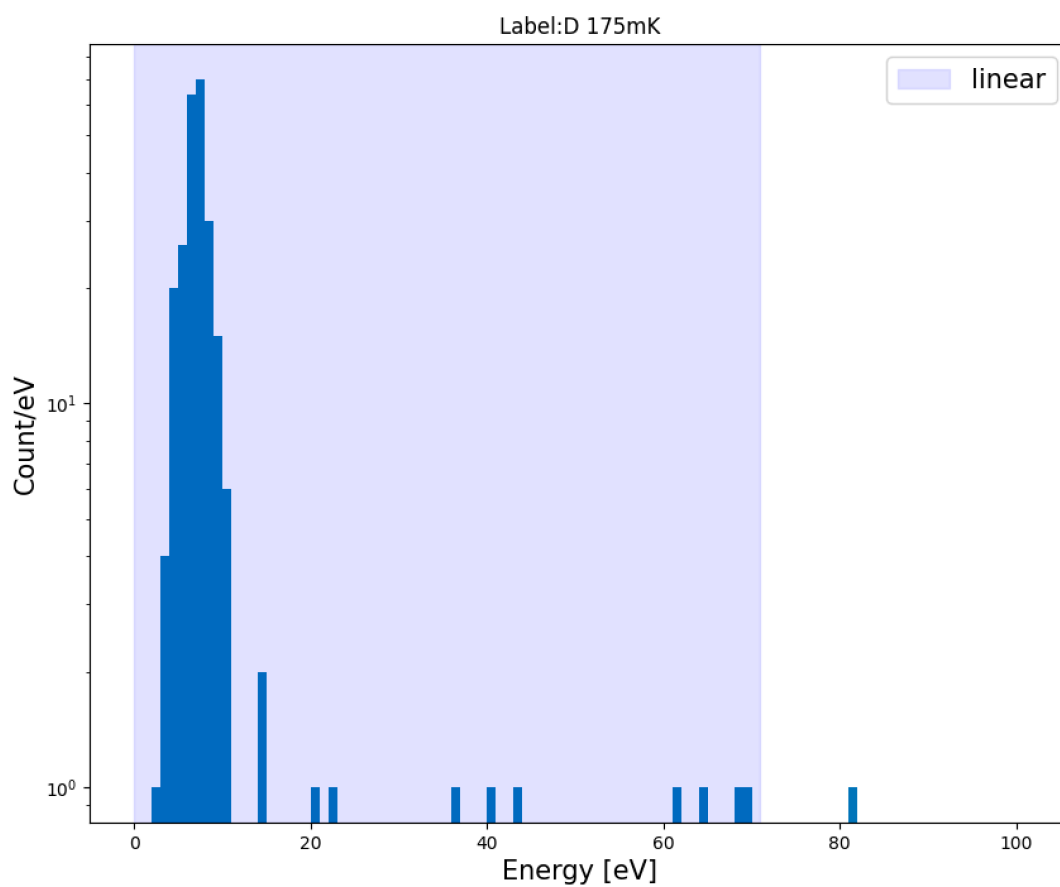


図 4.28: Label:D、175mK の時のエネルギースペクトル (30 分間の測定)

第 5 章

暗黒物質解析

前節で KID の応答をエネルギースペクトルに変換した。このデータを用いて暗黒物質の散乱断面積の制限をつけていきたい。そこでシミュレーションにより求まる暗黒物質-電子の直接散乱の散乱レートと比較をすることによって散乱断面積を求めていく。本節ではまず測定データからノイズを除去し検出効率を求めた後、スピンに依存しない暗黒物質と電子の直接散乱のモデルおよび、それを用いて計算できる散乱レートについて説明し、実際に散乱レートをシミュレーションする。ここでのシミュレーションでは DarkELF という暗黒物質と電子や原子の散乱のエネルギースペクトルを計算することができる PYTHON のパッケージ (<https://github.com/tongylin/DarkELF>) を用いた。

5.1 ノイズと信号の識別と検出効率

5.1.1 ノイズレベルの計算

4.1.1 節で示したように本研究で用いる LEKID では、設計上 LEKID1～LEKID14 までの 14 個の KID を同時に測定することができる。しかし実際の測定では 4.3.1 節で示されているように Label:A～Label:K までの 11 個の共振しか確認されていない。表 4.1 より Label:D～Label:K までの有感体積は $1834.9 \mu\text{m}^3$ とわかるが Label:A～Label:C の体積はわからない。式 (3.106) よりエネルギー変換には有感体積の値がわかっている必要がある。また図 4.22 で示しているように、Label:F、Label:G は共振周波数が近すぎてうまくフィッティングが出来ない。よって以後の解析では Label:D、E、H、I、J、K を用いる。

本研究では以下の方法で各 Label、各温度でのノイズレベルを計算し、一番ノイズレベルの小さいデータについて解析を行うことにした。ノイズデータ θ_{noise} として Trigger データ 800 ～ 1000 μs の範囲を用いると、

$$\delta\theta_{\text{RMS}} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T |\theta_{\text{noise}}(t)|^2 dt} \quad (5.1)$$

ここで RMS(Root Mean Square) は平均 2 乗誤差を表す。この時エネルギーの RMS (E_{RMS}) は

$$E_{\text{RMS}} = \frac{\delta E}{\delta \theta} \times \delta\theta_{\text{RMS}} \quad (5.2)$$

図 5.1 に各 Label、各温度の E_{RMS} を示す。この時 Label:D、175mK のとき最小値 $E_{\text{RMS}} = 6.5 \text{ eV}$ をとる。以下では E_{RMS} をノイズレベルとみなし、それが最小値をとる Label:D、175mK の時のデータを用いる。

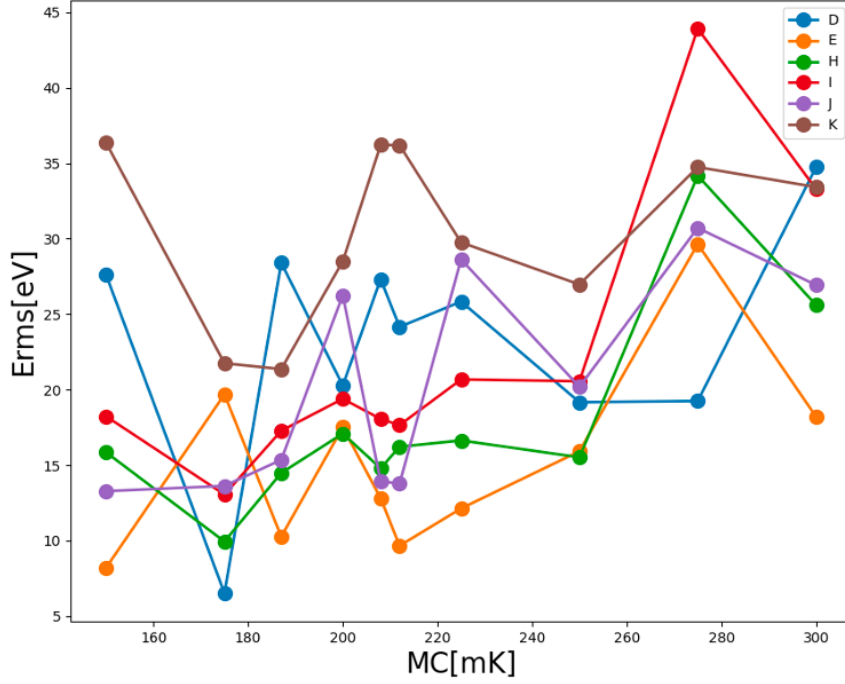


図 5.1: 各 Label、各温度の時の E_{RMS}

5.1.2 時定数 τ によるノイズと信号の識別

次に Trigger のノイズと信号を識別する。Trigger 測定では大きなノイズがそのような Trigger 条件を満たしてしまった場合、ノイズが Trigger データに含まれてしまうことになる。従って、ノイズと信号を選別する必要がある。

この時 [52] により振幅および位相の Trigger データは以下のような式で表される。

$$A(t) = a_A \times \exp\left(-\frac{t-t_0}{\tau_A}\right) + b_A \quad (5.3)$$

$$\theta(t) = a_\theta \times \exp\left(-\frac{t-t_0}{\tau_\theta}\right) + b_\theta \quad (5.4)$$

この式でフィッティングしている様子を図 5.2 に示す。この時フィッティング範囲を $110 \sim 1000 \mu\text{s}$ に設定している。

この時 τ_θ 、 τ_A は準粒子寿命 τ_{qp} に対応する。よって Trigger データが信号、すなわち外部放射線がクーパー対を壊すような事象が観測される時は、 τ_θ 、 τ_A は [53] より 数百 μs 周辺に集中すると考

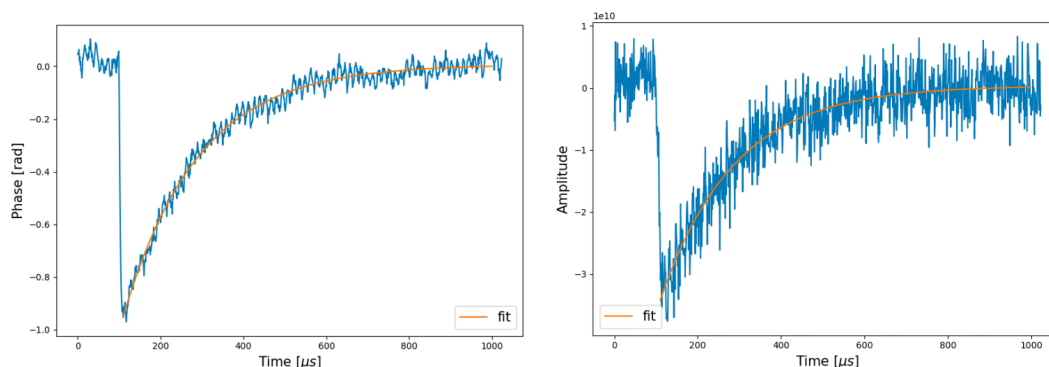
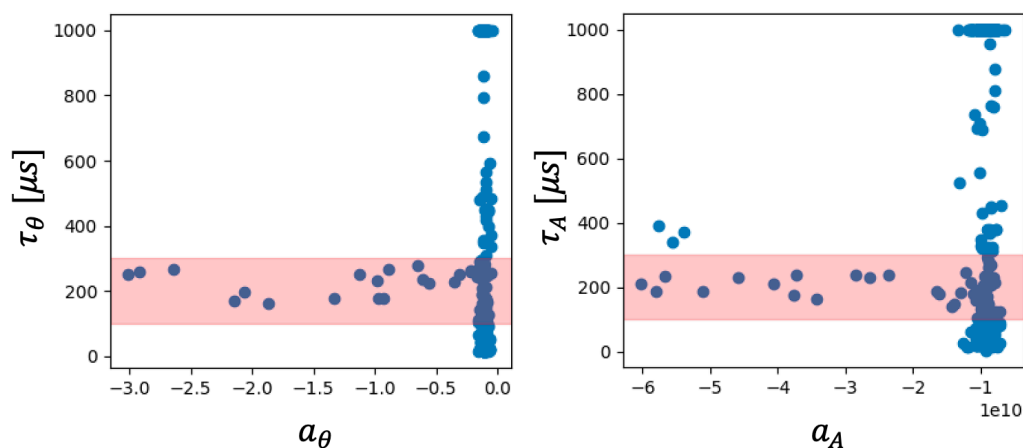


図 5.2: 位相および振幅の Trigger データとそのフィッティングの様子

えられる。この時図 5.3 に a_θ と τ_θ の関係、 a_A と τ_A の関係を示す。この時大きな信号だと考えられる a_θ 、 a_A の大きいものに注目すると、図の赤い領域のように $100 \mu\text{s} < \tau_\theta, \tau_A < 300 \mu\text{s}$ に集中していることがわかる。よって解析では $100 \mu\text{s} < \tau_\theta, \tau_A < 300 \mu\text{s}$ にある信号のみを用いることにした。

図 5.3: 位相および振幅の τ_i と a_i の関係

5.1.3 Trigger 条件による検出率の算出

今度は Trigger 条件をノイズデータに当てはめることにより、検出効率の算出をおこなった。本節ではその過程を示す。このときのノイズデータは前節と同様に Trigger データの $800 \sim 1000 \mu\text{s}$ の範囲を用いている。

1. $\delta\theta$ と δA の線形性を用いてフィッティング

式 (3.105)(3.106) により、 $\delta\theta$ と δA の関係が以下のように表せる。

$$\frac{\delta\theta}{\delta A} = \frac{S_1(\omega, T)}{S_2(\omega, T)} = \beta \quad (5.5)$$

このときこの測定系では $\beta \sim 2 - 3$ で一定になる [14]。このことを用いて以下の式でフィッティングする。

$$a_A = \alpha \times a_\theta + \beta \quad (5.6)$$

図 5.4 に a_θ と a_A のフィッティングの様子を示す。この時 $-1.8 \text{ rad} < a_\theta < 0 \text{ rad}$ 、 $-5.2 \times 10^{11} < a_A < -1.5 \times 10^{11}$ の範囲をフィッティングに用いた。またフィッティングする時は式 (4.27) のように $\theta \sim 2 \tan(\theta/2)$ に変換してフィッティングした。

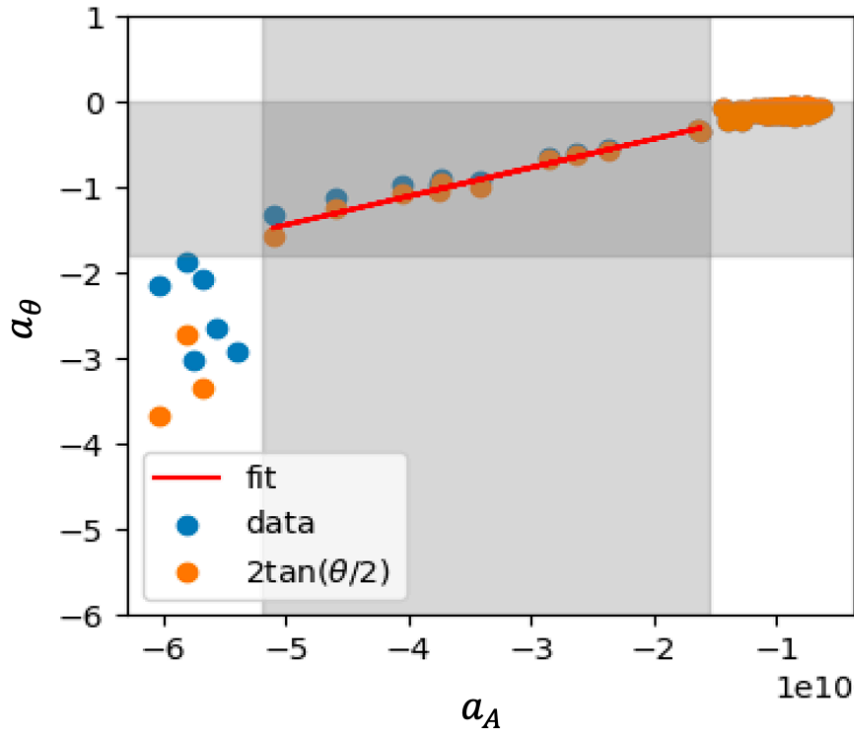
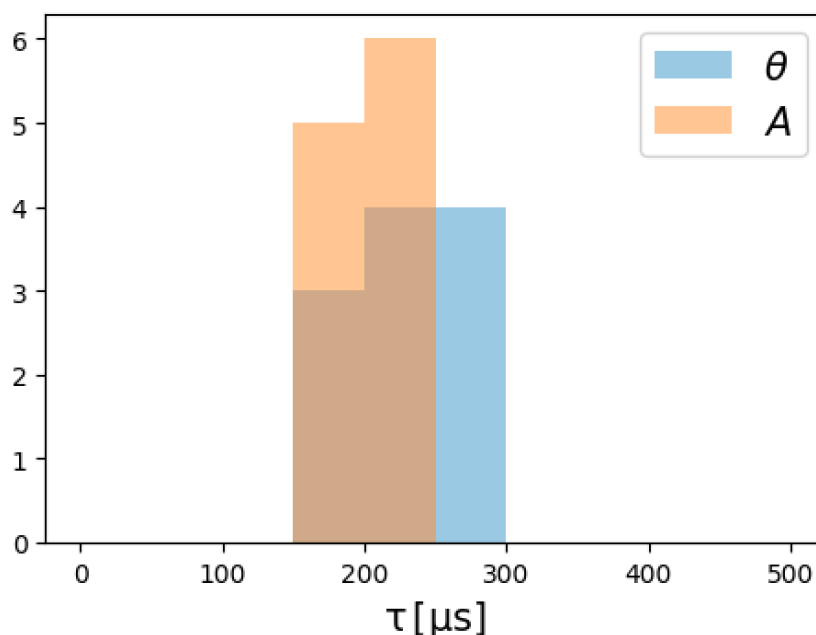


図 5.4: a_θ と a_A の関係とそのフィッティング

2. τ の平均値を求める

1 で用いた範囲の τ の平均値を求める。 τ_θ と θ_A のヒストグラムを図 5.5 に示す。またこの時平均値はそれぞれ $\text{Mean}(\tau_\theta) = 228 \mu\text{s}$ 、 $\text{Mean}(\tau_A) = 208 \mu\text{s}$ である。

図 5.5: τ_θ と τ_A のヒストグラム

3. リファレンス波形と Trigger 条件より検出効率を求める

まず **1** でフィッティングした結果を用いて a_θ 、 a_A を以下の関係式を用いて I/Q 平面に直す。 a_θ を動かすことで I/Q 平面上で図 5.6 上のように動く。

$$I = (a_A + n_A) \cos(a_\theta + n_\theta) \quad (5.7)$$

$$Q = (a_A + n_A) \sin(a_\theta + n_\theta) \quad (5.8)$$

この時 n_θ 、 n_A はそれぞれのノイズデータの平均値を用いている。

次にノイズデータ (Trigger データの 800 ~ 1000 μs の範囲) も同様に IQ 平面にプロットし (図 5.6 下)、IQ それぞれの標準偏差 σ を求めた。このとき 3σ のラインを青で示す。**2** で求めた τ_θ 、 τ_A のそれぞれの平均値を用いて、ある $(a_{\theta 1}, a_{A1})$ から数えて3点目を $(a_{\theta 3}, a_{A3}) = (a_{\theta 1} \exp(-2/\tau_\theta), a_{A1} \exp(-2/\tau_A))$ と定義する。それを IQ 平面に変換したものを $(a_{\theta 3}, a_{A3}) \rightarrow (I_3, Q_3)$ とする。この時 (I_3, Q_3) が 3σ のラインの外側にある時検出されたと見なす。さまざまなノイズデータ用いて、各 $a_{\theta 1}$ に対して検出効率 = 検出された数/Trigger データの総数として求める (この時 Trigger データの総数 = 255)。そしてその $a_{\theta 1}$ をエネルギーに変換し各エネルギーに対するエネルギー検出効率を求めた。各エネルギーに対する検出効率を図 5.7 に示す。

5.1.4 解析で用いるエネルギースペクトル

前節での解析からノイズがカットされたエネルギースペクトルと検出効を重ねた図を図 5.8 に示す。緑のスペクトルは 5.1.2 節で用いている方法でカットした時のスペクトルである。そして 5.1.3 で求めた検出率を用いて、検出率=99 %以上となるエネルギーを求め、それを使用するエネルギー

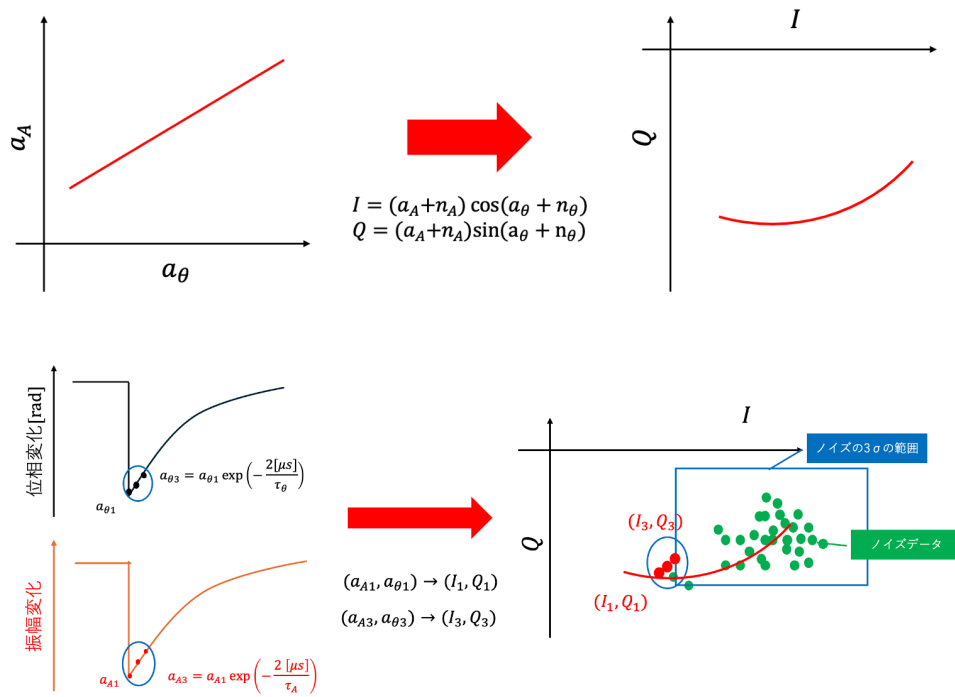


図 5.6: リファレンス波形とノイズデータから Trigger が掛かる θ を計算している様子

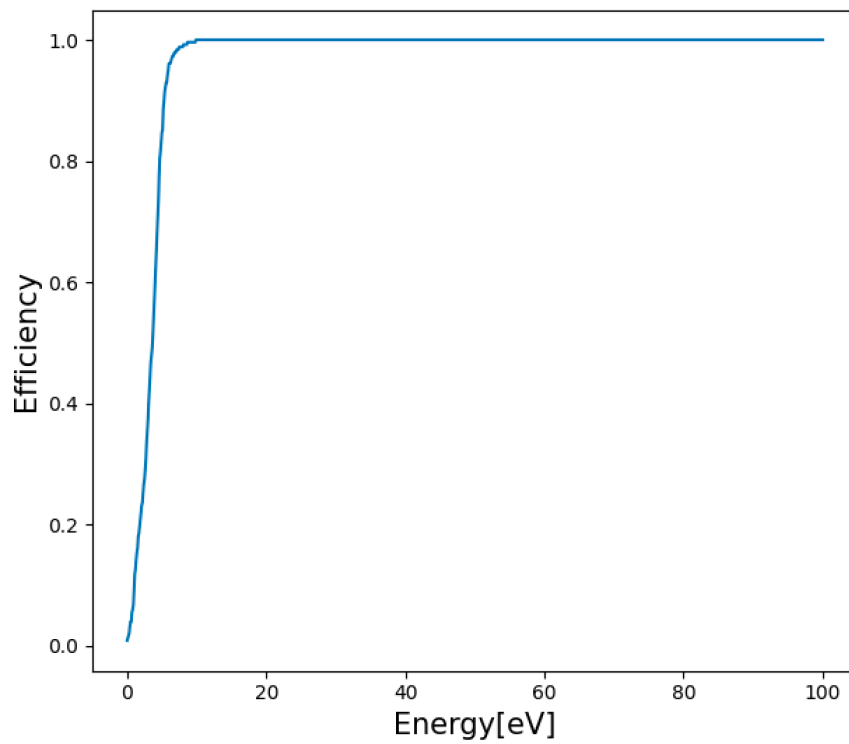


図 5.7: 各エネルギーに対する検出効率

の最小値とする。また最大値は 4.3.5 で求めた線形性が担保される範囲を用いている。そのエネルギー範囲はピンクで示されていて、赤いスペクトルは実際に使うエネルギースペクトルである。この時観測数 $N_{\text{obs}} = 14$ となる。また青い点線は検出率を示し、青い三角は 99 % 検出されるようなエネルギーを示す。

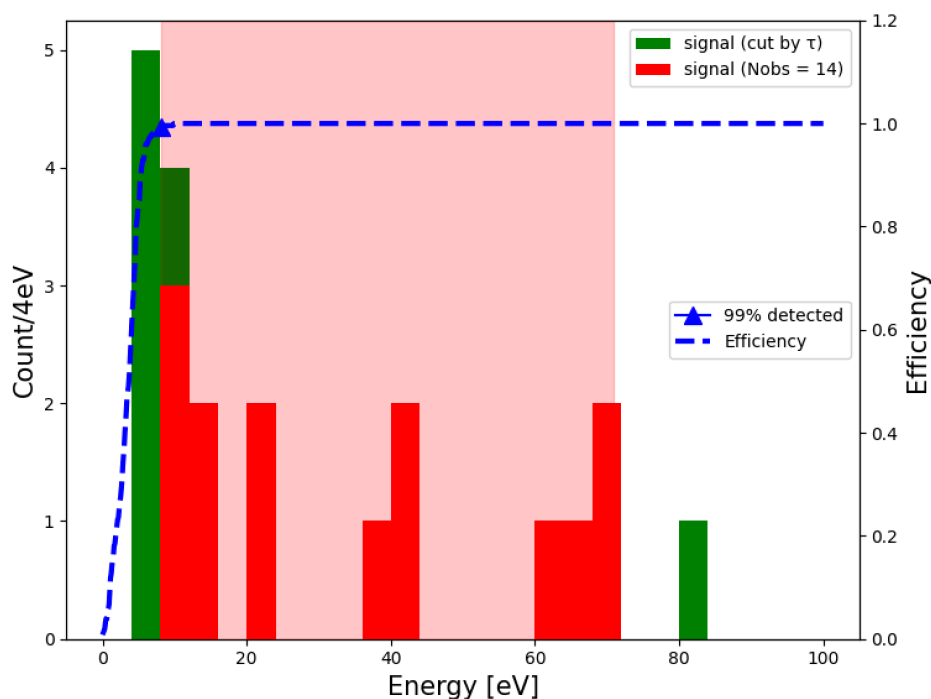


図 5.8: 解析で用いるエネルギースペクトル (緑のスペクトルは τ の条件によってカットされたスペクトルで、赤のスペクトルは実際に使用するものである。またピンクの範囲は今回用いるエネルギー範囲であり、青い点線は検出率、青い三角は 99 パーセント検出されるようなエネルギーを表している)

5.2 暗黒物質-電子直接散乱のモデル

5.2.1 スピンに依存しない電子-暗黒物質散乱のモデル

暗黒物質-電子散乱モデルはさまざま仮定されており、図 5.9 のように大きく分けて四つのモデルが存在する。本研究ではスピンに依存しない散乱 (Spin Independent:SI) を仮定している。以下では SI 散乱についてのみ述べていく。

非相対論的極限では質量 m_χ の暗黒物質が媒介粒子 ϕ を介して、数密度 n の電子と相互作用すると仮定されている。その散乱時のハミルトニアンは以下の形が仮定されている [55] [56]。

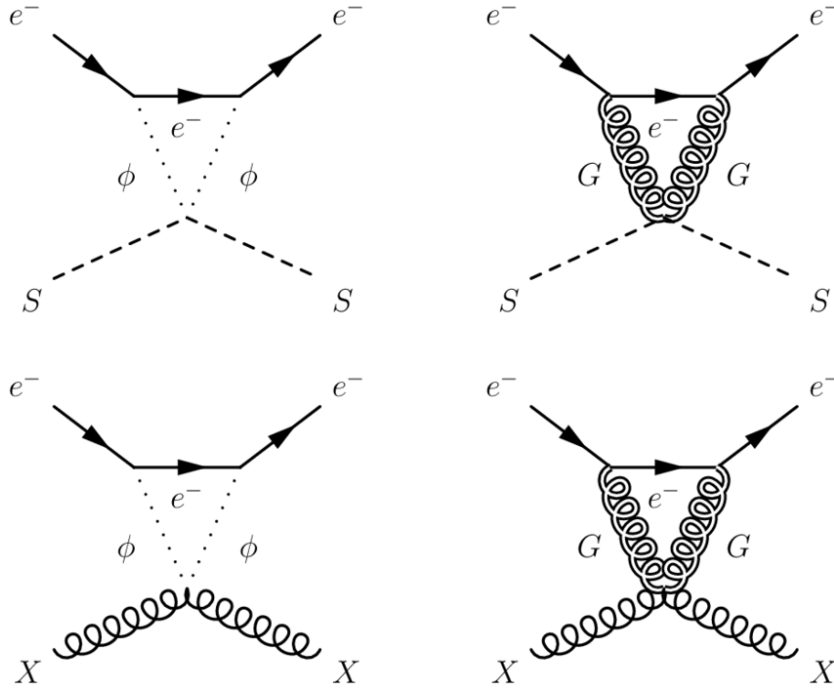


図 5.9: 想定されている暗黒物質と電子の散乱のファインマン図 [54]。(左上)Scalar mediator を通したスピンに依存しない DM-電子散乱 (右上)Vector mediator を通したスピンに依存しない DM-電子散乱 (左下)Scalar mediator を通したスピンに依存する DM-電子散乱 (右下)Vector mediator を通したスピンに依存する DM-電子散乱

$$H_{\text{scalar}} = g_\chi \phi \bar{\chi} \chi + g_e \phi \bar{e} e = g_\chi \phi n_\chi + g_e \phi n \quad (5.9)$$

$$H_{\text{vector}} = g_\chi V_\mu \bar{\chi} \gamma^\mu \chi + g_e V_\mu \bar{e} \gamma^\mu e = g_\chi V_0 n_\chi + g_e V_0 n \quad (5.10)$$

ここで n_χ 、 n はそれぞれ暗黒物質、電子数密度演算子である。また、図 5.9 のようにスカラー型 Scalar mediator、ベクトル型 Vector mediator が仮定されており、ハミルトニアンはそれぞれ式 (5.9)(5.10) のように表される。ここで Vector mediator を考える時、 $\mu = 0$ の成分による散乱が支配的なので式 (5.9)(5.10) は同型となる。よって Scalar mediator と Vector mediator の散乱レートは同様に考えることができる。この時電子密度摂動 $n_{\mathbf{k}}$ と暗黒物質への外部ポテンシャルの摂動は以下のように表せる [55]。

$$H_{\text{ext}} = \int \frac{d^3 \mathbf{k}}{(2\pi)^3} \times \left(\frac{g_\chi g_e e^{i\mathbf{k} \cdot \mathbf{x}}}{k^2 + m_\phi^2} \right) \quad (5.11)$$

この時、括弧内の項は暗黒物質による *external (unscreened)* ポテンシャルを表している。また $\mathbf{k}$ は反跳電子の運動量を表している。

ここで式 (5.11) で表されるハミルトニアンを質量 m_χ の暗黒物質との散乱によって電子の運動量が $\mathbf{p}_i$ から $\mathbf{p}_f$ に遷移する場合について評価したい。このときエネルギー固有状態は $|i\rangle \rightarrow |f\rangle$ に遷移しているとする。ここで暗黒物質の運動量固有状態について考えると $|\mathbf{p}\rangle \rightarrow |\mathbf{p}'\rangle$ に遷移してお

り、それぞれ $\mathbf{p} = m_\chi \mathbf{v}$, $\mathbf{p}' = \mathbf{p} - \mathbf{k}$ と表される。このとき $\mathbf{v}$, $\mathbf{k}$ はそれぞれ入射する暗黒物質の速度、暗黒物質から電子への運動量移行を表している。このとき暗黒物質から電子に渡されるエネルギーは以下のように表される [57]。

$$\omega_{\mathbf{k}} = \frac{1}{2}m_\chi v^2 - \frac{(m_\chi \mathbf{v} - \mathbf{k})^2}{2m_\chi} = \mathbf{k} \cdot \mathbf{v} - \frac{k^2}{2m_\chi} \quad (5.12)$$

ここでフェルミの黄金率を用い、終状態について積分することにより、散乱レート $\Gamma(\mathbf{v})$ は以下のように表せる [57]。

$$\Gamma(\mathbf{v}) = \int \frac{d^3k}{(2\pi)^3} \sum_f |\langle \mathbf{p}', f | \delta \hat{H} | \mathbf{p}_i, i \rangle|^2 2\pi \delta(E_f - E_i - \omega_{\mathbf{k}}) \quad (5.13)$$

この時ボルン近似などを用いて式 (5.13) を計算すると以下のように表される [57]。

$$\Gamma(\mathbf{v}) = \frac{\pi \bar{\sigma}_e}{\mu_{\chi e}^2} \int \frac{d^3k}{(2\pi)^3} |F_{DM}(q)|^2 S(\omega, \mathbf{k}) \quad (5.14)$$

と変形することができる。この時 $\bar{\sigma}_e$, $\mu_{\chi e}$ はそれぞれ電子-暗黒物質の散乱断面積、暗黒物質と電子の換算質量を表している。ここで換算質量 $\mu_{\chi e}$ に関しては以下のような関係式が成り立つ。

$$\frac{1}{\mu_{\chi e}} = \frac{1}{m_\chi} + \frac{1}{m_e} \quad (5.15)$$

また $S(\omega, \mathbf{k})$ は動的構造因子 (dynamic structure factor) と呼ばれるもので以下のように定義されている [56]。

$$S(\omega, \mathbf{k}) \equiv \frac{2\pi}{V} \sum_{i,f} P(E_i) |\langle f | n_{-\mathbf{k}} | i \rangle|^2 \delta(\omega + E_i - E_f) \quad (5.16)$$

ここで $n_{-\mathbf{k}}$, V はそれぞれ電子数密度のフーリエ変換、媒質の体積を表している。また $P_i(E_i)$ は熱占有率（系がエネルギー E_i をとる確率）であり、以下のように表される。

$$P_i(E_i) \equiv e^{-\beta E_i} / Z \quad (5.17)$$

ただし

$$Z = \sum_{\omega \in \Omega} \exp\{-\beta \mathcal{E}(\omega)\}, \quad \beta = \frac{1}{k_B T} \quad (5.18)$$

と表される統計力学における分配関数である。この時 $\mathcal{E}(\omega)$ は系が $\omega \in \Omega$ にある時のエネルギーである。ここで個体中での電子の相互作用を考えることで $S(\omega, \mathbf{k})$ は以下のように表すことができる [58] [59]。

$$S(\omega, \mathbf{k}) = \frac{k^2}{2\pi\alpha} \frac{1}{1 - e^{-\beta\omega}} \text{Im} \left[\frac{-1}{\epsilon_L(\omega, \mathbf{k})} \right] \quad (5.19)$$

この時 $\alpha = e^2/4\pi\epsilon_0\hbar c = 1/137$ で表される、微細構造定数である。また $\epsilon_L(\omega, \mathbf{k})$ は縦方向の誘電関数を表す（誘電関数に関しては次節で詳しく説明する）。また以下で表される式をエネルギー損失関数 (Energy loss function: ELF) と呼ぶ。

$$\text{Im} \left[\frac{-1}{\epsilon_L(\omega, \mathbf{k})} \right] \quad (5.20)$$

DarkELF ではさまざまな誘電関数のモデルを用いて ELF を計算している。

以上で表される $S(\omega, \mathbf{k})$ はターゲットに依存する因子であるのに対し、 $F_{DM}(k)$ は暗黒物質-媒介粒子の構造因子と呼ばれ、以下のように表される、媒介粒子の重さに依存する因子である [56]。

$$F_{DM}(k) = \frac{\alpha^2 m_e^2 + m_\phi^2}{k^2 + m_\phi^2} \quad (5.21)$$

この時媒介粒子には軽い Massless (Light) mediator と、重い Massive (Heavy) mediator の 2 つが存在する。Massless mediator の質量は $m_\phi \ll 1 \text{ eV} \sim \alpha m_e$ の小さい質量が仮定されているのに対し、Massive mediator の質量は $m_\phi \sim \text{数 MeV} \gg \alpha m_e$ が仮定されている。よって式 (5.21) は以下のように近似することができる。

$$F_{DM}(k) = \begin{cases} \frac{(\alpha m_e)^2}{k^2} & (\text{Massless mediator}) \\ 1 & (\text{Massive mediator}) \end{cases} \quad (5.22)$$

次にターゲット質量あたりの全散乱レート R を得るために、暗黒物質の初期速度の平均をとり、検出器内の暗黒物質粒子数の数を掛け、検出器の質量で割ると次の式が得られる。

$$R = \frac{1}{\rho_T} \frac{\rho_\chi}{m_\chi} \int d^3v f_\chi(\mathbf{v}) \Gamma(\mathbf{v}) \quad (5.23)$$

ここで ρ_T はターゲット物質の密度であり、 ρ_χ は局所的な暗黒物質のエネルギー密度であり、本解析では $\rho_\chi = 0.4 \text{ GeV}$ を用いている。また $f_\chi(\mathbf{v})$ は暗黒物質の速度分布である。

式 (5.14)(5.19) を用いて表すと、式 (5.23) は以下のように変形できる。

$$R = \frac{1}{\rho_T} \frac{\rho_\chi}{m_\chi} \frac{\overline{\sigma_e}}{\mu_{\chi e}^2} \frac{\pi}{\alpha} \int d^3v f_\chi(v) \int \frac{d^3\mathbf{k}}{(2\pi)^3} k^2 |F_{DM}(k)|^2 \times \int \frac{d\omega}{2\pi} \frac{1}{1 - e^{-\beta\omega}} \text{Im} \left[\frac{-1}{\epsilon(\omega, \mathbf{k})} \right] \delta \left(\omega + \frac{k^2}{2m_\chi} - \mathbf{k} \cdot \mathbf{v} \right) \quad (5.24)$$

またこの時速度分布 $f_\chi(v)$ は標準ハローモデル (Standard Halo Model: SHM)^{*1}を用いると、対応する速度分布はマクスウェル・ボルツマン分布に一致することから、以下のように近似することができる [57]。

$$f_\chi^{\text{MB}}(\mathbf{v}) = \frac{1}{N_0} e^{-(\mathbf{v} + \mathbf{v}_e)^2 / v_0^2} \Theta(v_{\text{esc}} - |\mathbf{v} + \mathbf{v}_e|) \quad (5.25)$$

$$N_0 = \pi^{3/2} v_0^2 \left[v_0 \text{erf}(v_{\text{esc}}/v_0) - \frac{2v_{\text{esc}}}{\sqrt{\pi}} \exp(-v_{\text{esc}}^2/v_0^2) \right] \quad (5.26)$$

ここで $v_{\text{esc}} = 500 \text{ km/s}$ 局所的な銀河系脱出速度、 $v_E = 240 \text{ km/s}$ は銀河系における地球の速度に一致する。はまた v_0 は速度の分散を示しており $v_c = 220 \text{ km/s}$ 太陽の円周速度に一致する。また $\text{erf}(x)$ は以下のように定義されるエラー関数である。

$$\text{erf}(x) \equiv \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x dz e^{-z^2} \quad (5.27)$$

^{*1} 標準ハローモデル: 回転しない等方性暗黒物質分布であり、太陽の近傍では銀河中心からの距離を r とすると r^{-2} に従ってその密度が減少する。銀河系内の暗黒物質のような実質的に衝突のない粒子の自己重力ガスは、激しい緩和メカニズムを通じて熱平衡に達する可能性がある [60]。

5.2.2 誘電関数

本節では DarkELF パッケージで計算されている誘電関数に関して説明する。(詳しくは [41] [61] を参照)

まず DarkELF で用いている誘電関数の定義に関して、伝搬する電磁波 $\mathbf{E}$ に関して説明する。波数ベクトル $\mathbf{k}$ とすると縦方向成分 $\mathbf{E}_L$ と横方向成分 $\mathbf{E}_T$ を次のように定義する。

$$\mathbf{E}_L = (\mathbf{n}_k \cdot \mathbf{E})\mathbf{n}_k \quad (5.28)$$

$$\mathbf{E}_T = (\mathbf{n}_k \times \mathbf{E}) \times \mathbf{n}_k \quad (5.29)$$

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_L + \mathbf{E}_T \quad (5.30)$$

ただし $\mathbf{n}_k = \mathbf{k}/|\mathbf{k}|$ である。よって $\nabla \times \mathbf{E}_L = 0$, $\nabla \cdot \mathbf{E}_T = 0$ が成り立つ。式 (5.19)(5.20) より、暗黒物質-電子散乱レートの計算では縦方向成分にのみに興味があるので、以下では縦方向成分のみに着目する。

この時縦方向成分の電場に関して以下のような関係が成り立っている。

$$\mathbf{E}_L(\mathbf{r}, t) = \mathbf{D}_L(\mathbf{r}, t) + \mathbf{E}_{\text{pol}}(\mathbf{r}, t) \quad (5.31)$$

この時 $\mathbf{D}_L$ は縦方向の電束密度であり、以下のような関係式が成り立つ。

$$\nabla \cdot \mathbf{D}_L(\mathbf{r}, t) = 4\pi\rho_{\text{ext}}(\mathbf{r}, t) \quad (5.32)$$

この時 ρ_{ext} は外部電荷を表す。また $\mathbf{E}_{\text{pol}}$ は外部の電場によって誘導された電場を表し、以下の関係式が成り立つ。

$$\nabla \cdot \mathbf{E}_{\text{pol}}(\mathbf{r}, t) = 4\pi\rho_{\text{ind}}(\mathbf{r}, t) \quad (5.33)$$

この時 ρ_{ind} は誘導電荷を表す。よって式 (5.31) より以下の関係式が成り立つ。

$$\nabla \cdot \mathbf{E}_L = 4\pi[\rho_{\text{ext}}(\mathbf{r}, t) + \rho_{\text{ind}}(\mathbf{r}, t)] \quad (5.34)$$

ここで式 (5.32)(5.33)(5.34) をフーリエ変換すると以下のように表される。

$$i\mathbf{k} \cdot \mathbf{D}_L(\mathbf{k}, \omega) = 4\pi\rho_{\text{ext}}(\mathbf{k}, \omega) \quad (5.35)$$

$$i\mathbf{k} \cdot \mathbf{E}_L(\mathbf{k}, \omega) = 4\pi[\rho_{\text{ext}}(\mathbf{k}, \omega) + \rho_{\text{ind}}(\mathbf{k}, \omega)] = 4\pi\rho(\mathbf{k}, \omega) \quad (5.36)$$

$$i\mathbf{k} \cdot \mathbf{E}_L(\text{pol}, \omega) = 4\pi\rho_{\text{ind}}(\mathbf{k}, \omega) \quad (5.37)$$

この時 $\rho(\mathbf{k}, \omega) = \rho_{\text{ext}}(\mathbf{k}, \omega) + \rho_{\text{ind}}(\mathbf{k}, \omega)$ である。

ここで縦方向の誘電関数 $\epsilon_L(\mathbf{k}, \omega)$ は以下のように定義される。

$$\mathbf{E}_L(\mathbf{k}, \omega) = \frac{\mathbf{D}_L(\mathbf{k}, \omega)}{\epsilon_L(\mathbf{k}, \omega)} \quad (5.38)$$

よって式 (5.35)(5.36)(5.37) より以下の関係式が導ける。

$$\frac{1}{\epsilon_L(\mathbf{k}, \omega)} = 1 + \frac{\rho_{\text{ind}}(\mathbf{k}, \omega)}{\rho_{\text{ext}}(\mathbf{k}, \omega)} \quad (5.39)$$

ここで RPA(Random Phase Approximation) という方法を用いる。この方法は電子と媒質中の誘導電場との相互作用が弱い、つまり $\rho_{\text{ind}} \ll \rho$ と見なす考え方であり、 $\rho \approx \rho_{\text{ext}}$ のように近似することができる。式 (5.39) に関しては以下のような近似をすることができる。

$$\frac{1}{\epsilon_L^{\text{RPA}}(\mathbf{k}, \omega)} = 1 + \frac{\rho_{\text{ind}}(\mathbf{k}, \omega)}{\rho_{\text{ext}}(\mathbf{k}, \omega)} \quad (5.40)$$

上式より以下の式が導ける。

$$\epsilon_L^{\text{RPA}}(\mathbf{k}, \omega) = 1 + 4\pi\chi(\mathbf{k}, \omega) = 1 - \frac{4\pi}{k^2} \frac{\rho_{\text{ind}}(\mathbf{k}, \omega)}{\Phi(\mathbf{k}, \omega)} \quad (5.41)$$

ここで $\chi(\mathbf{k}, \omega) = -\frac{1}{k^2} \frac{\rho_{\text{ind}}(\mathbf{k}, \omega)}{\Phi(\mathbf{k}, \omega)}$ は電気感受率と呼ばれ、 $\Phi(\mathbf{k}, \omega) = 4\pi\rho(\mathbf{k}, \omega)$ で表されるスカラーポテンシャルである。

この誘電関数 (電気感受率) を計算する (詳細な計算は [41] を参照) と以下のように運動量 bfp とバンド l に関する合計をとった形となる。

$$\epsilon_L^{\text{RPA}}(\mathbf{k}, \omega) = 1 - \frac{4\pi\alpha}{Vk^2} \sum_{\mathbf{p}, \mathbf{p}', l, l'} |\langle \mathbf{p}', l' | e^{i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}} | \mathbf{p}, l \rangle|^2 \times \lim_{\eta \rightarrow 0} \frac{f^0(\omega_{\mathbf{p}', l'}) - f^0(\omega_{\mathbf{p}, l})}{\omega_{\mathbf{p}', l'} - \omega_{\mathbf{p}, l} - \omega - i\eta} \quad (5.42)$$

ただし

$$f^0(\omega_{\mathbf{p}, l}) = \frac{1}{\exp(\omega_{\mathbf{p}, l} - E_F/k_B T)} \quad (5.43)$$

この時 E_F はフェルミエネルギーである。以下では式 (5.43) の詳細な計算方法に関して説明する。

Lindhard モデル

誘電関数に関する最も単純な解析的モデルとして、均質電子ガスを仮定する Lindhard モデルが考えられる。この時、誘電関数はフェルミ速度 $v_F = k_F/m_e$ とプラズマ周波数 $\omega_p = \sqrt{4\pi\alpha n_e/m_e}$ (n_e は電子の数密度) によって特徴づけられている。Lindhard モデルの誘電関数 ϵ_{Lin} は以下のように表される [61]。

$$\epsilon_{\text{Lin}}(\omega, k; \omega_p) = 1 + \frac{3\omega_p^2}{k^2 v_F^2} \left[f_1\left(\frac{\omega}{kv_F}, \frac{k}{2mv_F}\right) + if_2\left(\frac{\omega}{kv_F}, \frac{k}{2mv_F}\right) \right] \quad (5.44)$$

ただし

$$\begin{aligned} v_F &= \left(\frac{3\pi\omega_p^2}{4\alpha m_e^2} \right)^{1/3} \\ f_1(u, z) &= \frac{1}{2} + \frac{1}{8z} [g(z-u) + g(z+u)] \\ f_2(u, z) &= \begin{cases} \frac{\pi}{2}u, & z+u < 1 \\ \frac{\pi}{8z}(1-(z-u)^2), & |z-u| < 1 < z+u \\ 0, & |z-u| > 1 \end{cases} \\ g(x) &= (1-x^2) \log \left| \frac{1+x}{1-x} \right| \end{aligned}$$

Mermin モデル

Lindhard モデルの欠点はプラズモン^{*2}ピークの幅がゼロであることである。それらの問題を Lindhard モデルを plasmon-pole と呼ばれる Γ を用いて以下のように解決したものを Mermin モデル [62] と呼び、その誘電関数 ϵ_{Mer}

$$\epsilon_{\text{Mer}}(\omega, k; \omega_p, \Gamma) = 1 + \frac{(1 + i\Gamma/\omega)(\epsilon_{\text{Lin}}(k, \omega + i\Gamma) - 1)}{1 + (i\Gamma/\omega) \frac{\epsilon_{\text{Lin}}(k, \omega + i\Gamma) - 1}{\epsilon_{\text{Lin}}(k, 0) - 1}} \quad (5.45)$$

本節では Lindhard モデル、Mermin モデルの両方を用いて解析を行っていく。ここで式 (5.24)(5.44)(5.45) を用いて、図 5.10 に Mermin モデルと Lindhard モデルについて Massless および Massive mediator の時の散乱レートを図 5.10 に示す。ただし ω は電子に与えられるエネルギーを示している。ただし $\sigma_e = 10^{-22}[\text{cm}^2]$ 、 $M_{\text{DM}} = 100 \text{ MeV}$ としている。

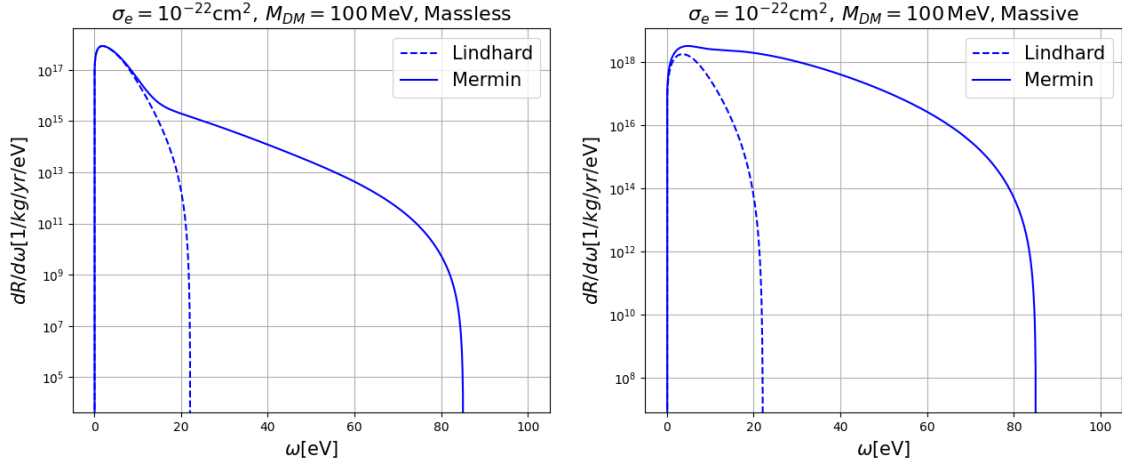


図 5.10: Mermin モデル、Lindhard モデルの Massless および Massive mediator の時の散乱レート

5.3 暗黒物質探索

データの正当性によって得られたエネルギースペクトル (図 5.8)、及び誘電関数モデルによる暗黒物質-電子散乱の散乱レート (図 5.10) を比較することにより、散乱断面積の上限値を付けていく。

図 5.11 に散乱レートと検出率を掛け合わせたものを示す。このときの散乱レートは 5.10 に質量 (アルミニウムの密度が 2.7 g/cm^3 、有感体積が $1834.8 \mu\text{m}^3$ であることにより、 $2.7 \text{ g/cm}^3 \times 1834.8 \mu\text{m}^3 \sim 5 \text{ ng}$) と測定時間 (30 分) を掛け合わせたものである。

今回の解析では 5.1.4 節でもとめたエネルギー範囲の総散乱数 (図 5.11 の赤い領域の合計) と $N_{\text{obs}} = 14$ のポアソン分布を仮定した時の 90 % 上限値 $N_{\text{UL}} = 20$ (図 5.12 参照) が一致するような σ_e の上限値を各 M_{DM} についてもとめる、いわゆる Conservative(保守的な) 解析を行った。図 5.13

^{*2} プラズモン: 金属中の自由電子による集団的な振動 (プラズマ振動) の量子

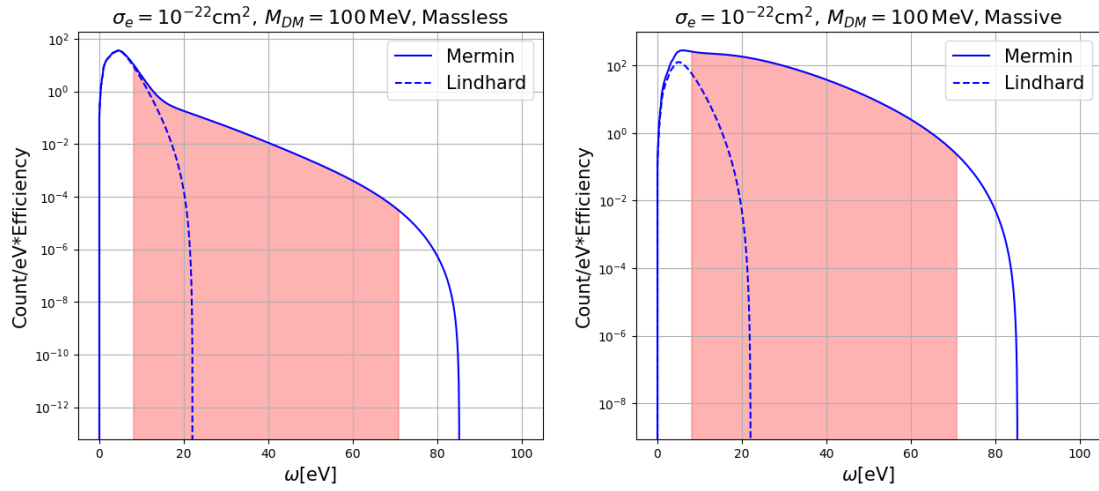
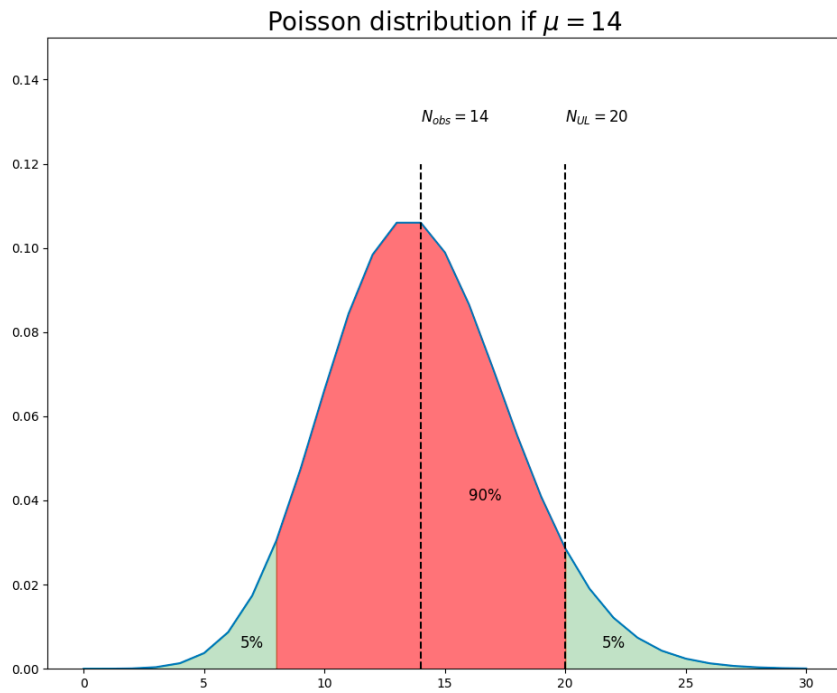


図 5.11: 散乱レート×検出率

に Massless、Massive mediator について、今回の解析で得られた散乱断面積の上限値を示す。実線が Mermin モデル、点線が Lindhard モデルを用いている。

図 5.12: 期待値 $\mu = 14$ の時のポアソン分布と 90 % 上限値 N_{UL}

また先行研究との比較の図を図 5.14 に示す。

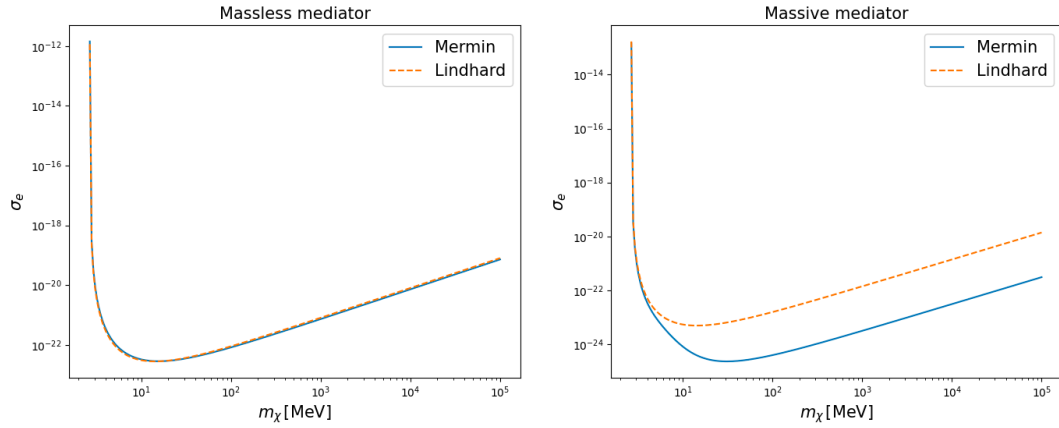


図 5.13: Conservative な解析により得られた散乱断面積の上限値

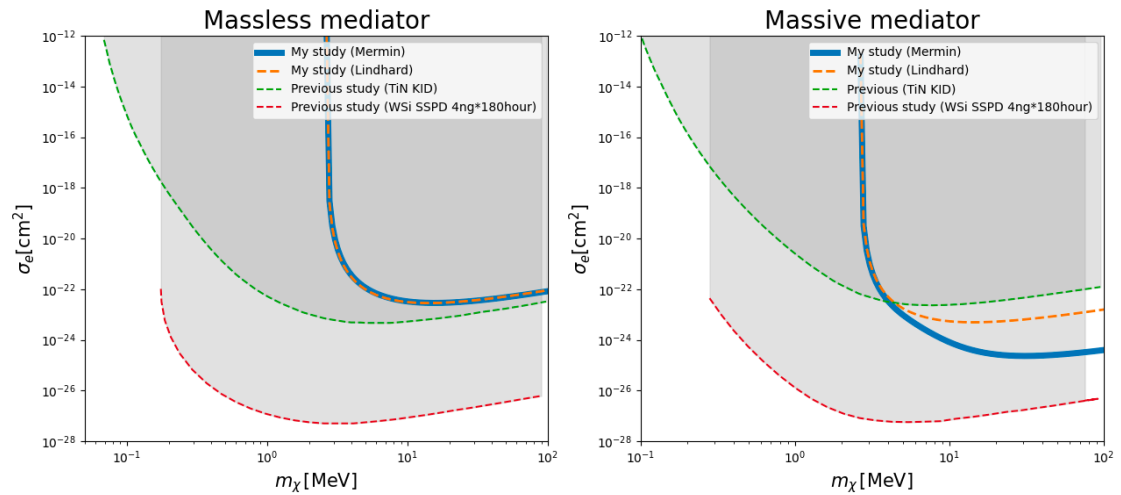


図 5.14: 本研究と先行研究 [16] [9] の暗黒物質-電子散乱における散乱断面積の上限値の比較

第 6 章

結果に対する考察

6.1 バックグラウンド事象に関する考察

5 章では、得られた信号が全て暗黒物質であるとして、保守的な解析を行った。しかし実際には軽い暗黒物質探索で考えられるような低エネルギー領域（meV から数 10 eV）にも背景事象が様々な存在すると考えられており、現在様々な研究が行われている。本節ではそのような低エネルギーの背景事象やそのバックグラウンド事象の低減方法について検討する。

6.1.1 放射線由来のバックグラウンド事象

宇宙線や環境放射線など、様々な放射線が存在するが、それらは keV から GeV の高いエネルギーを有し、暗黒物質との相互作用のエネルギーよりも高く、バックグラウンドとしてはあまり重要視されていない。しかし一部の低エネルギー放射線やこれらの放射線により誘発される事象がバックグラウンド事象となる可能性がある。以下ではそのような放射線由来の事象をまとめる [11]。

トムソン散乱とレイリー散乱

トムソン散乱 (Thomson scattering) とは非相対論的な自由荷電粒子による電磁波 (γ 線) の弾性散乱のうち、可視光などの低周波の電磁波の散乱で、散乱前後で波長の変化が伴わないものを指し、質量 m 、電荷 q の自由粒子によるトムソン散乱で、入射電磁波に偏光のないばいいに、入射方向に対して角度 θ の方向への散乱の微分断面積は以下のように与えられる [63]。

$$\frac{d\sigma_T}{d\Omega} = \left(\frac{q^2}{4\pi\epsilon_0 mc^2} \right)^2 \cdot \frac{1}{2}(1 + \cos^2 \theta) \quad (6.1)$$

上式をトムソンの式と呼び、この散乱は 200 eV 以下のエネルギースケールに寄与することが分かっている。またトムソン散乱は自由電子との散乱を考えているのに対し、結合電子や原子との散乱を考える散乱をレイリー散乱 (Rayleigh scattering) といい、その散乱断面積は次のように表される。

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{d\sigma_T}{d\Omega} F(q, Z)^2 \quad (6.2)$$

このとき $F(q, Z)$ は原子の形状因子である。とくに 10eV の低エネルギー領域ではレイリー散乱が優勢である。

トムソン散乱やレイリー散乱はターゲット物質の原子番号 Z が大きいほど大きくなる。よって Si や炭素などの低 Z ターゲット物質を用いることで低減することができる。また散乱由来のフォノンや熱的なバックグラウンドを押さえるため、検出器を低温で動作させることも低減につながる。

熱外中性子

熱外中性子とは高エネルギー中性子が検出装置の一部でそのエネルギーのほとんどを失うことによって生成された低エネルギー中性子のことであり、0.5~100 eV のエネルギー範囲を持つ。そのような中性子が検出器に入ることにより、低エネルギーの事象が過剰に生成される可能性がある。低減方法としては様々考えられるが、神岡などの地下深くに検出器を配置して宇宙線中性子を遮蔽すること、中性子を遮蔽するポリエチレンやパラフィンなどの減速材を使うことなどが考えられる。

チェレンコフ放射

チェレンコフ放射 (Cherenkov Radiation) とは荷電粒子が媒質中を光速度よりも速い場合に光が放出される現象である。図 6.1 の左図のように高エネルギー電子と宇宙線ミューオンがターゲット物質やケーブルなどの周囲の材料を含む非導電性材料内で相互作用することによって発生しする。発生した光子のエネルギーは数 eV 程度になる。こちらも地下深くの検出器による宇宙線の遮蔽により低減できるほか、銅などの非誘電性の材料によって遮蔽を行うことが考えられる [17]。

遷移放射

相対論的な荷電粒子が異なる誘電率を持つ 2 つの物質の境界を通過するとき、その境界面に電気双極子が誘起される。このとき、双極子が時間的に変化するので光を発する。これを遷移放射 (Transition Radiation) という。図 6.1 左のように検出器の表面を横切り、複数の誘電体を通ることによって発生する。このとき発生光子のエネルギーは数 eV~数 keV に及ぶ。検出器を単純化することによって境界を減らすことで低減できるほか、プリント基板などの多層構造を持つものや絶縁体を金属箔で覆うことなどが考えられる。[17]

電子・正孔対の再結合からの発光とフォノン

宇宙線や放射性崩壊由来の高エネルギー粒子が検出器材料にエネルギーを与えると、検出器材料内の電子が価電子帯から伝導体に励起されることで電子・正孔対が生成される。そのようにして生成された電子と正孔が再結合する際にエネルギーを放出し、光子やフォノンが発生する。図 6.1 の右図は電子・正孔対の生成及び再結合による光子やフォノンの生成の様子を示す。このとき発生する光子は数 eV、フォノンは数 meV~数 eV になる。これも遮蔽や低温での動作によって低減できる。

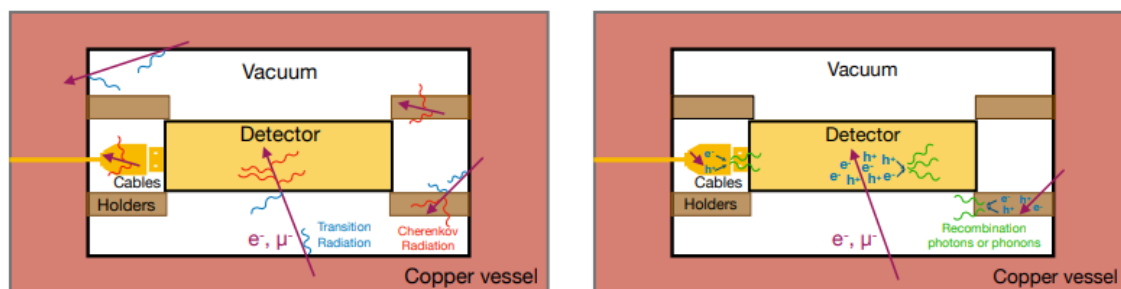


図 6.1: (左) チェレンコフ放射及び遷移放射 (右) 電子・正孔対の再結合からの発光とフォノン [17]

6.1.2 暗電流によるバックグラウンド事象

KID のように電荷が信号になる実験では、放射線以外にも暗電流によるバックグラウンド事象も存在する。暗電流とは KID のような検出器において外部放射線がない場合にも、単一光子の蓄積によって多重電子による電流がない場合にも微弱な電流が流れる現象である。これらの背景事象は単一電子解像度の向上、リーク電流の低減、電子の蓄積を減らすための検出速度の向上、電子が増殖する可能性のある高電界領域の制限することなどによって低減することができる [11]。

6.1.3 検出器の構造由来のバックグラウンド事象

放射線や暗電流など、これまでさまざまな原因由来のバックグラウンド事象について考えてきたが、それだけでは説明できないバックグラウンド事象が 10~100 eV スケールで存在することが報告されている [18]。これらのバックグラウンド事象の原因として最も可能性が高いとされているのが、検出器の材料が熱収縮を起こすことにより、応力が生じ、それによって多原子格子に微小破壊が生じ、フォノンバースト（短時間に多数のフォノンが生成されること）が起これ、それがクーパー対を破壊する（図 6.2A 参照）ことによって生じるバックグラウンド事象である。

これらの応力は検出器のマウント法を変えることによって低減することができる。図 6.2 は TES を用いたカロリメータである。通常図 6.2C のようにワニスを使用して金メッキの銅マウントに直接接着させるような方法を用いる (High Stress method)。またアルミニウムによるワイヤーボンディングによって支えることによって、応力を低減する方法 (Low Stress method) も存在する。これらのカロリメータの背景事象を比較した図を 6.3 に示す。この結果によって、低応力のカロリメータを使うとフォノンバーストによるバックグラウンド事象を低減できることがわかる。

6.1.4 その他のバックグラウンド事象の低減方法

本研究で用いている KID は共振器部分に流入するエネルギーのみを観測することを想定しているので、基板由来のイベントは全てバックグラウンド事象になる。基板由来のバックグラウンド事象の場合、複数の KID で同時読み出しを行った際に、同じ時間に信号が観測されることが考えられる。

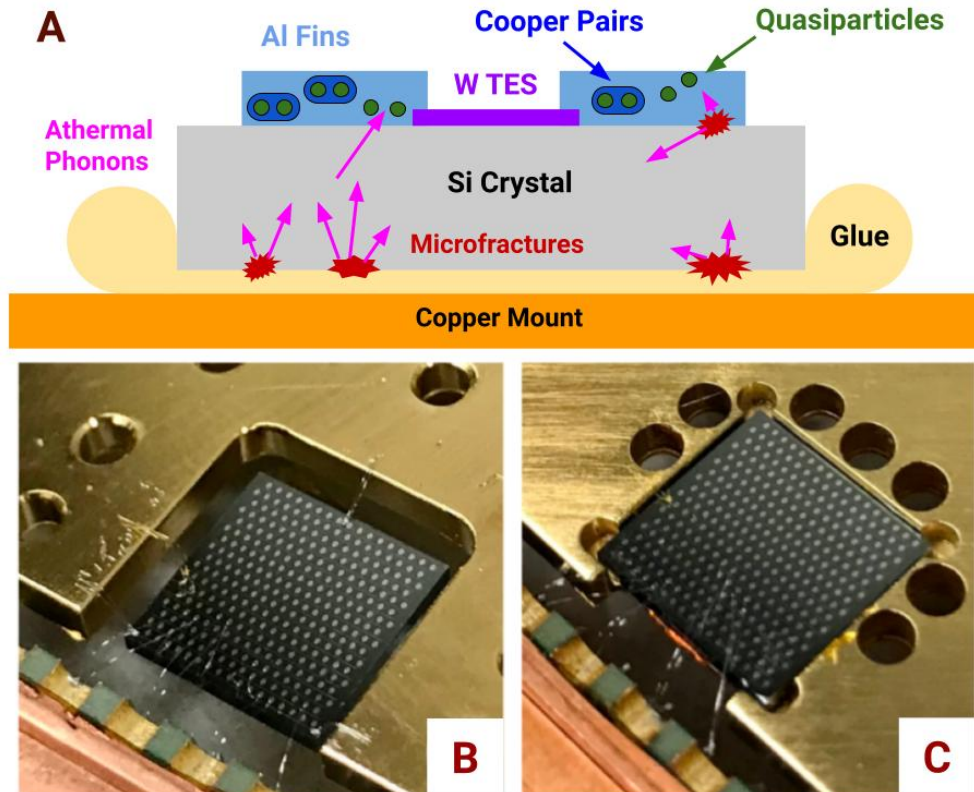


図 6.2: 微視的な応力によるフォノン発生原理 (A) と小さな応力 (Low Stress) が働くようなマウント法 (B) と大きな応力 (High Stress) が働くようなマウント法 (C) で付けられたカロリメータ [18]

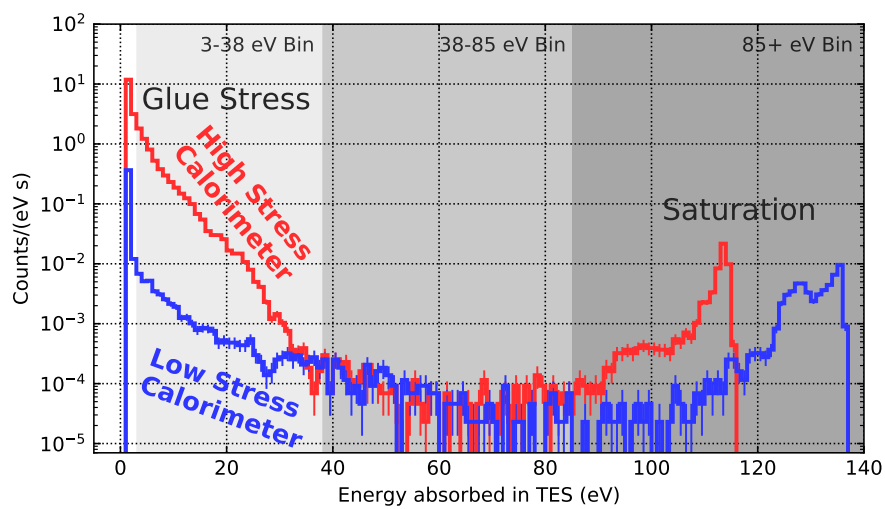


図 6.3: 高応力 (赤) と低応力 (青) のカロリメータの中の TES で吸収された背景事象のエネルギースペクトル

従って、それぞれの KID 測定データのコインシデンスをとって、それらを VETO することでバックグラウンド事象を排除できると考えられる。

6.2 暗黒物質探索の将来展望に関する考察

本節では exposure（ターゲット質量×観測時間）や検出器のエネルギー閾値（Hf-KID では～数 eV と予想される）、さらにはバックグラウンド事象の数（極低放射能下での測定）を少なくする（1/10、1/100、バックグラウンドフリーの場合など）ことによって、どのぐらいの領域を探索できるかどうかについて考察していく。

この時図 4.28 から信号の観測レートを以下のように計算することができる。

$$\begin{aligned} R_{\text{obs}} &= \text{観測数/検出器の質量/観測時間/有効なエネルギー範囲} \\ &= 14 \text{ counts}/5 \times 10^{-9} \text{ g}/0.5 \text{ hour}/65 \text{ eV} \\ &= 2.7 \times 10^7 \text{ counts/g/hour/eV} \end{aligned} \quad (6.3)$$

この時観測数 N_{signal} が 3σ の優位性をとるとき、予想されるバックグラウンド事象数を $N_{\text{background}}$ とすると以下のような関係式が成り立つ。

$$N_{\text{signal}} \geq N_{\text{background}} + 3\sqrt{N_{\text{background}}} \quad (6.4)$$

このときポアソン分布を仮定している。

ここでそのとき予想される 3σ の優位性を持つような暗黒物質の観測数を N_{DM} とすると、

$$\min(N_{\text{signal}}) = N_{\text{DM}} + N_{\text{background}} \quad (6.5)$$

$$\therefore N_{\text{DM}} = 3\sqrt{N_{\text{background}}} \quad (6.6)$$

と表される。このとき予想されるバックグラウンド事象数を $N_{\text{background}}$ は以下のようにして求める。

$$N_{\text{background}} = R \times \text{exposure} \times \text{探索するエネルギー範囲} \quad (6.7)$$

6.2.1 exposure を変える場合

まずは exposure を大きくする場合を考える。この時バックグラウンド事象が外部の放射線由来の事象が大多数を占めると考えると、バックグラウンド事象数は検出器のターゲット質量に依存すると考えられるが、KID の共振器以外の基板にエネルギーが注入することで発生するフォノンや前節で議論したフォノンバーストなど、検出器由来のバックグラウンド事象が大多数を占める場合、バックグラウンド事象数はターゲット質量に依存しないと考える。以下ではその二つの場合について考える。

バックグラウンド事象数がターゲット質量に依存する場合

最初にバックグラウンド事象数が検出器のターゲット質量に依存するについて考える。まず本研究と同じ Al の KID を用いて探索をした場合について散乱断面積の上限値を求める。青い実線は

Mermin モデルを用いた時の図 6.4 で示されている上限値、オレンジと緑の点線はそれぞれ exposure がそれぞれ $1 \mu\text{g} \times \text{year}$ 、 $250 \mu\text{g} \times \text{year}$ の時の上限値を示している。

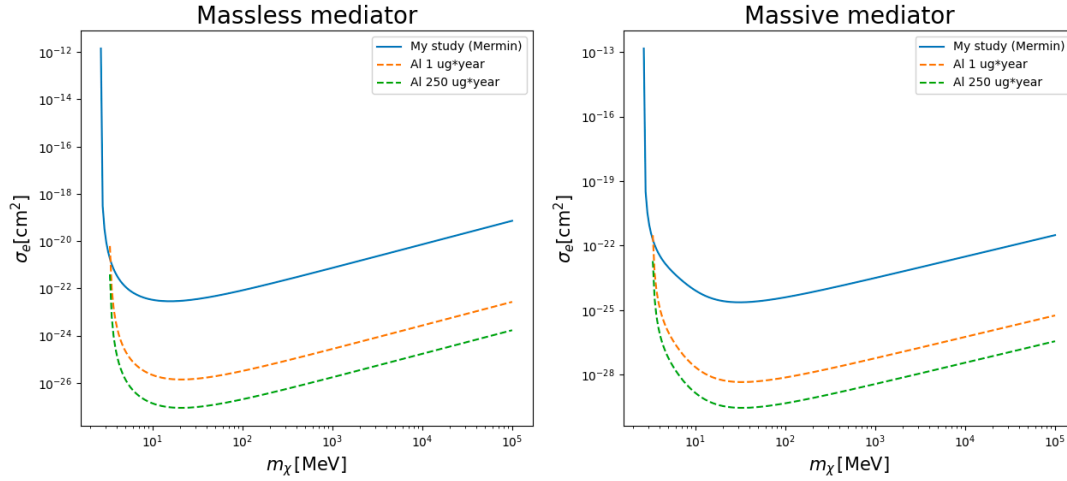


図 6.4: exposure を変えた時の散乱断面積の上限値

バックグラウンド事象がターゲット質量に依存しない場合

バックグラウンド事象が検出器のターゲット質量に依存しない場合、式 (6.7) において exposure のターゲット質量を本研究で用いた KID のターゲット質量 (約 5 ng) にすることによって算出した。図 6.5 に検出器質量に依存している時と、していない時の比較の図を表す。緑の点線と青い実線は exposure がそれぞれ $1 \mu\text{g} \times \text{year}$ 、 $250 \mu\text{g} \times \text{year}$ の質量依存の時で、オレンジの実線が $250 \mu\text{g} \times \text{year}$ の時の上限値を示している。このように依存しない時の方が依存する時よりも厳しい制限をつけることができる。

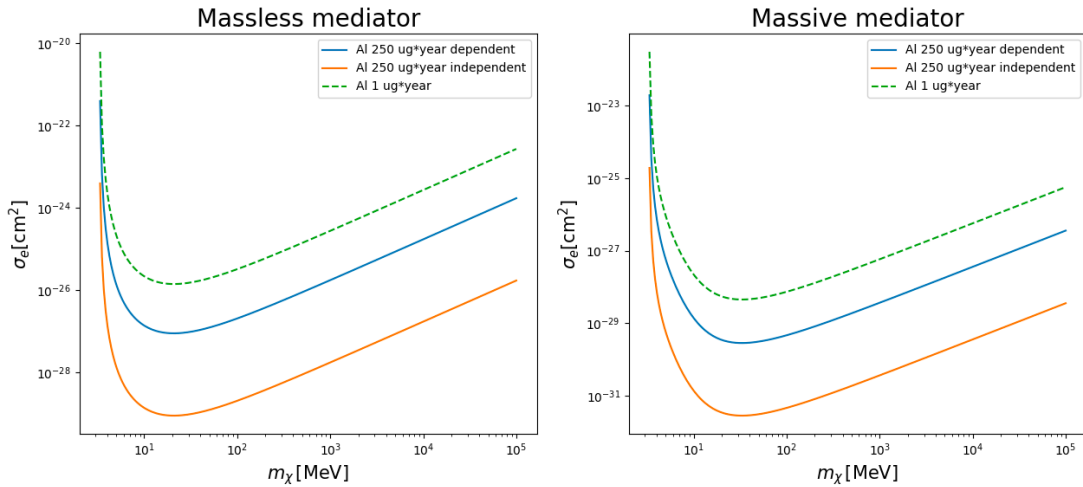


図 6.5: 背景事象が検出器質量に依存している時と依存していない時の比較

6.2.2 低エネルギー閾値をもつ検出器を用いる場合

Hf-KID などを用いると本研究で用いている Al-KID よりも 10 倍以上小さなエネルギー閾値になると考えられる。よって探索するエネルギー範囲を変える場合の上限値についても考える。図 6.6 には $\text{exposure}=250 \mu\text{g} \times \text{year}$ の時に探索するエネルギー範囲をそれぞれ 10eV $\sim$ 70eV (Al-KID)、1eV $\sim$ 10eV、0.1eV $\sim$ 10eV、0.1 eV $\sim$ 20 eV、0.1 eV $\sim$ 1 eV (Hf-KID などの高感度の検出器) にした場合を示す。エネルギー範囲の最小値を 10 eV、1 eV、0.1 eV と 10 倍ずつ小さくして行くと、探索可能な暗黒物質質量 m_χ が数 10 MeV、数 MeV、数百 keV と小さくなっていくことが分かる。ただしこれはバックグラウンド事象数が検出器のターゲット質量に依存しない場合を用いている。

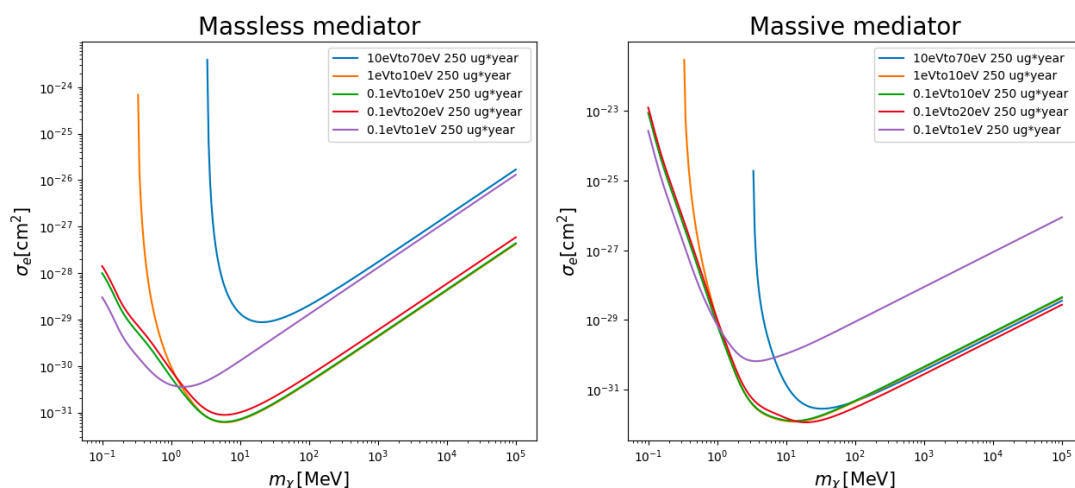


図 6.6: 探索するエネルギー範囲を変えたときの上限値の比較

6.2.3 極低放射能下での測定の場合

神岡地下などで測定を行う場合、宇宙線など放射線はほとんど遮蔽されるため^{*1}、放射線由来のバックグラウンド事象はかなりの割合で低減すると考えられる。よって最後に背景事象が低減される場合についての考察を行う。図 6.7 にはバックグラウンド事象が低減されない場合、1/10、1/100、バックグラウンドフリー（1つ以上信号が入ったら暗黒物質と見なす）になった場合を示している。図からわかるように背景事象が低減されるごとに、より厳しい制限がつけられることがわかる。

6.2.4 先行研究との比較

最後に先行研究との比較を行った図を図 6.8 に示す。太線が本研究および考察によって得られた上限値の将来展望を示している。exposure はそれぞれ Al で $2.5 \text{ ng} \times \text{year}$ (青)、 $1 \mu\text{g} \times \text{year}$ (赤)、

^{*1} Rn による放射線は地下の方が多いため、遮蔽することができない

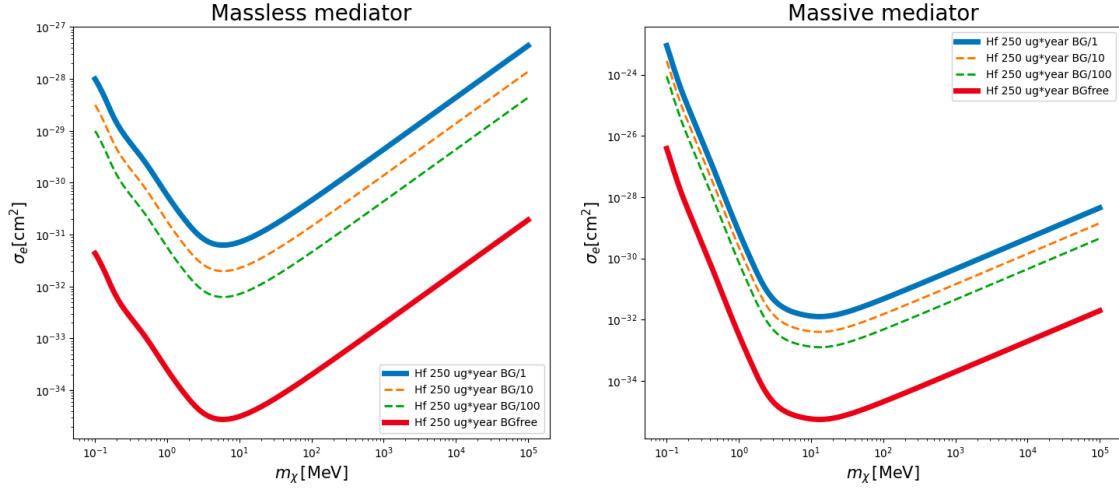


図 6.7: バックグラウンド低減されない場合と 1/10、1/100、バックグラウンドフリーの時の比較

250 $\mu\text{g} \times \text{year}$ (紫)、Hf で 250 $\mu\text{g} \times \text{year}$ (茶)である。この時 Hf の場合探索するエネルギー範囲として 0.1eV $\sim$ 10eV を仮定している。また連続線がバックグラウンド事象数がターゲット質量に依存する場合、破線が依存しない場合、点線がバックグラウンドフリーの場合を表している。またオレンジ、緑の点線はそれぞれ先行研究 [16] の TiN と Ti と Al からなる KID での現在の探索領域、[9] の NbN の SSPD で探索されている領域を示している。ここからわかるように現在の測定では先行研究より良い制限はつけられていないが、将来展望では先行研究より良い制限を付けられる見通しである。また水色の実線は [9] で予想されている NbN の SSPD での探索の将来展望であり、KID においても閾値や、さらなる多重化によって同等の探索ができる可能性がある。

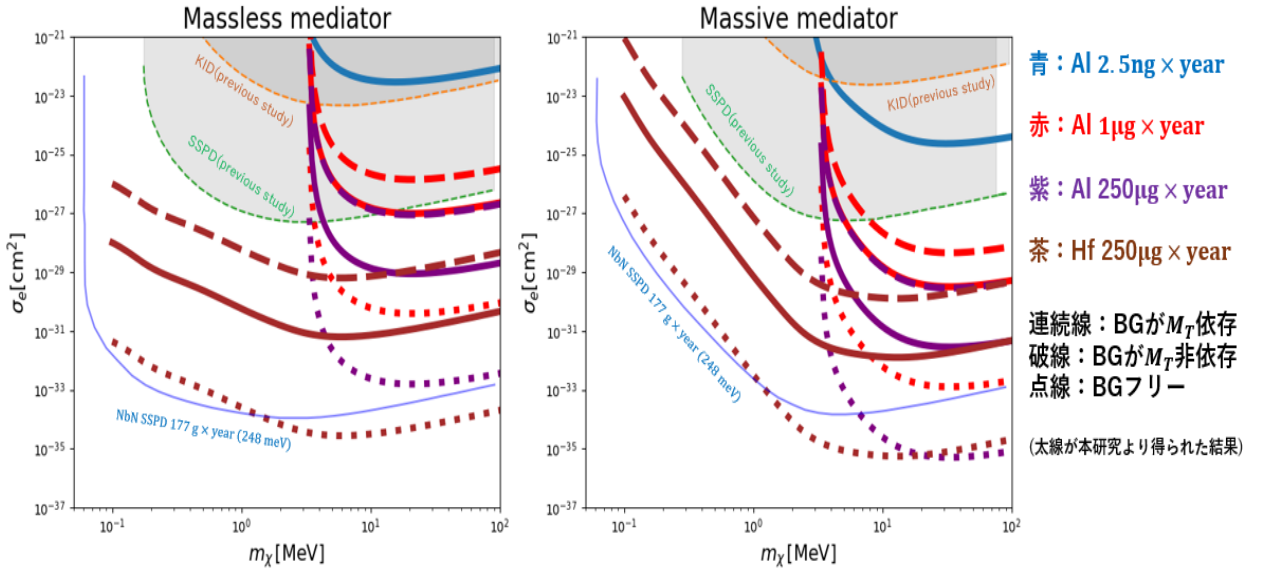


図 6.8: 先行研究 [16] [9] との比較

第 7 章

結論

本論文では超伝導検出器 KID によって測定されたデータを用いて、軽い暗黒物質の直接探索を行い、散乱断面積に上限を付けていった。本章ではそのまとめを行い、今後の課題を記す。

7.1 本研究のまとめ

本研究では、KID の Trigger 測定 of データをもとに、3 章で説明されているような超伝導の微視的な理論やマイクロ波工学を用いてエネルギーに変換し、エネルギースペクトルを作成することができた。これにより、Al-KID で観測されるエネルギーはおよそ 10 eV~20 eV 以上であることから、Hf を用いた KID では数 eV スケール（およそ 1 光子のエネルギー）のエネルギーを検出できると予想できる。さらに損失関数（Energy Loss Function）を計算することによって、暗黒物質-電子の弾性散乱の散乱レートを計算することができる DarkELF というパッケージを用い、作成されたエネルギースペクトルから求められる観測数と比較して、Conservative な散乱断面積の上限値を付けることができた。またそれらの解析結果と合わせてバックグラウンド評価を行い、それを元に軽い暗黒物質探索の将来展望に関しても議論することができた。その結果先行研究と同等またはそれ以上の観測ができる可能性があることを確認した。

7.2 今後の課題

光を用いたキャリブレーション

Trigger データをエネルギースペクトルに変換するのに用いた式 (3.106) はクーパー対を壊す効率 η や $S_2(\omega, T)$ をそれぞれ $\eta \sim 0.57$ 、 $S_2 \sim 2$ と仮定している。しかしこれらはこれまでの研究などから経験的に用いられてきた値であり、正確な値ではないと考えられる。そこで今後の課題として、エネルギー（波長）が既知であるような LED 光やレーザー光などを用いてキャリブレーションを行う必要があると考えている。付録 A に光キャリブレーションのためのセットアップを示す。

高感度 KID の開発

現状では Al-KID はその検出器としての性能が確認されている。しかしその閾値は数 10eV ほどなので、本研究が目標とする MeV スケールの探索を達成することはできない。そのためには超伝導ギャップエネルギーが約 10 倍小さい Hf を用いた KID を用いて探索を行う必要がある。Hf-KID の開発を目指して、Hf 薄膜の条件出しを行い、実際に KID を作製し測定を行ったが、その超伝導転移は確認されたものの、共振は確認できなかったため、検出器として使用するのはいまのところ不可能である。付録 B にはその Hf-KID の開発の現状について記す。

多重読み出し

現状では数百個単位の多重読み出しを行っている論文 [33] は存在するが、本研究が目指す数千個単位の多重読み出しは行われていない。そこで、そのような高多重化 KID の作製方法などを確立していく必要がある。また本研究では 1 素子のみを用いた解析しか行っておらず、複数の素子を使った時の上限値の付け方に関しては言及できていないので、今後議論していく必要がある。

極低放射能下での測定

2.4 節で述べたように、2024 年に神岡地下の実験施設、KERNEL に希釈冷凍機が導入されたばかりであり、現状としてそこでの測定にはまだ至っていない。

背景事象を考慮した解析

軽い暗黒物質探索における背景事象は 6.1 節で述べたように、現在様々な可能性が考えられ、世界中で研究がおこなわれている。そのような中で、CRESST 実験 [7] や CDMS 実験などで用いられている最大ギャップ法や最適間隔法を用いることが考えられるが、本研究ではまだ議論が不十分であったため付録 C に最大ギャップ法を用いた解析について記す。

付録

A 光を用いたキャリブレーションのセットアップ

先行研究 [19] では Hf と In の 2 層構造の MKID を、[16] では Al、Ti、TiN の 3 種類の物質からなる KID を用いてレーザー光にてキャリブレーションを行っている。図 A.1 にそのキャリブレーションの様子を示す

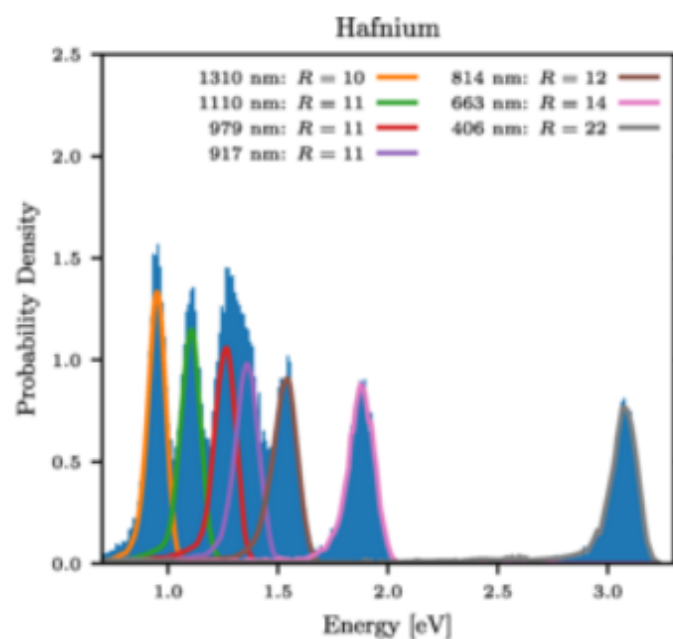


図 A.1: Hf-KID とレーザー光を用いたキャリブレーションの様子 [19]

本研究ではレーザー光を用いる前に図 A.2 左で示されているように LED によるキャリブレーションを行う。これはレーザー光のように常温にある光源から光ファイバーを用いて希釈冷凍機内に導入する必要がなく、手間がかからないためである。本研究では Vishay 社の VSMB294008G という 940nm の波長をもつ LED を用いてキャリブレーションを試みる予定である [43]。

本研究で使う LED 基板 (図 A.3)、コリメータ (A.4)、Al-LEKID (図 A.5)、それらを希釈冷凍機に取り付けている様子。今回の測定では図 A.5 のように 2 つの LEKID のついたものを採用しているが、LED は 3 つついたものを採用する。三つの LED の内一つは KID の共振器以外のところに照射されるようになっている。

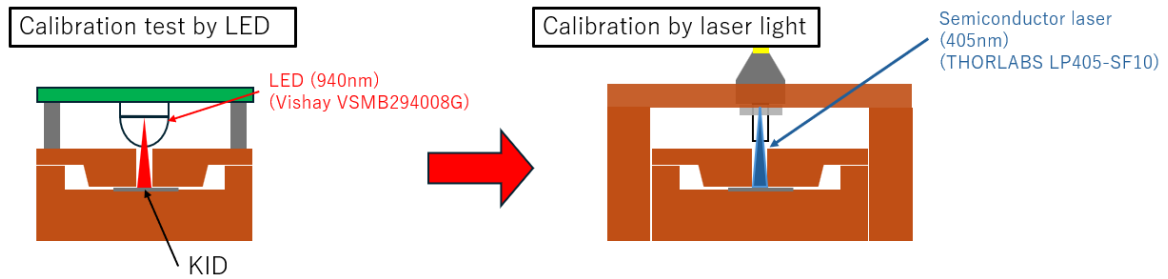


図 A.2: LED(Vishay VSMB294008G) とレーザー光 (THORLABS LP405-SF10) を用いたキャリブレーションの様子

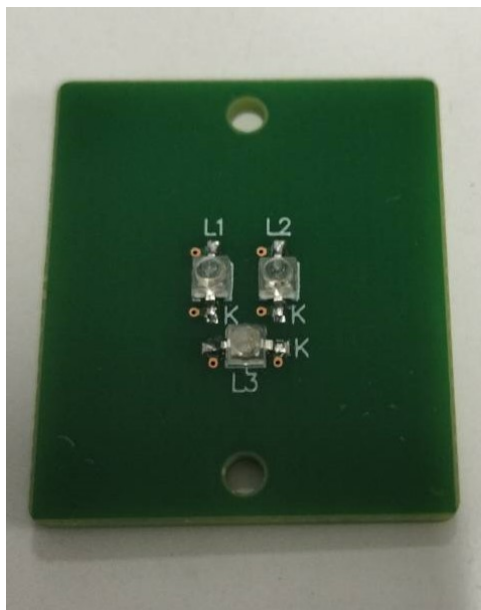


図 A.3: 本実験で使用予定の LED 基盤



図 A.4: 本実験で使用予定のコリメータ

B Hf-KID の開発の現状

超伝導薄膜は 4.1.4 で示されているようなマグネトロンスパッタ装置を用いてスパッタを行う。この時、スパッタ時のプラズマのパワー（パワーが大きいほどスパッタレートが大きくなる）や圧力を調整することで結晶配向を制御することができる。

一般に膜応力が 0 に近いほうが、STJ や TES などの他の超伝導検出器では良いとされていることから様々な条件を変えながら、膜応力が 0 になるような条件探しを行った。このとき膜応力は以下の式で定義されている。

$$\sigma = \frac{E_s D^2}{3l^2(1 - \nu_s)d} \delta \quad (\text{B.1})$$

ここで E_s はヤング率（今回は Si 基板を使っており、Si で 1.6GPa）、 ν_s はポアソン比（Si で 0.26）、 D は基板の厚さ（380 μm ）、 l は評価長さ（25mm）、 d は薄膜の厚さ（今回は 50 nm）である。応力の

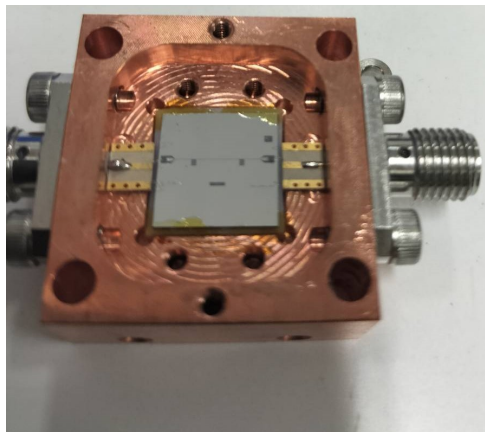


図 A.5: 本実験で使用予定の Al-LEKID

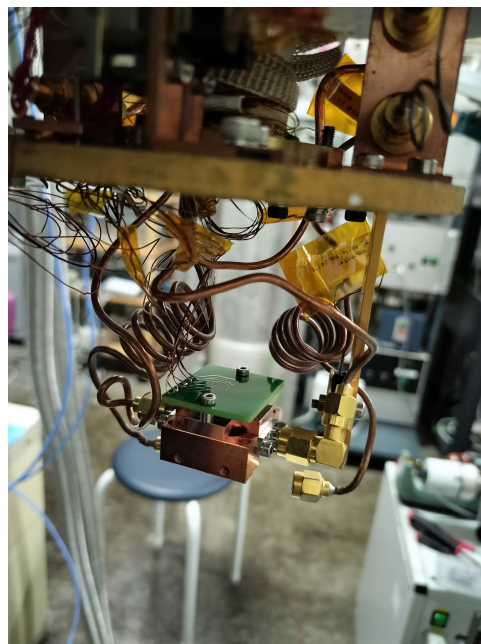


図 A.6: LED と KID およびコリメータを希釈冷凍機に取り付けている様子

測定は図 B.7 で示される段差計を用いて行った。また基板の歪み δ は図 B.8 で示されるように圧縮応力で + 方向、引張応力で - 方向で定義される。

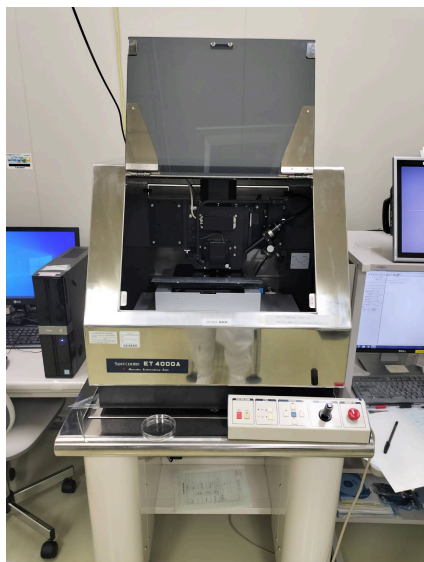
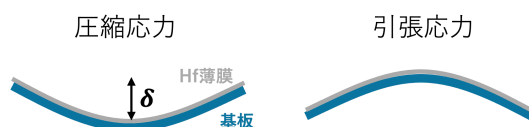


図 B.7: 本研究で使用した段差計

図 B.8: 歪み δ の定義

この時スパッタのプラズマのパワを 100W から 500W まで変えて、圧力を 0.7Pa に固定した上で応力測定を行い、その結果を図 B.11 に示す。また [64] によると、Hf 結晶の垂直配向 (002) に沿った結晶の成長が強くなると、KID の共振の Q 値が大きくなることが示唆されている。そこで

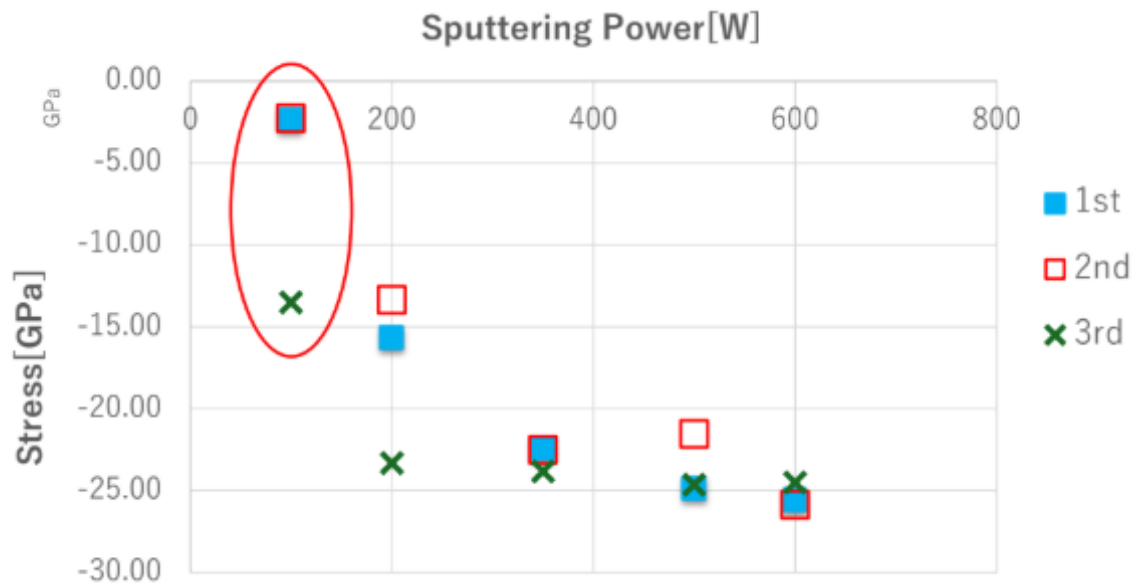


図 B.9: スパッタのパワーを変えた時の応力測定の結果

XRD(X-ray diffraction:X 線回折法) を用いて結晶構造の解析を図 B.10 の XRD 装置を用いて行った(図 B.11)。また垂直配向 (002) のピークの半値全幅を図 B.12 に、(010) と (002) のピークの強さ I_{010} , I_{002} の比を測定したものを図 B.13 に示す。



図 B.10: 本研究で用いた XRD 装置

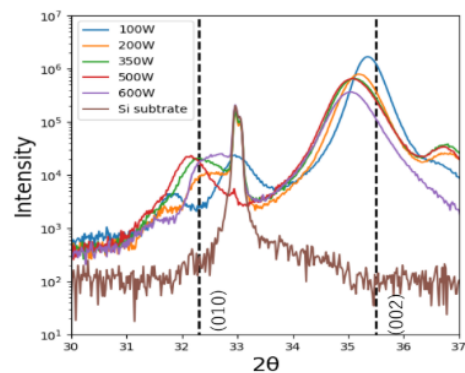


図 B.11: XRD での結晶配向の測定

以上の結果からスパッタのパワーが 100W と一番小さい時が応力が一番小さく、垂直配向 (002) に沿った結晶の成長が強くなることから、この時の基板を用いて LE-KID を作製した。その LE-KID を用いて透過率測定を行った図を図 B.14 に示す。このように透過率は測定できたものの、共振は見えなかった。

以上が本研究で行った条件出しの現状である。[64] によるとスパッタ圧力が 1 ～ 5 mTorr (0.13 Pa ～ 0.65 Pa) と低くすると、スパッタされた原子が基盤に到達する際にエネルギーを保持しやすく、圧縮応力が発生する「ピーニング」と呼ばれる現象が生じ、その結果垂

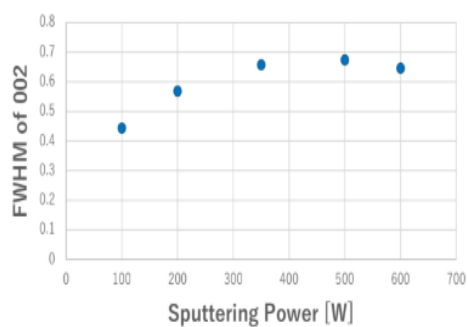


図 B.12: 垂直配向 (002) のピークの半値全幅

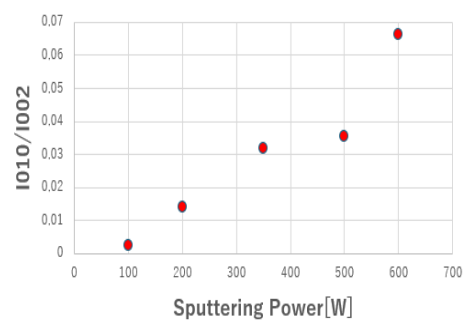


図 B.13: (010) と (002) のピークの強さの比

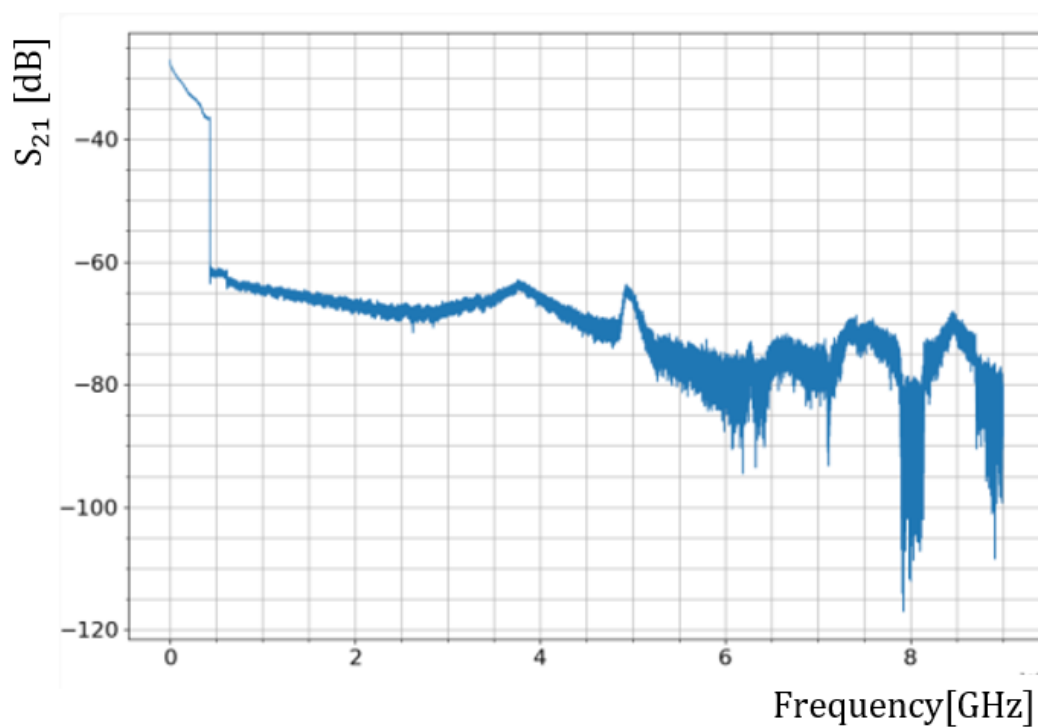


図 B.14: スパッタのパワーが 100W、圧力 0.7Pa でスパッタした Hf 薄膜を用いて作製された LEKID の透過率測定

直配向の結晶成長が強くなり、共振の Q 値が大きくなることが示されている。実際図 B.15 スパッタ圧力を変えた時の XRD での結晶構造測定を示すが、0.1 Pa の時が一番垂直配向のピークが大きくなっている。従って今後の課題としてはスパッタ圧力が小さいときにスパッタのパワーを変えて測定を行い、条件出しを行うことが挙げられる。

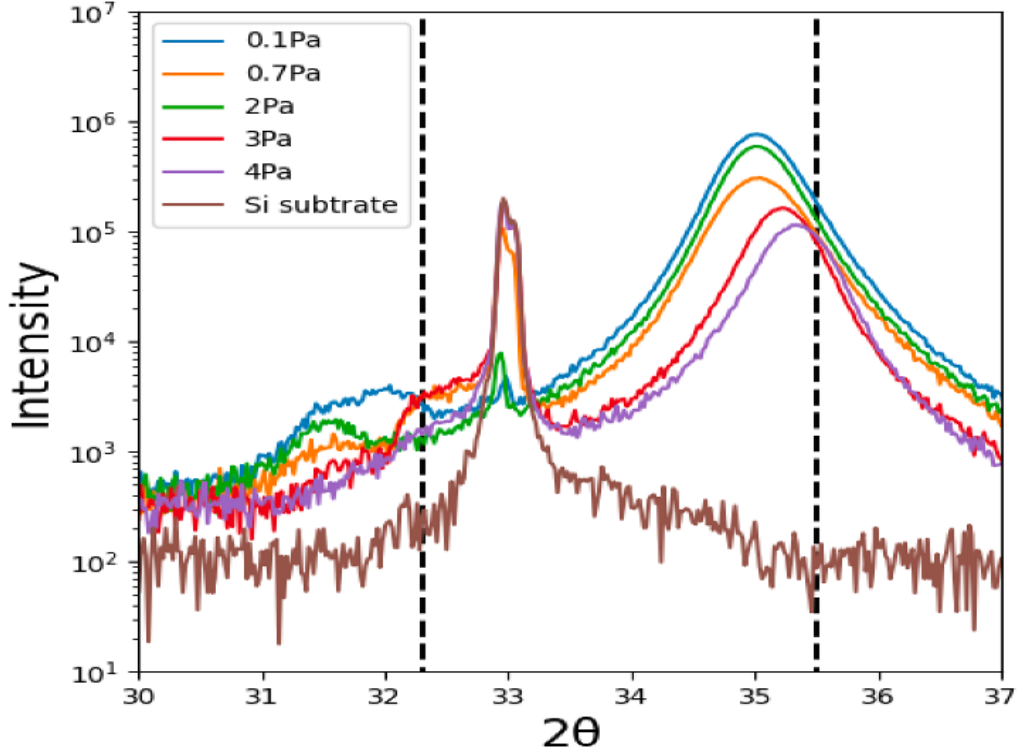


図 B.15: スパッタ圧力を変えた時の XRD による結晶配向測定

C 最大ギャップ法を用いた暗黒物質探索

本論文では測定された信号が全て暗黒物質であると仮定した上で、保守的な解析のみで散乱断面積の上限をつけていったが、実際はどのようなバックグラウンド事象が含まれているか分かっていない。このようにバックグラウンド事象がわかっていない状態で上限値を付けていく方法の一つとして Yellin によって最大ギャップ法が提案されており [65]、実際に CDMS 実験などで採用されている手法である。本節では最大ギャップ法の説明とそれを用いて得られた結果について記す。

ここで実験により信号のエネルギーが $E_1, E_2, \dots, E_n$ と得られている場合を考える。この時 x_i を以下のように定義する。

$$x_i = \int_{E_i}^{E_{i+1}} \frac{dN}{dE} \quad (\text{C.2})$$

この時 N はモデルにより予想されたエネルギースペクトルにより得られた暗黒物質-電子散乱の観測数である。ここではこの最大値 x_{max} を最大ギャップと定義する。(図 C.16)

この時最大ギャップ法ではランダムな実験で最大ギャップが x_{max} より小さくなる確率が 90 % になるような散乱断面積が上限値になる。この時ランダムな実験で最大ギャップが x 以下になる確率

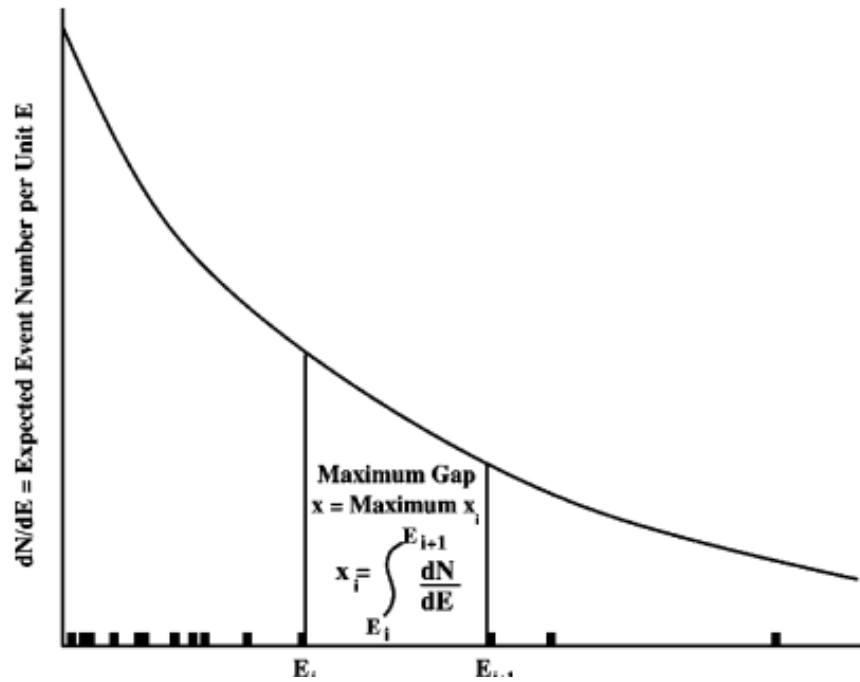


図 C.16: 最大ギャップの定義

は以下のように定義されている。

$$C_0(x, \mu) = \sum_{k=0}^m \frac{(kx - \mu)e^{-kx}}{k!} \left(1 + \frac{k}{\mu - kx} \right) \quad (\text{C.3})$$

この時 μ は期待される観測数を表しており、モデルにより得られるエネルギースペクトルを探索するエネルギー区間で積分した値のことを表している。また $m = [\mu/x]$ で定義される量である。このようにして求めた散乱断面積の上限値と、保守的な解析により得られた散乱断面積を比較した図を図 C.17 に示す。

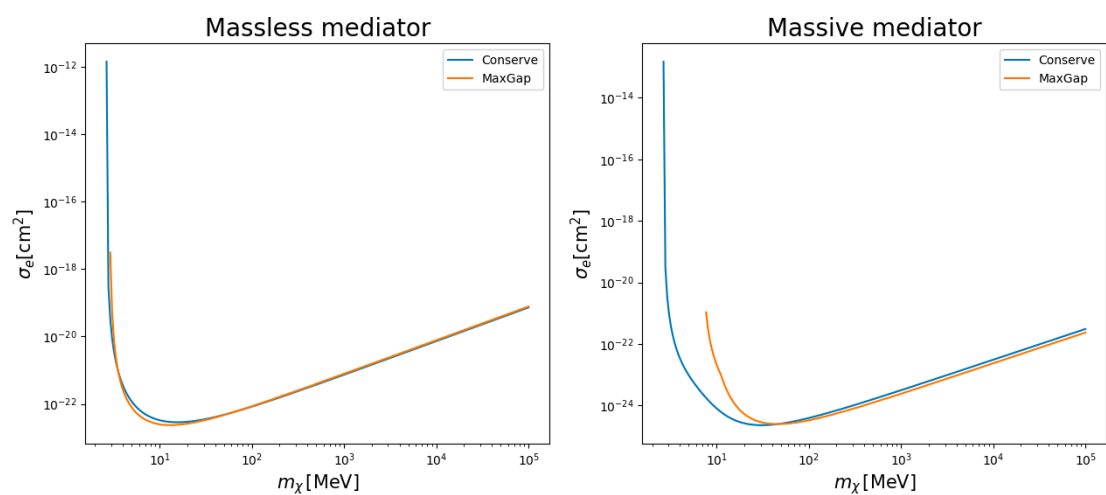


図 C.17: 最大ギャップ法を用いた時と保守的な解析によって得られた散乱断面積の上限値の比較

謝辞

本修士論文の執筆にあたり、たくさんの方にご支援を頂きました。この場を借りて御礼を申し上げます。

指導教員である石徹白晃治准教授には、暗黒物質探索という魅力的なテーマを与えていただき、とても感謝しています。大学に入学する前から暗黒物質探索に興味があり、本研究でその夢を叶えることができ、とても感謝しています。また実際の研究面でも数多くの助言やご指摘を頂き、研究者としての心得を学ばせて頂きました。色々な面で自分は未熟だなと感じる点が多々あり、迷惑をかけてしまった事もあったと思いますが、最後まで面倒を見ていただきありがとうございました。

DISCO グループの皆様にも感謝申し上げます。特に東北大学ニュートリノ科学研究センター (RCNS) の客員研究員であり、理化学研究所のテラヘルツイメージング研究チームの特別研究員である亀井雄斗さんには、KID の条件出しや作製、さらには学会やコラボレーションミーティングのスライドへのアドバイスなど、様々な面でお世話になりました。また情報通信研究機構 (NICT) の美馬寛さん、埼玉大学の田井野徹准教授、RCNS の細川佳志特任助教にもミーティングで様々なアドバイスをいただきました。特に自分の知らない超伝導検出器や冷凍機、光ファイバー、レーザーに関する知識やアドバイスをいただき、非常に参考になりました。また同じくテラヘルツイメージングチームのメンバーであり、東北大学の大学院生である伊藤凌太さんにも実験の手伝いやアドバイスなどをいただきとても感謝しています。また同チームの喜多村卓也さん、倉門雅彦さんにも理化学研究所のクリーンルームでのスパッタ装置や段差計の使い方、条件だしへのアドバイスなど様々な支援いただきました。心より感謝申し上げます。

また RCNS の皆様には学部 4 年生の頃から多くの場面でサポートしていただきました。特に研究室の同期には 4 年生の頃から様々な面でお世話になったと感じています。研究室内の様々な行事を共に主催したり、神岡での作業を共に行ったりなど、苦楽を共にすることができ、心の支えとなっていました。教員の方々には、神岡のシフトの時のサポートや自分の研究に対するアドバイスを多く頂きました。また事務の方々には自分が研究に集中できるような環境づくりに勤めてくださりました。本当にありがとうございます。

最後に大学、大学院知り合った友人知人、そして家族の支えもあり本研究をまとめることができました。この場を借りて感謝を申し上げます。

参考文献

- [1] W. K. Jr. ; Thonnard N. Rubin, V. C. ; Ford. Extended rotation curves of high-luminosity spiral galaxies. iv. systematic dynamical properties, sa -i sc. *Astrophysical Journal*, 225:107–111, 1978. doi: 10.1086/182804. URL <https://doi.org/10.1086/508162>.
- [2] 高橋 龍一. 国立大学 56 工学系学部ホームページ 重力レンズの世界. <https://www.mirai-kougaku.jp/laboratory/pages/200724.php>.
- [3] Kavli Institute for the Physics and Mathematics of the Universe (Kavli IPMU). Cosmic giants shed new light on dark matter. <https://www.ipmu.jp/en/story/7893>, 2013.
- [4] Maruša ; Gonzalez Anthony H. search by orcid ; Markevitch Maxim ; Randall Scott W. search by orcid ; Jones Christine search by orcid ; Zaritsky Dennis Clowe, Douglas. ; Bradač. Ea direct empirical proof of the existence of dark matter. *Astrophysical Journal*, 648:109–113, 2006. doi: 10.1086/508162. URL <https://doi.org/10.1086/508162Focustolearnmore>.
- [5] S. Abe et al. (The KamLAND Collaboration). Precision measurement of neutrino oscillation parameters with kamland. *Phys. Rev. Lett.*, 100, June 2008. doi: 0.1088/1742-6596/136/2/022005. URL <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.100.221803Focustolearnmore>.
- [6] Eugenio Del Nobile. The theory of direct dark matter detection. *Lecture Notes in Physics*, 2022. URL <https://doi.org/10.1007/978-3-030-95228-0>.
- [7] G. Angloher P. Bauer A. Bento E. Bertoldo R. Breier C. Bucci L. Canonica A. D’Addabbo H. Kluck, A.H. Abdelhameed. Latest results of cress-t-iii’s search for sub-gev dark matter. *Journal of Physics: Conference Series*, 2020. doi: 10.1088/1742-6596/1468/1/012038. URL <https://iopscience.iop.org/article/10.1088/1742-6596/1468/1/012038>.
- [8] E. Aprile, K. Abe, F. Agostini, S. Ahmed Maouloud, L. Althueser, B. Andrieu, E. Angelino, J. R. Angevaere, V. C. Antochi, D. Antón Martín, F. Arneodo, L. Baudis, A. L. Baxter, M. Bazyk, L. Bellagamba, R. Biondi, A. Bismark, E. J. Brookes, A. Brown, S. Bruenner, G. Bruno, R. Budnik, T. K. Bui, C. Cai, J. M. R. Cardoso, D. Cichon, A. P. Cimental Chavez, A. P. Colijn, J. Conrad, J. J. Cuenca-García, J. P. Cussonneau, V. D’Andrea, M. P. Decowski, P. Di Gangi, S. Di Pede, S. Diglio, K. Eitel, A. Elykov, S. Farrell, A. D. Ferella, C. Ferrari, H. Fischer, M. Flierman, W. Fulgione, C. Fuselli, P. Gaemers, R. Gaior, A. Gallo Rosso, M. Galloway, F. Gao, R. Glade-Beucke, L. Grandi, J. Grigat,

- H. Guan, M. Guida, R. Hamann, A. Higuera, C. Hils, L. Hoetsch, N. F. Hood, J. Howlett, M. Iacovacci, Y. Itow, J. Jakob, F. Joerg, A. Joy, N. Kato, M. Kara, P. Kavargin, S. Kazama, M. Kobayashi, G. Koltman, A. Kopec, F. Kuger, H. Landsman, R. F. Lang, L. Levinson, I. Li, S. Li, S. Liang, S. Lindemann, M. Lindner, K. Liu, J. Loizeau, F. Lombardi, J. Long, J. A. M. Lopes, Y. Ma, C. Macolino, J. Mahlstedt, A. Mancuso, L. Manenti, F. Marignetti, T. Marrodán Undagoitia, K. Martens, J. Masbou, D. Masson, E. Masson, S. Mastroianni, M. Messina, K. Miuchi, K. Mizukoshi, A. Molinario, S. Moriyama, K. Morå, Y. Mosbacher, M. Murra, J. Müller, K. Ni, U. Oberlack, B. Paetsch, J. Palacio, R. Peres, C. Peters, J. Pienaar, M. Pierre, V. Pizzella, G. Plante, J. Qi, J. Qin, D. Ramírez García, R. Singh, L. Sanchez, J. M. F. dos Santos, I. Sarnoff, G. Sartorelli, J. Schreiner, D. Schulte, P. Schulte, H. Schulze Eißing, M. Schumann, L. Scotto Lavina, M. Selvi, F. Semeria, P. Shagin, S. Shi, E. Shockley, M. Silva, H. Simgen, A. Takeda, P.-L. Tan, A. Terliuk, D. Thers, F. Toschi, G. Trinchero, C. Tunnell, F. Tönnies, K. Valerius, G. Volta, C. Weinheimer, M. Weiss, D. Wenz, C. Wittweg, T. Wolf, V. H. S. Wu, Y. Xing, D. Xu, Z. Xu, M. Yamashita, L. Yang, J. Ye, L. Yuan, G. Zavattini, M. Zhong, and T. Zhu. First dark matter search with nuclear recoils from the xenonnt experiment. *Physical Review Letters*, 131(4), July 2023. ISSN 1079-7114. doi: 10.1103/physrevlett.131.041003. URL <http://dx.doi.org/10.1103/PhysRevLett.131.041003>.
- [9] Yonit Hochberg, Benjamin V. Lehmann, Ilya Charaev, Jeff Chiles, Marco Colangelo, Sae Woo Nam, and Karl K. Berggren. New constraints on dark matter from superconducting nanowires. *Phys. Rev. D*, 106:112005, Dec 2022. doi: 10.1103/PhysRevD.106.112005. URL <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevD.106.112005>.
- [10] et al Y. Hochberg. Detecting sub-gev dark matter with superconducting nanowires. *Phys. Rev. Lett.*, 2019. doi: 10.1103/PhysRevLett.123.151802. URL <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.123.151802>.
- [11] Rouven Essig, Graham K. Giovanetti, Noah Kurinsky, Dan McKinsey, Karthik Ramanathan, Kelly Stifter, Tien-Tien Yu, A. Aboubrahim, D. Adams, D. S. M. Alves, T. Aralis, H. M. Araújo, D. Baxter, K. V. Berghaus, A. Berlin, C. Blanco, I. M. Bloch, W. M. Bonivento, R. Bunker, S. Burdin, A. Caminata, M. C. Carmona-Benitez, L. Chaplinsky, T. Y. Chen, S. E. Derenzo, L. de Viveiros, R. Dick, N. Di Marco, P. Du, B. Dutta, R. Ebadi, T. Emken, A. Esposito, E. Etzion, J. L. Feng, N. Fernandez, S. F. Ge, S. Ghosh, G. Giroux, L. Hamaide, S. A. Hertel, G. Herrera, Y. Hochberg, Y. Kahn, B. J. Kavanagh, A. N. Khan, H. Kluck, S. Kravitz, B. von Krosigk, J. Kumar, I. T. Lawson, B. V. Lehmann, T. Lin, J. Liao, S. A. Lyon, P. M. Majewski, C. A. Manzari, J. Monroe, M. E. Monzani, D. E. Morrissey, D. Norcini, A. Orly, A. Parikh, J. C. Park, P. K. Patel, S. Paul, J. Pèrez-Ríos, A. Phipps, A. Pocar, A. Ritz, Y. Sarkis, P. Schuster, T. Schwetz, S. Shaw, S. Shin, A. Singal, R. Singh, O. Slone, P. Sorensen, C. Sun, M. Szydagis, D. J. Temples, G. Testera, K. Thieme, N. Toro, T. Trickle, S. Uemura, V. Velan, E. Vitagliano, F. Wagner, G. Wang, S. Westerdale, and K. M. Zurek. Snowmass2021 cosmic frontier: The landscape of low-threshold dark matter direct detection in the next decade, 2023. URL <https://arxiv.org/abs/2203.08297>.

- [12] Peter Stuart Barry. On the development of superspec; a fully integrated on-chip spectrometer for far-infrared astronomy. *A thesis submitted to Cardiff University for the degree of Doctor of Philosophy*, 2014. URL <https://orca.cardiff.ac.uk/id/eprint/71562/1/2014BarryPPhD.pdf>.
- [13] Simon Doyle. Lumped element kinetic inductance detectors. *A thesis submitted to Cardiff University for the degree of Doctor of Philosophy*, 2008. URL <https://orca.cardiff.ac.uk/id/eprint/54728/1/U585117.pdf>.
- [14] David Craig Moore. A search for low-mass dark matter with the cryogenic dark matter search and the development of highly multiplexed phonon-mediated particle detectors. *Doctor thesis*, 2012.
- [15] 大野 敦. 軽い暗黒物質探索に向けた超伝導検出器の研究開発, 2012. URL https://www.awa.tohoku.ac.jp/Thesis/ThesisFile/ohno_atsushi_m.pdf.
- [16] et al Jiansong Gao. Detecting light dark matter with kinetic inductance detectors. 2024. doi: 10.48550/arXiv.2403.19739. URL <https://doi.org/10.48550/arXiv.2403.19739>.
- [17] Peizhi Du, Daniel Egana-Ugrinovic, Rouven Essig, and Mukul Sholapurkar. Sources of low-energy events in low-threshold dark-matter and neutrino detectors. *Physical Review X*, 12(1), January 2022. ISSN 2160-3308. doi: 10.1103/physrevx.12.011009. URL <http://dx.doi.org/10.1103/PhysRevX.12.011009>.
- [18] Robin Anthony-Petersen, Andreas Biekert, Raymond Bunker, Clarence L. Chang, Yen-Yung Chang, Luke Chaplinsky, Eleanor Fascione, Caleb W. Fink, Maurice Garcia-Sciveres, Richard Germond, Wei Guo, Scott A. Hertel, Ziqing Hong, Noah Kurinsky, Xinran Li, Junsong Lin, Marharyta Lisovenko, Rupak Mahapatra, Adam Mayer, Daniel N. McKinsey, Siddhant Mehrotra, Nader Mirabolfathi, Brian Neblosky, William A. Page, Pratyush K. Patel, Bjoern Penning, H. Douglas Pinckney, Mark Platt, Matt Pyle, Maggie Reed, Roger K. Romani, Hadley Santana Queiroz, Bernard Sadoulet, Bruno Serfass, Ryan Smith, Peter Sorensen, Burkhan Suerfu, Aritoki Suzuki, Ryan Underwood, Vetri Velan, Gensheng Wang, Yue Wang, Samuel L. Watkins, Michael R. Williams, Volodymyr Yefremenko, and Jianjie Zhang. A stress-induced source of phonon bursts and quasiparticle poisoning. *Nature Communications*, 15(1), July 2024. ISSN 2041-1723. doi: 10.1038/s41467-024-50173-8. URL <http://dx.doi.org/10.1038/s41467-024-50173-8>.
- [19] Nicholas Zobrist, W. Hawkins Clay, Grégoire Coiffard, Miguel Daal, Noah Swimmer, Peter Day, and Benjamin A. Mazin. Membraneless phonon trapping and resolution enhancement in optical microwave kinetic inductance detectors. *Phys. Rev. Lett.*, 129:017701, Jul 2022. doi: 10.1103/PhysRevLett.129.017701. URL <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.129.017701>.
- [20] J. C Kapteyn. First attempt at a theory of the arrangement and motion of the sidereal system. *Astrophysical Journal*, 55:302, 1922. doi: 10.1086/142670.
- [21] J. H. Oort. The force exerted by the stellar system in the direction perpendicular to the galactic plane and some related problems. *Bulletin of the Astronomical Institutes of the Netherlands*, 6:

- 249, 1932. URL <https://ui.adsabs.harvard.edu/abs/1932BAN....6..249O/abstract>.
- [22] F. Zwicky. Die rotverschiebung von extragalaktischen nebeln. *Helvetica Physica Acta*, 6:110–127, 1933. URL <https://ui.adsabs.harvard.edu/abs/1933AcHPh...6..110Z/abstract>.
- [23] Y. Fukuda et al The Super-Kamiokande Collaboration. Evidence for oscillation of atmospheric neutrino. *Phys. Rev. Lett.*, 81:1562–1567, 1998. doi: 10.1103/PhysRevLett.81.1562. URL <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.81.1562Focustolearnmore>.
- [24] N. Aghanim et al. Planck Collaboration. Planck 2018 results. vi. cosmological parameters. *Astronomy Astrophysics*, 641, Sep 2018. doi: 10.1051/0004-6361/201833910. URL <https://doi.org/10.1051/0004-6361/201833910Focustolearnmore>.
- [25] Stephen Hawking. Gravitationally collapsed objects of very low mass. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 152(1):75–78, 04 1971. ISSN 0035-8711. doi: 10.1093/mnras/152.1.75. URL <https://doi.org/10.1093/mnras/152.1.75>.
- [26] 中村 稜. Kamland における原始ブラックホール由来のニュートリノ探索. Master’s thesis, 東北大学, 2203.
- [27] C. B. Adams, N. Aggarwal, A. Agrawal, R. Balafendiev, C. Bartram, M. Baryakhtar, H. Bekker, P. Belov, K. K. Berggren, A. Berlin, C. Boutan, D. Bowring, D. Budker, A. Caldwell, P. Carenza, G. Carosi, R. Cervantes, S. S. Chakrabarty, S. Chaudhuri, T. Y. Chen, S. Cheong, A. Chou, R. T. Co, J. Conrad, D. Croon, R. T. D’Agnolo, M. Demarteau, N. DePorzio, M. Descalle, K. Desch, L. Di Luzio, A. Diaz-Morcillo, K. Dona, I. S. Drachnev, A. Droster, N. Du, K. Dunne, B. Döbrich, S. A. R. Ellis, R. Essig, J. Fan, J. W. Foster, J. T. Fry, A. Gallo Rosso, J. M. García Barceló, I. G. Irastorza, S. Gardner, A. A. Geraci, S. Ghosh, B. Giaccone, M. Giannotti, B. Gimeno, D. Grin, H. Grote, M. Guzzetti, M. H. Awida, R. Henning, S. Hoof, G. Hoshino, V. Irsic, K. D. Irwin, H. Jackson, D. F. Jackson Kimball, J. Jaeckel, K. Jakovcic, M. J. Jewell, M. Kagan, Y. Kahn, R. Khatiwada, S. Knirck, T. Kovachy, P. Krueger, S. E. Kuenstner, N. A. Kurinsky, R. K. Leane, A. F. Leder, C. Lee, K. W. Lehnert, E. W. Lentz, S. M. Lewis, J. Liu, M. Lynn, B. Majorovits, D. J. E. Marsh, R. H. Maruyama, B. T. McAllister, A. J. Millar, D. W. Miller, J. Mitchell, S. Morampudi, G. Mueller, S. Nagaitsev, E. Nardi, O. Noroozian, C. A. J. O’Hare, N. S. Oblath, J. L. Ouellet, K. M. W. Pappas, H. V. Peiris, K. Perez, A. Phipps, M. J. Pivovarov, P. Quílez, N. M. Rapidis, V. H. Robles, K. K. Rogers, J. Rudolph, J. Ruz, G. Rybka, M. Safdari, B. R. Safdi, M. S. Safronova, C. P. Salemi, P. Schuster, A. Schwartzman, J. Shu, M. Simanovskaia, J. Singh, S. Singh, K. Sinha, J. T. Sinnis, M. Siodlaczek, M. S. Smith, W. M. Snow, A. V. Sokolov, A. Sonnenschein, D. H. Speller, Y. V. Stadnik, C. Sun, A. O. Sushkov, T. M. P. Tait, V. Takhistov, D. B. Tanner, F. Tavecchio, D. J. Temples, J. H. Thomas, M. E. Tobar, N. Toro, Y. D. Tsai, E. C. van Assendelft, K. van Bibber, M. Vandegar, L. Visinelli, E. Vitagliano, J. K. Vogel, Z. Wang, A. Wickenbrock, L. Winslow, S. Withington, M. Wooten, J. Yang, B. A. Young, F. Yu, K. Zhou, and T. Zhou. Axion dark matter, 2023. URL <https://arxiv.org/abs/2203.14923>.

- [28] Patrick Barnes, Zachary Johnson, Aaron Pierce, and Bibhushan Shakya. Simple hidden sector dark matter. *Physical Review D*, 102(7), October 2020. ISSN 2470-0029. doi: 10.1103/physrevd.102.075019. URL <http://dx.doi.org/10.1103/PhysRevD.102.075019>.
- [29] Maxim Pospelov, Adam Ritz, and Mikhail Voloshin. Secluded wimp dark matter. *Physics Letters B*, 662(1):53 – 61, April 2008. ISSN 0370-2693. doi: 10.1016/j.physletb.2008.02.052. URL <http://dx.doi.org/10.1016/j.physletb.2008.02.052>.
- [30] 2 F. Cappella V. Caracciolo R. Cerulli C. J. Dai A. d'Angelo A. Incicchitti A. Leoncini X. H. Ma R. Bernabei, P. Belli1. Dark matter with dama/libra and its perspectives. *Journal of Physics: Conference Series*, 2021. doi: 10.1088/1742-6596/2586/1/012096. URL <https://doi.org/10.48550/arXiv.2110.04734>Focustolearnmore.
- [31] SuperCDMS Collaboration, M. F. Albakry, I. Alkhatib, D. W. P. Amaral, T. Aralis, T. Aramaki, I. J. Arnquist, I. Atae Langroudy, E. Azadbakht, S. Banik, C. Bathurst, D. A. Bauer, R. Bhattacharyya, P. L. Brink, R. Bunker, B. Cabrera, R. Calkins, R. A. Cameron, C. Cartaro, D. G. Cerdeno, Y. Y. Chang, M. Chaudhuri, R. Chen, N. Chott, J. Cooley, H. Coombes, J. Corbett, P. Cushman, F. De Brienne, S. Dharani, M. L. di Vacri, M. D. Diamond, E. Fascione, E. Figueroa-Feliciano, C. W. Fink, K. Fouts, M. Fritts, G. Gerbier, R. Germond, M. Ghaith, S. R. Golwala, J. Hall, N. Hassan, B. A. Hines, M. I. Hollister, Z. Hong, E. W. Hoppe, L. Hsu, M. E. Huber, V. Iyer, A. Jastram, V. K. S. Kashyap, M. H. Kelsey, A. Kubik, N. A. Kurinsky, R. E. Lawrence, M. Lee, A. Li, J. Liu, Y. Liu, B. Loer, P. Lukens, D. B. MacFarlane, R. Mahapatra, V. Mandic, N. Mast, A. J. Mayer, H. Meyer zu Theenhausen, E. Michaud, E. Michielin, N. Mirabolfathi, B. Mohanty, S. Nagorny, J. Nelson, H. Neog, V. Novati, J. L. Orrell, M. D. Osborne, S. M. Oser, W. A. Page, R. Partridge, D. S. Pedreros, R. Podvianiuk, F. Ponce, S. Poudel, A. Pradeep, M. Pyle, W. Rau, E. Reid, R. Ren, T. Reynolds, A. Roberts, A. E. Robinson, T. Saab, B. Sadoulet, I. Saikia, J. Sander, A. Sattari, B. Schmidt, R. W. Schnee, S. Scorza, B. Serfass, S. S. Poudel, D. J. Sincavage, C. Stanford, J. Street, H. Sun, F. K. Thasrawala, D. Toback, R. Underwood, S. Verma, A. N. Villano, B. von Krosigk, S. L. Watkins, O. Wen, Z. Williams, M. J. Wilson, J. Winchell, K. Wyko, S. Yellin, B. A. Young, T. C. Yu, B. Zatschler, S. Zatschler, A. Zaytsev, E. Zhang, L. Zheng, and S. Zuber. A strategy for low-mass dark matter searches with cryogenic detectors in the supercdms snolab facility, 2023. URL <https://arxiv.org/abs/2203.08463>.
- [32] B. D. Josephson. Possible new effects in superconductive tunnelling. *Physics Letters*, 1962. doi: 10.1016/0031-9163(62)91369-0. URL <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0031916362913690?via%3Dihub>.
- [33] B. Cornell, D. C. Moore, S. R. Golwala, B. Bumble, P. K. Day, H. G. LeDuc, and J. Zmuidzinas. Particle detection using mkid-based athermal-phonon mediated detectors. *Journal of Low Temperature Physics*, 176(5):891–897, Sep 2014. ISSN 1573-7357. doi: 10.1007/s10909-013-1039-7. URL <https://doi.org/10.1007/s10909-013-1039-7>.
- [34] Benjamin A Mazin Anastasios Vayonakis Jonas Zmuidzinas Peter K Day, Henry G LeDuc. A broadband superconducting detector suitable for use in large arrays. *Nature*, 2003. doi: 10.1038/

- nature02037. URL <https://www.nature.com/articles/nature02037>.
- [35] J. R. Schrieffer J. Bardeen, L. N. Cooper. Theory of superconductivity. *Phys. Rev.*, 1957. URL <https://doi.org/10.1103/PhysRev.108.1175>.
- [36] P.J. De Visser. Quasiparticle dynamics in aluminium superconducting microwave resonators. *Doctoral thesis*, 2014. URL <https://resolver.tudelft.nl/uuid:eae4c9fc-f90d-4c12-a878-8428ee4adb4c>.
- [37] J.Gao. *The Physics of Superconducting Microwave Resonators*. PhD thesis, California Institute of Technology, 2008.
- [38] F. London and H. London. The electromagnetic equations of the supraconductor. 1935. URL <https://doi.org/10.1098/rspa.1935.0048>.
- [39] Alfred Brian Pippard and William Lawrence Bragg. An experimental and theoretical study of the relation between magnetic field and current in a superconductor. 1953. URL <https://doi.org/10.1098/rspa.1953.0040>.
- [40] P. Diener, H. Schellevis, and J. J. A. Baselmans. Homogeneous superconducting phase in tin film: A complex impedance study. *Applied Physics Letters*, 101(25):252601, 12 2012. ISSN 0003-6951. doi: 10.1063/1.4771995. URL <https://doi.org/10.1063/1.4771995>.
- [41] Electrodynamics of solids. M. dressel and g. gruner. *Cambridge University Press*, 2002.
- [42] Pieter Jan DE VISSER. Quasiparticle dynamics in aluminium superconducting microwave resonators. *PhD thesis*, 2014.
- [43] 寺崎 友規. 軽い暗黒物質探索と 宇宙マイクロ波背景放射 (cmb) 観測のための マイクロ波多重読出しを用いた超伝導検出器の開発, 2022.
- [44] David M. Pozar. Microwave engineering fourth edition. *Library of Congress Cataloging-in-Publication Data*, 2012.
- [45] 末野 慶徳. 超伝導検出器 mkid の評価系構築と tls ノイズを抑制する研究, 2021. URL https://www-he.scphys.kyoto-u.ac.jp/theses/master/sueno_mt.pdf.
- [46] L. Cardani, I. Colantoni, A. Cruciani, S. Di Domizio, M. Vignati, F. Bellini, N. Casali, M. G. Castellano, A. Coppolecchia, C. Cosmelli, and C. Tomei. Energy resolution and efficiency of phonon-mediated kinetic inductance detectors for light detection. *Applied Physics Letters*, 107(9), August 2015. ISSN 1077-3118. doi: 10.1063/1.4929977. URL <http://dx.doi.org/10.1063/1.4929977>.
- [47] L. Cardani, N. Casali, I. Colantoni, A. Cruciani, F. Bellini, M. G. Castellano, C. Cosmelli, A. D' Addabbo, S. Di Domizio, M. Martinez, C. Tomei, and M. Vignati. High sensitivity phonon-mediated kinetic inductance detector with combined amplitude and phase read-out. *Applied Physics Letters*, 110(3), January 2017. ISSN 1077-3118. doi: 10.1063/1.4974082. URL <http://dx.doi.org/10.1063/1.4974082>.
- [48] 小林 達哉. 暗黒物質探索に向けた LEKID の CaF₂ 基板両面配置構造に関する研究, 2023.
- [49] Benjamin A. Mazin. *Microwave Kinetic Inductance Detectors*. PhD thesis, California Institute of Technology, California, 2004. Thesis (Dissertation (Ph.D.)).

- [50] Choi J. Damayanthi T. et al. GroundBIRD Oguri, S. Observing cosmic microwave polarization at large angular scale with kinetic inductance detectors and high-speed rotating telescope. *J Low Temp Phy*, 184:786–792, Aug 1970. URL <https://doi.org/10.1007/s10909-015-1420-9>.
- [51] 石塚光. 超伝導検出器 mkid の周波数多重読み出し用フロントエンド 回路の開発, 2015. 修士論文.
- [52] H. Kutsuma, M. Hattori, R. Koyano, S. Mima, S. Oguri, C. Otani, T. Taino, and O. Tajima. A measurement method for responsivity of microwave kinetic inductance detector by changing power of readout microwaves. *Applied Physics Letters*, 115(3):032603, 07 2019. ISSN 0003-6951. doi: 10.1063/1.5110692. URL <https://doi.org/10.1063/1.5110692>.
- [53] J. Li, P. S. Barry, T. Cecil, C. L. Chang, K. Dibert, R. Gualtieri, M. Lisovenko, Z. Pan, V. Yefremenko, G. Wang, and J. Zhang. Quasiparticle generation-recombination noise in the limit of low detector volume. *IEEE Transactions on Applied Superconductivity*, 33(5):1 – 5, August 2023. ISSN 2378-7074. doi: 10.1109/tasc.2023.3237645. URL <http://dx.doi.org/10.1109/TASC.2023.3237645>.
- [54] Riccardo Catena, Daniel Cole, Timon Emken, Marek Matas, Nicola Spaldin, Walter Tarantino, and Einar Urdshals. Dark matter-electron interactions in materials beyond the dark photon model. *Journal of Cosmology and Astroparticle Physics*, 2023:052, 03 2023. doi: 10.1088/1475-7516/2023/03/052.
- [55] Simon Knapen, Jonathan Kozaczuk, and Tongyan Lin. Dark matter-electron scattering in dielectrics. *Physical Review D*, 104(1), July 2021. ISSN 2470-0029. doi: 10.1103/physrevd.104.015031. URL <http://dx.doi.org/10.1103/PhysRevD.104.015031>.
- [56] Simon Knapen, Jonathan Kozaczuk, and Tongyan Lin. python package for dark matter scattering in dielectric targets. *Physical Review D*, 105(1), January 2022. ISSN 2470-0029. doi: 10.1103/physrevd.105.015014. URL <http://dx.doi.org/10.1103/PhysRevD.105.015014>.
- [57] Tanner Trickle, Zhengkang Zhang, Kathryn M. Zurek, Katherine Inzani, and Sinéad M. Griffin. Multi-channel direct detection of light dark matter: theoretical framework. *Journal of High Energy Physics*, 2020(3), March 2020. ISSN 1029-8479. doi: 10.1007/jhep03(2020)036. URL [http://dx.doi.org/10.1007/JHEP03\(2020\)036](http://dx.doi.org/10.1007/JHEP03(2020)036).
- [58] P. Nozières and D. Pines. Electron interaction in solids. characteristic energy loss spectrum. *Phys. Rev.*, 113:1254–1267, Mar 1959. doi: 10.1103/PhysRev.113.1254. URL <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRev.113.1254>.
- [59] Steven M. Girvin and Kun Yang. *Modern Condensed Matter Physics*. Cambridge University Press, 2019.
- [60] Eugenio Del Nobile. *The Theory of Direct Dark Matter Detection: A Guide to Computations*. Springer International Publishing, 2022. ISBN 9783030952280. doi: 10.1007/978-3-030-95228-0. URL <http://dx.doi.org/10.1007/978-3-030-95228-0>.
- [61] Stephen L. Adler. Quantum theory of the dielectric constant in real solids. *Phys. Rev.*, 126:413–

- 420, Apr 1962. doi: 10.1103/PhysRev.126.413. URL <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRev.126.413>.
- [62] N. D. Mermin. Lindhard dielectric function in the relaxation-time approximation. *Phys. Rev. B*, 1:2362–2363, Mar 1970. doi: 10.1103/PhysRevB.1.2362. URL <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevB.1.2362>.
- [63] Alan E. Robinson. Coherent photon scattering background in sub-GeV/ c^2 direct dark matter searches. *Phys. Rev. D*, 95:021301, Jan 2017. doi: 10.1103/PhysRevD.95.021301. URL <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevD.95.021301>.
- [64] G Coiffard, M Daal, N Zobrist, N Swimmer, S Steiger, B Bumble, and B A Mazin. Characterization of sputtered hafnium thin films for high quality factor microwave kinetic inductance detectors. *Superconductor Science and Technology*, 33(7):07LT02, May 2020. ISSN 1361-6668. doi: 10.1088/1361-6668/ab8d99. URL <http://dx.doi.org/10.1088/1361-6668/ab8d99>.
- [65] S. Yellin. Finding an upper limit in the presence of an unknown background. *Phys. Rev. D*, 66:032005, Aug 2002. doi: 10.1103/PhysRevD.66.032005. URL <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevD.66.032005>.