

令和元年度 修士論文

KamLAND-Zen 実験における低ゲイン PMT の
光量応答性を考慮したエネルギー再構成による
背景事象低減

東北大学大学院理学研究科
物理学専攻

博士課程（前期課程）2年
学籍番号 B8SM2071

三宅 春彦

概要

ニュートリノ振動実験の成果によりニュートリノが質量をもつことが確定し、我々の興味はニュートリノのより詳細な性質の解明へと移行した。特にニュートリノがマヨラナ粒子かディラック粒子かを検証するニュートリノの放出を伴わない二重ベータ崩壊 ($0\nu\beta\beta$ 崩壊) の探索は世界中で実験が行われており、KamLAND-Zen 実験もそのひとつである。本論文では $0\nu\beta\beta$ 崩壊探索で重要となる検出器のエネルギー分解能の向上に向けたソフトウェア開発について論じる。KamLAND では近年、光電子増倍管 (PMT) の出力 (信号増幅) が低下する問題が生じており、使用する PMT 数の減少に伴う集光効率の低下によってエネルギー分解能が徐々に低下してしまっている。本研究では PMT ごとの光量応答性の違いを考慮した確率モデルを採用することによって信号増幅の低下した PMT をも活用してエネルギー分解能の改善を図った。その結果、エネルギー分解能を 3% 改善することに成功し、実験感度 ($0\nu\beta\beta$ 崩壊の半減期) にして 1.07 倍の改善を実現した。KamLAND-Zen の観測期間 5 年での見積もりでは 1.25 倍の感度改善が見込まれる。

目次

第 1 章	序論	1
第 2 章	二重ベータ崩壊	3
2.1	ディラック方程式	4
2.2	マヨラナ質量	5
2.3	シーソー機構	5
2.4	二重ベータ崩壊	6
2.5	$0\nu\beta\beta$ 崩壊の探索意義	7
2.6	$0\nu\beta\beta$ 崩壊探索の現状	8
第 3 章	KamLAND-Zen 実験	13
3.1	KamLAND-Zen 実験の概要	13
3.2	検出原理とエネルギー分解能の重要性	15
3.3	検出器の概要	16
3.4	エネルギー分解能の低下と本研究の動機	19
第 4 章	事象再構成	21
4.1	波形解析	21
4.2	電荷から光量への変換	22
4.3	伝達時間の補正	24
4.4	バッドチャンネルの除去	24
4.5	位置再構成	25
4.6	エネルギー再構成	26
4.7	エネルギー較正	32
第 5 章	低ゲイン PMT の活用のための解析手法の開発	35
5.1	波形解析	35
5.2	エネルギー再構成プログラムの改良	40
5.3	尤度関数への組み込み	43
5.4	性能評価	45

第 6 章	エネルギー分解能改善による $2\nu\beta\beta$ 背景事象の低減効果	55
6.1	$0\nu\beta\beta$ 探索感度改善の予測	57
6.2	5 年の観測期間に本研究が与える影響	57
第 7 章	結論	61
7.1	本研究の成果	61
7.2	今後の課題	62
付録		63
A	$0\nu\beta\beta$ 崩壊スペクトルの広がり	63
B	PMT の電荷応答のモデル化	64
引用文献		67
謝辞		69

目次

2.1	ニュートリノの有効質量ともっとも軽い質量固有値の相関	9
3.1	KamLAND-Zen 400 1st-phase のスペクトル	14
3.2	KamLAND-Zen 400 2nd-phase のスペクトル	14
3.3	二重ベータ崩壊のスペクトル	15
3.4	KamLAND の立面図	16
3.5	バッドチャンネル数の推移	20
4.1	PMT からの信号波形	22
4.2	1 p.e. ピーク位置の補正	23
5.1	基準波形の作成	36
5.2	波形フィットの様子	37
5.3	ゲインフィット	38
5.4	再構成されたエネルギースペクトルの変化	39
5.5	低ゲイン PMT の光量分布	40
5.6	PMT のヒットしない確率の期待光量依存性	43
5.7	線源の導入位置	45
5.8	ヒット数分布の変化	47
5.9	17-inch PMT 単独でのスペクトルの変化	48
5.10	17-inch PMT と 20-inch のスペクトルの比較	49
5.11	17-inch PMT と 20-inch PMT の結合	50
5.12	エネルギーバイアスの z 依存性	51
5.13	17-inch + 20-inch によるスペクトルの変化	52
5.14	エネルギー分解能の z 依存性	53
5.15	中性子事象のピーク	53
6.1	実エネルギーと観測エネルギーの変換	56

表目次

2.1	標準理論に含まれる素粒子	3
2.2	$2\nu\beta\beta$ 崩壊が確認されている核種	7
2.3	世界の $0\nu\beta\beta$ 探索実験の現状	9
3.1	KamLAND 内部検出器で使用されている PMT	18
5.1	ヒット検出の電荷閾値	37
5.2	線源に含まれる同位体についてのまとめ	45
5.3	2018 年 1 月の線源による較正データ取得時の PMT の状態	46
5.4	ヒット数分布の変化とそこから期待されるエネルギー分解能の改善率	47

第 1 章

序論

ニュートリノ振動の観測によりニュートリノが微小な質量をもつことが明らかとなり、我々のニュートリノへの理解は飛躍的に高まった。素粒子物理の標準模型ではニュートリノの質量が 0 であることを仮定しており、ニュートリノ振動の検出は素粒子の標準模型を超える物理の最初の結果でもある。

しかし我々がニュートリノについて解明できていることは僅かで、

- CP 位相の測定
ニュートリノ振動パラメータで測定が実現していない最後のひとつ
- 質量の絶対値
3つのフレーバー固有状態 (ν_e, ν_μ, ν_τ) の質量
- 質量階層構造
3つの質量固有値 (m_1, m_2, m_3) の大小関係
- ニュートリノはマヨラナ粒子か、ディラック粒子か

といった問題は未解決であり、かつこれらの問題を解明することで我々のニュートリノへの理解は圧倒的に深化する。

本論文では上述の課題のうち、マヨラナ性と質量階層構造のふたつを同時に検証できるニュートリノを伴わない二重ベータ崩壊 ($0\nu\beta\beta$ 崩壊) の探索に焦点を当てる。 $0\nu\beta\beta$ 崩壊はニュートリノがマヨラナ粒子である場合にのみ生じる現象であり、検出されればニュートリノがマヨラナ粒子であることが確定する。同時にこの反応はレプトン数保存則に対する反例となり、ニュートリノ振動と同様、標準理論を超える物理現象である。

さらに $0\nu\beta\beta$ 崩壊の半減期と有効質量と呼ばれる量の間には比例関係があるため、 $0\nu\beta\beta$ 崩壊の探索はニュートリノの質量についても重要な情報をもたらす。ニュートリノの質量固有値 (m_1, m_2, m_3) についてはニュートリノ振動パラメータの測定からその順序に一定の制限がついており、質量階層構造と呼ばれている。 $0\nu\beta\beta$ 崩壊探索によって有効質量に上限を設けることができ、質量階層構造にも制限をつけることができる。

$0\nu\beta\beta$ 崩壊探索実験は世界中で行われており、熾烈な国際競争の場となっている。KamLAND-Zen 実験もその一つであり、約 90% 濃縮した ^{136}Xe を 750 kg 使用した KamLAND-Zen 800 が 2019 年 1 月に開始され、過去の観測感度を超える見通しである。

第2章で述べる通り、 $0\nu\beta\beta$ 崩壊探索では検出器のエネルギー分解能が実験感度に大きな寄与を持つ。本研究は事象再構成の手法を改善することでソフトウェア的に検出器のエネルギー分解能の改善を目指すものである。

本論文の構成を以下にまとめる。2章でニュートリノの性質を外観し、マヨラナ粒子の概念を導入する。また $0\nu\beta\beta$ 崩壊探索の意義をまとめ、世界で行われている実験を外観する。3章ではKamLAND-Zen実験の実験原理や検出器の概要を述べ、 $0\nu\beta\beta$ 崩壊探索におけるエネルギー分解能の重要性を示し、本研究で行なったエネルギー分解能改善の動機と見通しを示す。4章ではKamLAND従来から行われる事象再構成の手法について概観する。5章では本研究で行なった「波形解析」と「エネルギー再構成」手法の開発についてまとめる。その結果としてのエネルギー分解能の改善について、妥当性も含めて定量的に考察する。6章ではKamLAND-Zen実験の背景事象となる $2\nu\beta\beta$ 崩壊をどの程度減らすことができるのかを議論し、本研究で開発した手法を導入することによる実験感度の改善について見積もりを示す。7章で本論文の結論を示し、同時に今後の開発の展望を述べる。

第 2 章

二重ベータ崩壊

現在の素粒子物理学は「標準理論」と呼ばれる枠組みの中で著しい成功を納めている。標準理論に現れる素粒子は 12 個の物質を構成する粒子（クォーク、レプトン）および 4 個の力を伝達する粒子と質量起源であるヒッグス粒子の合計 17 個である（表 2.1）。これらの素粒子は現在までに全て実験的に確認され、ニュートリノ振動を除くあらゆる素粒子現象は標準理論によって説明できている。

電子と同じレプトンに属するニュートリノは標準理論では質量が 0 の粒子であると仮定されていた。しかしニュートリノ振動実験の成果によりニュートリノが質量を持つことが確定し、ニュートリノに関する様々なモデルが棄却された（例えば後述の 2 成分ワイル解ではあり得なくなった）。

ニュートリノの質量は対となる荷電レプトンと比較して圧倒的に軽いことがわかっている。このことはニュートリノだけはヒッグスとの相互作用が他の粒子と異なることを意味するが、現在までのところ、この事実に対する説得力のある説明は確立していない。ニュートリノに質量を与える機構を考える上で極めて重要となるのがニュートリノはディラック粒子か、マヨラナ粒子かという問題で、世界中で検証実験が行われているものの、未解決である。

現在世界中で行われている全てのニュートリノのマヨラナ性の検証実験は「ニュートリノの放出を伴わない二重ベータ崩壊 ($0\nu\beta\beta$ 崩壊)」の探索によって行われている。 $0\nu\beta\beta$ 崩壊はレプトン数保存を破る反応過程であり、標準理論の枠内では禁止されている。

本章ではまずマヨラナ粒子を導入した上で軽いニュートリノ質量の説明として有力視されるシーソー機構を紹介する。その上でニュートリノのマヨラナ性の検証に用いられる現象として二重ベータ

表 2.1 標準理論に含まれる素粒子

	物質の構成粒子（フェルミ粒子）			力の伝達粒子 （ゲージ粒子）	質量起源 （ヒッグス粒子）
	I	II	III		
クォーク	u	c	t	g	H
	d	s	b	γ	
レプトン	e	μ	τ	W^\pm	
	ν_e	ν_μ	ν_τ	Z^0	

崩壊およびそのふたつのモードを紹介し、世界の $0\nu\beta\beta$ 崩壊探索実験の現状を概観する。

2.1 ディラック方程式

ニュートリノはスピン $1/2$ のフェルミ粒子であるから、ディラック方程式に従う。通常、ディラック方程式に従う粒子は4成分をもち、2成分がスピン自由度、残りの2成分が粒子・反粒子の自由度として解釈される。

ディラック方程式をワイル表示で書き下すと、ディラック場 ψ が2成分に分離して表される。

$$\psi = \begin{pmatrix} \chi \\ \phi \end{pmatrix} \quad (2.1)$$

$$\psi_L = \frac{1}{2}(1 - \gamma^2)\psi = \begin{pmatrix} \chi \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \psi_R = \frac{1}{2}(1 + \gamma^2)\psi = \begin{pmatrix} 0 \\ \phi \end{pmatrix} \quad (2.2)$$

ψ_L, ψ_R はカイラリティ演算子 γ^5 の固有状態で、 ψ_L はカイラリティ負の状態、 ψ_R はカイラリティ正の状態を表す。この表式を用いるとディラック方程式は、

$$(E - \boldsymbol{\sigma} \cdot \boldsymbol{\nabla})\phi = m\chi \quad (2.3)$$

$$(E + \boldsymbol{\sigma} \cdot \boldsymbol{\nabla})\chi = m\phi \quad (2.4)$$

$m=0$ であればこれらの式はふたつの独立した方程式となり、

$$\frac{\boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{p}}{E}\chi = -\chi \quad (2.5)$$

$$\frac{\boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{p}}{E}\phi = -\phi \quad (2.6)$$

となるが、 $m=0$ では $|E| = |\mathbf{p}|$ となるから、この解はヘリシティ固有状態である。

ワイル解ではパリティ変換でスピンと運動量がそれぞれ $\boldsymbol{\sigma} \rightarrow \boldsymbol{\sigma}, \mathbf{p} \rightarrow -\mathbf{p}$ となるため、パリティが保存しない。歴史的にはワイル解は早くから知られていたが、パリティ変換で不変でないため、物理的に意味のない解と見なされてきた。当時はパリティ変換対称性は当然保たれると考えられていたからである。しかし、弱い相互作用でのパリティの破れがウーらの実験で発見された。ニュートリノは弱い相互作用しかしない素粒子である。そこでニュートリノが質量0でワイル解である可能性が考えられていた。ところがニュートリノ振動実験の結果からニュートリノが質量をもつことが決まり、ニュートリノがワイル解ではあり得ないことが決まった。

$m \neq 0$ のときは、 χ, ϕ がそれぞれ右巻きと左巻きの固有状態の重ね合わせで表される。

$$\chi = a\chi_+ + b\chi_-, \quad \chi = c\chi_+ + d\chi_- \quad (2.7)$$

ただし χ_+ はヘリシティ正 ($h = +1$)、 χ_- はヘリシティ負 ($h = -1$) の状態である。 χ_{\pm} が互いに直交することを用いて、

$$\chi = \pm N \sqrt{\frac{E+p}{2E}} \left(\chi_- \pm \frac{m}{E+p} \chi_+ \right) \quad (2.8)$$

$$\phi = \pm N \sqrt{\frac{E+p}{2E}} \left(\chi_+ \pm \frac{m}{E+p} \chi_- \right) \quad (2.9)$$

と解ける。 m が十分小さい場合を考えると χ_- はほぼヘリシティ負（左巻き）の χ_- の状態であり、 ϕ はほぼヘリシティ正（右巻き）の χ_+ の状態である。このことは $m \neq 0$ であれば粒子は光速で運動できないため、粒子を追い越す座標系が存在し、その系から見るとスピンの向きは変化しない一方で粒子の進行方向は逆転するためヘリシティが反転する、と解釈できる。

2.2 マヨラナ質量

粒子の質量はラグランジアンに現れる質量項によって決定する。もっとも一般的なラグランジアンは、

$$-\mathcal{L} = \bar{\psi} i \gamma^\mu \partial_\mu \psi + m_D (\bar{\psi}_L \psi_R + \text{h.c.}) + \frac{m_L}{2} (\bar{\psi}_R^c \psi_L + \text{h.c.}) + \frac{m_R}{2} (\bar{\psi}_L^c \psi_R + \text{h.c.}) \quad (2.10)$$

と書き表される。第1項が運動エネルギーを表し、第2項以下が質量項である。第3、4項をマヨラナ質量項と呼び、これらがなければ通常のディラック方程式に対応するラグランジアンである。電子などの荷電フェルミオンに対してマヨラナ質量項を考えないのは、これらの項がローレンツ不変ではあるものの、位相変換に対して不変ではなく、電荷またはレプトン数保存則を破るからである。

レプトン数保存が破れても構わないという条件を入れた場合のラグランジアンが式 (2.10) である。このラグランジアンを次の「マヨラナ場」

$$N_1 = \frac{\psi_L + (\psi_L)^c}{\sqrt{2}}, \quad N_2 = \frac{\psi_R + (\psi_R)^c}{\sqrt{2}} \quad (2.11)$$

を使って、

$$-\mathcal{L} = \bar{N}_1 i \gamma^\mu \partial_\mu N_1 + \bar{N}_2 i \gamma^\mu \partial_\mu N_2 + (\bar{N}_1 \quad \bar{N}_2) \begin{pmatrix} m_L & m_D \\ m_D & m_R \end{pmatrix} \begin{pmatrix} N_1 \\ N_2 \end{pmatrix} \quad (2.12)$$

と書き直せる。ここで、

$$M = \begin{pmatrix} m_L & m_D \\ m_D & m_R \end{pmatrix} \quad (2.13)$$

をニュートリノ質量行列と呼ぶ。

2.3 シーソー機構

上で得られた質量行列を対角化すると、

$$M_{\text{diag}} = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} \left[(m_R + m_L) + \sqrt{(m_R - m_L)^2 + 4m_D^2} \right] & 0 \\ 0 & \frac{1}{2} \left[(m_R + m_L) - \sqrt{(m_R - m_L)^2 + 4m_D^2} \right] \end{pmatrix} \quad (2.14)$$

ここで、

$$m_R \gg m_D, m_L \quad (2.15)$$

の仮定をすると、

$$M_{\text{diag}} = \begin{pmatrix} m_R & 0 \\ 0 & -\frac{m_D^2}{m_R} \end{pmatrix} \quad (2.16)$$

が得られ、質量固有解は m_R に対して

$$N = N_2 + (m_D/m_R)N_1 \quad (2.17)$$

$-m_D^2/m_R$ に対して

$$\tilde{\nu} = N_1 - (m_D/m_R)N_2 \quad (2.18)$$

となる。この固有解は L 成分と R 成分の混合であり、決まったカイラリティ固有状態ではない。また、質量固有値が負になっていることは $\nu = \gamma^5 \tilde{\nu}$ により正にできることから問題ではない。 m_R を大きくすると、 N はほとんど N_2 (右巻き成分) のみとなり、極めて重い右巻きニュートリノを表し、 ν はほとんど N_1 (左巻き成分) のみとなり、 m_D より遥かに軽い左巻きニュートリノという実験事実に合う結果が得られた。このように m_R を大きくすることにより左巻きニュートリノの質量が軽くなる様子から、シーソー機構と呼ばれている。

2.4 二重ベータ崩壊

二重ベータ崩壊は原子核中の2つの中性子がほぼ同時に陽子に転換する、特殊なベータ崩壊である。質量数 A と原子番号 Z が共に偶数である偶偶核では隣接する核 $(A, Z+1)$ のエネルギーが高く、その次の核 $(A, Z+2)$ がエネルギー的に低い場合がある。このような場合には通常の(シングル)ベータ崩壊が強く抑制され、二重ベータ崩壊を生じ得る。二重ベータ崩壊は弱い相互作用の2次の効果で生じる現象であるためその半減期は非常に長く、したがって極めて稀な現象である。二重ベータ崩壊にはふたつのニュートリノの放出を伴う $2\nu\beta\beta$ 崩壊とニュートリノの放出を伴わない $0\nu\beta\beta$ 崩壊のふたつのモードが存在する。

$$2\nu\beta\beta: (Z, A) \rightarrow (Z+2, A) + 2e^- + 2\bar{\nu}_e \quad (2.19)$$

$$0\nu\beta\beta: (Z, A) \rightarrow (Z+2, A) + 2e^- \quad (2.20)$$

これらのうち $2\nu\beta\beta$ 崩壊は標準理論の枠内で起こりうる反応で、表 2.2 に示す通り様々な核種で確認され、半減期も測定されている。一方で $0\nu\beta\beta$ 崩壊はニュートリノがマヨラナである場合にのみ許される反応で、レプトン数の保存しない、したがって標準理論を超える反応である。主として軽いマヨラナニュートリノの交換で起こると考えられており、定性的には、一方の中性子から電子とともに放出された右巻き反ニュートリノが、ゼロでない質量により生じるわずかな左巻き成分のために左巻きニュートリノとして他方の中性子に吸収され、電子が放出されると解釈できる。

表 2.2 $2\nu\beta\beta$ 崩壊が確認されている核種 [1]

核種	天然存在比 (%)	$Q_{\beta\beta}$ (MeV)
^{48}Ca	0.187	4.263
^{76}Ge	7.8	2.039
^{82}Se	8.7	2.998
^{96}Zr	2.8	3.348
^{100}Mo	7.5	3.035
^{116}Cd	30.38	2.813
^{130}Te	34.08	2.527
^{136}Xe	8.9	2.459
^{150}Nd	5.6	3.371

2.5 $0\nu\beta\beta$ 崩壊の探索意義

$0\nu\beta\beta$ 崩壊探索によりニュートリノのマヨラナ性およびレプトン数非保存の最初の証拠が検証される。これらのどちらもが標準理論の枠を超える現象であり、検証の重要性は明確である。そして $0\nu\beta\beta$ 崩壊探索によりニュートリノの質量についての情報も得られる。

質量固有値

ニュートリノの3つのフレーバー固有状態 (ν_e, ν_μ, ν_τ) と質量固有状態 (ν_1, ν_2, ν_3) は次のようにユニタリ行列 U_{MNSP} を用いて、

$$\begin{pmatrix} \nu_e \\ \nu_\mu \\ \nu_\tau \end{pmatrix} = U_{\text{MNSP}} \begin{pmatrix} \nu_1 \\ \nu_2 \\ \nu_3 \end{pmatrix} \quad (2.21)$$

のように結びつく。MNSP はニュートリノ振動の提唱者 (牧-中川-坂田-Ponkecorvo) の頭文字から取られている。 U_{MNSP} は次の形で書き下されることが多い。

$$U_{\text{MNSP}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & c_{23} & s_{23} \\ 0 & -s_{23} & c_{23} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c_{13} & 0 & s_{13}e^{-i\delta_\nu} \\ 0 & 1 & 0 \\ -s_{13}e^{i\delta_\nu} & 0 & c_{13} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c_{12} & s_{12} & 0 \\ -s_{12} & c_{12} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (2.22)$$

ここで、 $s_{ij} = \sin \theta_{ij}$ 、 $c_{ij} = \cos \theta_{ij}$ である。各パラメータはそれぞれ、

- θ_{12} : 太陽ニュートリノ観測、長基線原子炉ニュートリノ振動実験
- θ_{23} : 大気ニュートリノ観測、加速器ニュートリノ振動実験
- θ_{13} : 中距離原子炉ニュートリノ振動実験、加速器ニュートリノ振動実験

により測定されている。 δ_ν についてはまだ測定がされていない。上記の混合角の測定値から質量固有状態の固有値 (m_1, m_2, m_3) について次の情報が得られている。

$$\Delta m_{21}^2 = m_2^2 - m_1^2 \sim 7.6 \times 10^{-5} \text{ eV}^2 \quad (2.23)$$

$$|\Delta m_{32}^2| = m_3^2 - m_2^2 \sim 2.5 \times 10^{-3} \text{ eV}^2 \quad (2.24)$$

これによりニュートリノの質量固有値について次の質量階層構造が存在することが示唆される。

- 標準階層構造 (NH) : $m_3 \gg m_2 > m_1$
- 逆階層構造 (IH) : $m_2 > m_1 \gg m_3$
- 準縮退構造 (QD) : $m_3 \approx m_2 \approx m_1$

ニュートリノの有効質量

$0\nu\beta\beta$ 崩壊の半減期 $T_{1/2}^{0\nu}$ は以下のように有効質量 $\langle m_{\beta\beta} \rangle^2$ と結びつくため、 $T_{1/2}^{0\nu}$ を測定することでニュートリノの質量についての情報が得られる。

$$\left(T_{1/2}^{0\nu}\right)^{-1} = G^{0\nu} |M^{0\nu}|^2 \langle m_{\beta\beta} \rangle^2 \quad (2.25)$$

ここで $G^{0\nu}$ は位相空間因子で $G \propto Q_{\beta\beta}^5$ となる量である。 $M^{0\nu}$ は核行列要素と呼ばれ、原子核の構造を記述するモデルに依存して不定性があるものの理論計算により求まる（実験的に決めることができない）。 $\langle m_{\beta\beta} \rangle$ は次の定義で与えられる。

$$\langle m_{\beta\beta} \rangle = \left| \sum_{i=1}^3 U_{ei}^2 m_i \right| \quad (2.26)$$

ここで U_{ei} は MNSP 行列にマヨラナ CP 位相を含む行列を乗じた行列で、原子核の性質を含まない。ここで得られた有効質量ともっとも軽い質量固有値 (m_{lightest}) の相関を見ると、上述の質量階層構造から禁止領域が現れる。2.25 から半減期 $T_{1/2}^{2\nu}$ の下限が決まると有効質量 $\langle m_{\beta\beta} \rangle$ の上限が核行列要素の不定性をのぞいて決まる。例えば $T_{1/2}^{2\nu}$ の下限として $\langle m_{\beta\beta} \rangle$ が 15 meV 以上になり得ないような制限をつけた場合、ニュートリノの質量階層構造として、逆階層構造が排除される。

2.6 $0\nu\beta\beta$ 崩壊探索の現状

$0\nu\beta\beta$ 崩壊の探索は世界中で行われており、熾烈な国際競争の場となっている。本節では世界の $0\nu\beta\beta$ 崩壊探索の現状をまとめ、それぞれの実験手法の強みと課題を概観する。[1]

2.6.1 ゲルマニウム検出器

ゲルマニウム検出器半導体検出器の一種でガンマ線スペクトルの測定に用いられるが、 ^{76}Ge を濃縮した高純度ゲルマニウム (High-purity Germanium, HPGe) 検出器で $0\nu\beta\beta$ 崩壊探索が行われている。HPGe 検出器は濃縮された ^{76}Ge の結晶を用いており、結晶そのものが検出器と $0\nu\beta\beta$ 観測対象

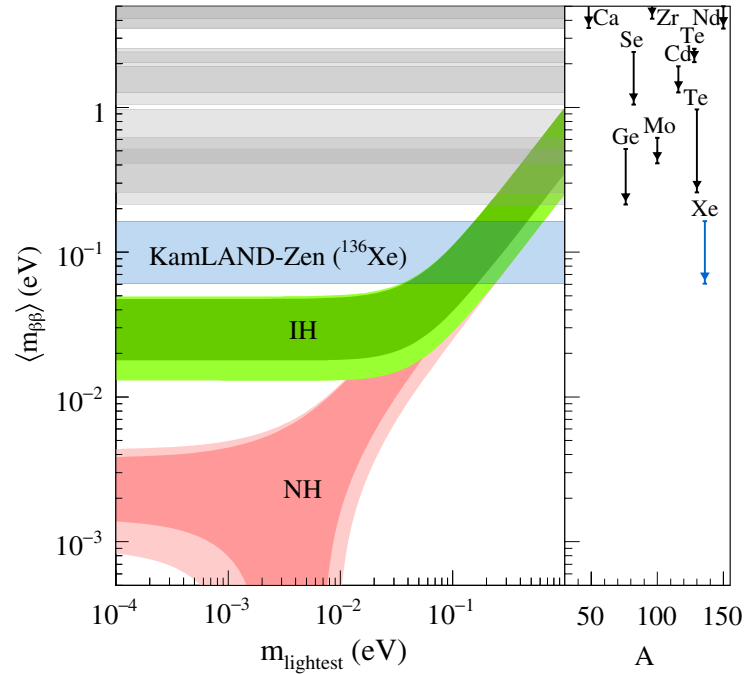


図 2.1 ニュートリノの有効質量ともっとも軽い質量固有値の相関 ([2])。有効質量の上限について世界でもっとも厳しい制限をつけているのが KamLAND-Zen 実験である。水色の帯が $m_{\beta\beta} < (61 - 165)\text{meV}$ に対応し、幅を持つてしまうのは原子核のモデルによって核行列要素の計算に不定性があるためである。

表 2.3 世界の $0\nu\beta\beta$ 探索実験の現状

核種	$T_{1/2}^{0\nu} (\times 10^{25}) \text{ y}$	$\langle m_{\beta\beta} \rangle (\text{eV})$	実験
^{48}Ca	$> 5.8 \times 10^{-3}$	$< 3.5 - 22$	ELEGANT-IV
^{76}Ge	> 8.0	$< 0.12 - 0.26$	GERDA
	> 1.9	$< 0.24 - 0.52$	MAJORANA DEMONSTRATOR
^{82}Se	$> 3.6 \times 10^{-2}$	$< 0.89 - 2.43$	NEMO-3
^{96}Zr	$> 9.2 \times 10^{-4}$	$< 7.2 - 19.5$	NEMO-3
^{100}Mo	$> 1.1 \times 10^{-1}$	$< 0.33 - 0.62$	NEMO-3
^{116}Cd	$> 1.0 \times 10^{-2}$	$< 1.4 - 2.5$	NEMO-3
^{130}Te	> 1.5	$< 0.11 - 0.52$	CUORE
^{136}Xe	> 10.7	$< 0.061 - 0.165$	KamLAND-Zen
^{136}Xe	> 1.8	$< 0.15 - 0.40$	EXO-200
^{150}Nd	$> 2.0 \times 10^{-3}$	$< 1.6 - 5.3$	NEMO-3

の両方を兼ねている。結晶製作の際に背景事象源となる不純物の除去が可能で、極低放射能化も実現しやすい。HPGe 検出器の強みは高いエネルギー分解能で $Q_{\beta\beta}$ に対して FWHM で 0.12% を実現している。反面、検出器の大型化に難があり、崩壊核数を稼ぎにくい点が弱点と言える。HPGe 検出器は $0\nu\beta\beta$ 崩壊探索の他に $Q_{\beta\beta}$ を大きく下回るエネルギー領域でのダークマター探索に感度をもつことも指摘されている。

GERDA 実験

GERDA 実験はイタリアのグランサッソで行われている、HPGe 検出器による $0\nu\beta\beta$ 崩壊探索実験で、 ^{76}Ge の HPGe 検出器を液体アルゴンで満たされたクライオスタットに沈めて観測を行なっている。GERDA-I と GERDA-II の 2 期の観測期間の結果を結合した結果として、 $T_{1/2}^{0\nu} > 8.0 \times 10^{25}$ y (90% 信頼度) を発表している。

MAJORANA DEMONSTRATOR

MAJORANA DEMONSTRATOR (MJD) はアメリカのスタンフォードで行われている ^{76}Ge をしようした $0\nu\beta\beta$ 探索実験である。GERDA 実験とは異なり、真空の銅製のクライオスタットに HPGe 検出器を封入して観測を行う。2015 年に観測を開始して以降も検出器の改良を積み重ね、 $T_{1/2}^{0\nu} > 2.7 \times 10^{25}$ y (90% 信頼度) という結果を得ている

LEGEND

GERDA 実験と MJD 実験の結果によって ^{76}Ge を用いた $0\nu\beta\beta$ 崩壊探索実験の大型化と極低放射能化の技術的見通しが示され、1 トンスケールの ^{76}Ge を用いた LEGEND 実験が立ち上げられた。LEGEND 実験は GERDA と MJD の強みを併せ持つような設計になっており、グランサッソの GERDA 実験の設備を活用して、最大で 200 kg の濃縮 ^{76}Ge 検出器を導入し、2021 の探索開始を目指す最初の観測期間 (LEGEND-200) では背景事象を GERDA の 1/5 に削減し、 $\sim 10^{27}$ 年の探索感度を期待している。最終的には 1000 kg の Ge を使用し (LEGEND-1000) $T_{1/2}^{0\nu} \sim 2.7 \times 10^{28}$ y を目指している。

2.6.2 ボロメータ

ボロメータとは低温の熱浴に熱的に接続された吸熱素子で生じた素粒子反応を温度変化によって検出する装置である。吸熱素子に様々な物質を使用できるため、二重ベータ崩壊核を複数同時に使用できる。Ge 検出器と同様に結晶製作を行うため、極低放射能化が可能である。エネルギー分解能に優れた反面、大型化が難しい点も同様である。

CUORE

CUORE 実験はイタリアのグランサッソで行われている。5 × 5 × 5 cm² の TeO₂ 結晶 988 個を吸熱素子として用い、7 mK まで冷却して観測を行なっている。 ^{130}Te は天然存在比が高く (34%)、MiDBD や CUORE-0 といった先行実験同様、CUORE 実験では同位体濃縮を行っていない。NTD

(neutron-transmutation-doped) ゲルマニウムを用いた高感度熱量計により観測を行なっている。CUORE 実験単独で、 $T_{1/2}^{0\nu} > 1.3 \times 10^{25}$ y (90% 信頼度) という結果を得ている。また Cuoricino 実験と CUORE-0 の過去の結果と結合して、 $T_{1/2}^{0\nu} > 1.5 \times 10^{25}$ y (90% 信頼度) という結果を得ている。

CUPID

the CUORE UoGrade with Particle IDentification の名前の通り、ボロメータの性能を高めることで粒子識別能力を高めた実験である。TeO₂ 結晶中でチェレンコフ光を観測し、シンチレーション光と弁別することで支配的な背景事象であった α 粒子の識別が可能となった。CUPID 実験では ¹³⁰Te の濃縮を行なっている。検出器を 1 トンスケールまで拡大して探索感度 $T_{1/2}^{0\nu} > 10^{27}$ y を目指している。

AMoRE

AMoRE は ¹⁰⁰Mo を使用した韓国の実験グループである。準備段階の観測を終え、200 kg の結晶を使用して、探索感度 $T_{1/2}^{0\nu} \sim 5 \times 10^{27}$ y を目指している。

2.6.3 タイムプロジェクションチャンバー

タイムプロジェクションチャンバー (TPC) の利点はイオン化のシンチレーション光の二種類の情報を取得できることである。これによって位置とエネルギーに加えてイベントトポロジーも再構成し、 α 粒子と β , γ 粒子の識別ができる。

$0\nu\beta\beta$ 崩壊探索では濃縮した ¹³⁶Xe を崩壊核およびシンチレータとして使用することが多い。液体 Xe を使用する例と高圧の気体 Xe を使う例があり、それぞれ高密度の崩壊核を観測できる、エネルギー分解能に優れるといった利点がある。より低いエネルギー領域に特化し、ダークマター探索を行う実験グループもある。

EXO-200

EXO-200 はアメリカの実験グループで 80.6% 濃縮された液体の ¹³⁶Xe 110kg を用いた TPC 検出器を使用している。2011 より始まった最初の観測期間では ¹³⁶Xe の $2\nu\beta\beta$ 崩壊を世界初観測した。2016 年から 2018 年にかけて行われた PhaseII 観測期間では $T_{1/2}^{0\nu} > 1.8 \times 10^{25}$ y (90% 信頼度) という結果を得ている。

nEXO

nEXO 実験は EXO-200 実験の成功を土台として大型化した実験計画である。90% 濃縮した ¹³⁶Xe を 5000 kg 使用し、低ノイズなシリコン光センサー (Silicon Photomultipliers, SiPMs) でシンチレーション光を観測する。エネルギー分解能は $Q_{\beta\beta}$ で 2.4% (FWHM)、観測感度 10^{28} y を見込む。この感度と分解能での場合、 $2\nu\beta\beta$ 崩壊背景事象は無視し得るほど小さい寄与になる。

第 3 章

KamLAND-Zen 実験

3.1 KamLAND-Zen 実験の概要

KamLAND-Zen 実験とは反ニュートリノ検出器である KamLAND (**K**amioka **L**iquid-scintillator **A**nti-**N**eutrino **D**etector) を用いた ^{136}Xe の $0\nu\beta\beta$ 探索実験である。KamLAND は世界最大の液体シンチレータ検出器であり、同時に極低放射能環境を実現し、太陽ニュートリノ、原子炉ニュートリノ、地球ニュートリノ等の観測ですでに著しい成果を挙げている。KamLAND-Zen は KamLAND の中心部分に二重ベータ崩壊核である ^{136}Xe を溶解させた液体シンチレータを封入した容器を保持し、極めて稀な事象である $0\nu\beta\beta$ 崩壊を探索する。

KamLAND-Zen 実験では二重ベータ崩壊核として ^{136}Xe を使用している。これは実験設計上の以下の要素を考慮したものである。

- $2\nu\beta\beta$ 崩壊の半減期が長い
 $2\nu\beta\beta$ 崩壊は $0\nu\beta\beta$ 崩壊観測にとって避けることのできない背景事象であり、半減期の長い崩壊核を選ぶことで $0\nu\beta\beta$ 観測領域内 (Xe の場合は 2.5 MeV 近傍) の $2\nu\beta\beta$ 事象を減らすことに繋がる。
- Xe は液体シンチレータへの溶解度が高い。
 極めて稀な現象である $0\nu\beta\beta$ 崩壊を探索するにあたり、単位体積あたりに導入できる崩壊核数は多い方が有利である。
- 遠心分離による同位体濃縮の手法が確立している。
 ^{136}Xe は天然に存在する Xe としては最も重い同位体であるため、遠心分離による濃縮の技術がすでに確立している。これによって天然存在比 9% から 90% 程度まで濃縮される。
- 化学的に安定な希ガスで、扱いが容易かつ安全である。

KamLAND-Zen 実験は約 380kg の Xe を使用した KamLAND-Zen 400 において $2\nu\beta\beta$ の半減期に対しては、

$$T_{1/2}^{2\nu} = 2.21 \pm 0.02(\text{stat}) \pm 0.07(\text{syst}) \times 10^{21}\text{yr} \quad (3.1)$$

という値を得た。また、 $0\nu\beta\beta$ の半減期については

$$T_{1/2}^{0\nu} > 1.07 \times 10^{26}\text{yr}(90 \% \text{ C.L.}) \quad (3.2)$$

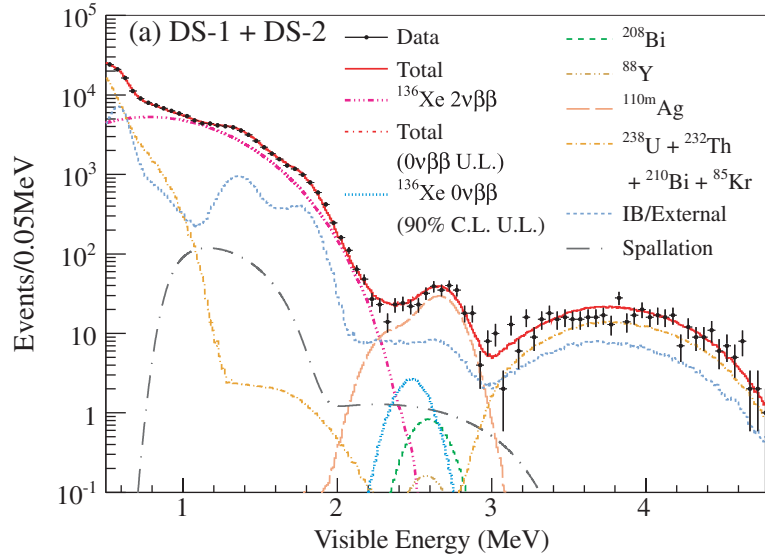


図 3.1 KamLAND-Zen 400 1st-phase のスペクトル

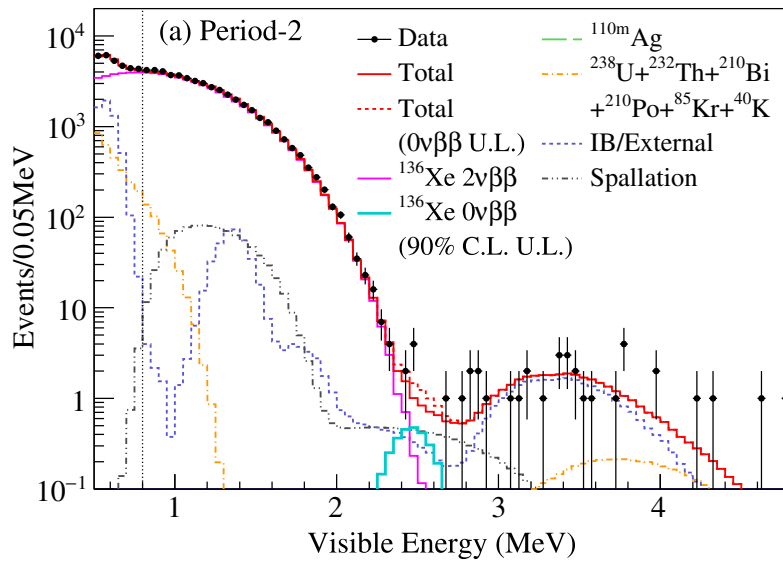


図 3.2 KamLAND-Zen 400 2st-phase のスペクトル

という制限をつけている。これらの値は図 3.1[2] と図 3.2[3] に示すふたつのデータ取得期間を結合して得られたものである。エネルギースペクトルを見るとわかるように、最初の観測期間（図 3.1）では $0\nu\beta\beta$ 崩壊観測のエネルギー領域である 2.5 MeV 付近に多くの背景事象が存在することがわかり、放射性不純物の除去を目的とした液体シンチレータの徹底した純化（液液抽出および蒸留）を行なった。その結果、図 3.2 に示すように 2.5 MeV 付近の事象数を大幅に減少させることに成功し、実験感度が大幅に向上した。

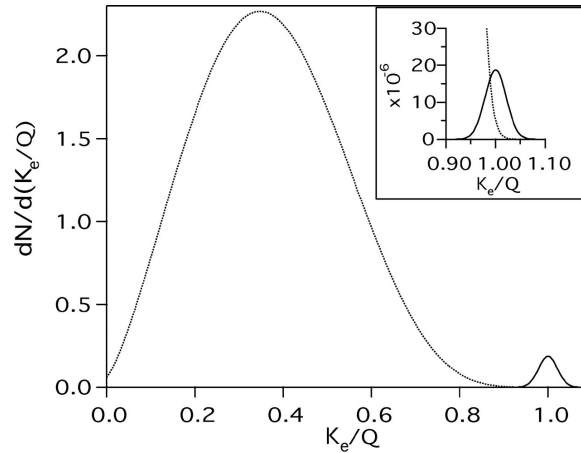
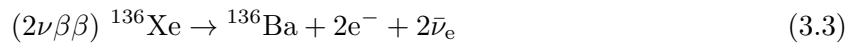


図 3.3 二重ベータ崩壊のスペクトル [4]。 K_e は電子の運動エネルギーの合計、 Q は $2\nu\beta\beta$ のエンドポイントである。点線で描かれている $2\nu\beta\beta$ のスペクトルの面積は 1 に規格化されており、実線で描かれている $0\nu\beta\beta$ は 10^{-2} (右上の拡大図は 10^{-6}) に規格化されている。また、全てのスペクトルについて $5\%/\sqrt{E[\text{MeV}]}$ のエネルギー分解能をたたみ込んでいる。

3.2 検出原理とエネルギー分解能の重要性

二重ベータ崩壊ふたつのモードは以下のように表される。



液体シンチレータを用いた検出器の場合、放出されるふたつの電子の運動エネルギーが散乱等で液体シンチレータの構成原子に受け渡され、脱励起する際の発光を観測する。液体シンチレータの場合、電子の放出方向の情報は失われてしまうため、観測できるのはふたつの電子の運動エネルギーの合計である。二重ベータ崩壊はどちらのモードもふたつの電子を放出するが、そのスペクトルの違いからふたつのモードを弁別することができる。図 3.3 はふたつモードのスペクトルの違いを示したものである。 $2\nu\beta\beta$ モードの場合、スペクトルは二重ベータ崩壊の Q 値 ($Q_{\beta\beta}$) の半分より少し低いエネルギーにピークを持つような連続スペクトルになる。これは通常の (シングル) ベータ崩壊と同様、放出されるニュートリノが運動エネルギー持ち去ることで説明される。他方、 $0\nu\beta\beta$ モードではニュートリノが放出されないため、ふたつの電子の運動エネルギーの合計は一意的に決まり*1、 $Q_{\beta\beta}$ 付近に鋭いピークを持つ。 $2\nu\beta\beta$ と $0\nu\beta\beta$ の事象レートの比、すなわち図 3.3 の面積比はおおよそそれぞれの半減期 ($T_{1/2}^{2\nu}$, $T_{1/2}^{0\nu}$) の逆比になる。この比は $\langle m_\nu \rangle = 1 \text{ eV}$ を仮定すると、崩壊核の Q 値と行列要素によって 5,000 から 100,000 程度 [4] と見積もられている。

液体シンチレータ型の検出器は一般にエネルギー分解能の面で不利であり、ふたつのスペクトルが重なる。通常、 $0\nu\beta\beta$ 崩壊観測のエネルギー領域 (Region of Interest, ROI) は $Q_{\beta\beta}$ の周りの狭い範

*1 反跳される原子核の運動量は無視できる。古典力学による簡単な評価を付録 A にまとめた。

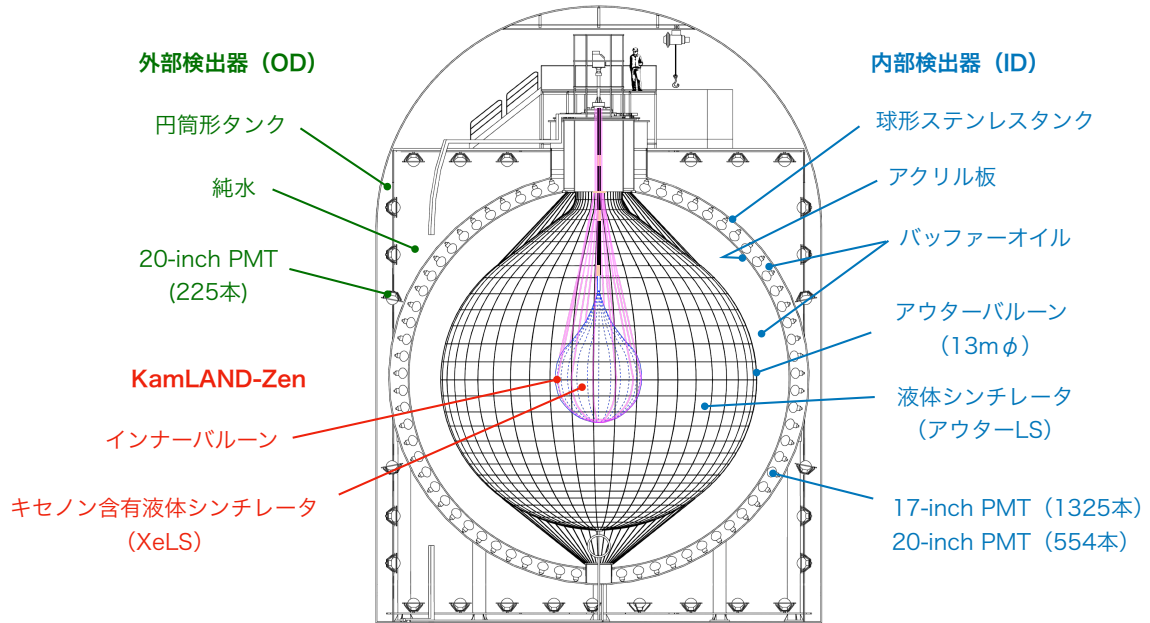


図 3.4 KamLAND の立面図。検出器は外部検出器 (OD) と内部検出器 (ID) からなる。OD は検出器の外部から飛来する背景事象源 (宇宙船ミューオンなど) を検出するために設置されている。物理事象の内部検出器で行っている。

囲 (例えば $\pm 2\sigma$ など) を設定している。ROI の中にまで $2\nu\beta\beta$ のスペクトルが重なるとふたつのモードは弁別ができないため、 $2\nu\beta\beta$ 崩壊が $0\nu\beta\beta$ 崩壊の背景事象となる。

図 3.3 の拡大図はその状況を再現したものである。ROI 中のシグナル S と背景事象 B の比は近似的に次で表される [1]。

$$\frac{S}{B} \propto \left(\frac{Q_{\beta\beta}}{\Delta E} \right)^6 \frac{T_{1/2}^{2\nu}}{T_{1/2}^{0\nu}} \quad (3.5)$$

これより、 $2\nu\beta\beta$ 崩壊の半減期が長いことと、検出器のエネルギー分解能が良いことが $0\nu\beta\beta$ 観測にとって重要であることがわかる。

このことは図 3.3 から読み取れる。ふたつの図を比較すると、 $0\nu\beta\beta$ モードの事象レートに対する $2\nu\beta\beta$ モードの事象レートが小さくなればそれだけ観測が有利になり、またエネルギー分解能が良くなることで、ROI そのものを狭めることができる上に ROI への $2\nu\beta\beta$ の染み出しも抑制される。

3.3 検出器の概要

KamLAND のうち、特に KamLAND-Zen 実験に関わる部分の概要を説明する。

3.3.1 外部検出器 (Outer Detector, OD)

図 3.4 におけるステンレス球形タンクと円筒形タンクに挟まれた部分を外部検出器 (OD) と呼んでいる。OD は直径 19m、高さ 20m の円筒形のタンクであり、247 本の PMT が取り付けられ、純水で満たされている。宇宙線ミューオンの中でも高エネルギーなものは検出器を貫通するほどのエネルギーを持つことがあり、観測の背景事象になる。KamLAND では OD 水槽中でミューオンが生じさせるチェレンコフ光を検出することで、当該事象をデータ解析時に除去している。

OD の他の機能としては外部からの γ 線や岩盤から生じる中性子を吸収する役割の他、地下水の温度が一年を通して一定であることから恒温槽としての役割、浮力により内部検出器の支柱にかかる負担を軽減する効果もある。

3.3.2 内部検出器 (Inner Detector, ID)

図 3.4 におけるステンレス球形タンクより内側部分を内部検出器 (ID) と呼んでおり、KamLAND での物理事象の観測は ID 内に保持されている液体シンチレータの発光を合計 1879 本の光電子増倍管 (PMT) で検出することで行われる。

最外部は直径 18m のステンレス製の球形タンクであり、PMT はこの内側表面に取り付けられている。PMT のすぐ内側には検出器表面全体を覆うようにアクリル板が設置されており、PMT やステンレスタンクから溶け出す放射性不純物が検出器中心部分へ侵入することを防いでいる。アクリル板の光透過性は十分高く、集光量への影響は小さい。液体シンチレータを保持するバルーン (Xe 含有液体シンチレータを保持するバルーンと区別するためにアウターバルーンと呼ばれる) はバッファー (緩衝) オイルの中に沈めるような形で保持されている。バッファーオイルは液体シンチレータと異なり非発光性であり、アウターバルーンを保持する役割をもつ。そのため液体シンチレータよりも 0.04% 小さい比重となるように以下の組成となっている。

- ミネラルオイル ($C_{12}H_{26}$) :52%
- イソパラフィン (C_nH_{2n+2} , $n \sim 14$) :47%

液体シンチレータ

KamLAND は 1000 トンの液体シンチレータをニュートリノターゲットとして使用している。後述する液体シンチレータ (Xe-LS) に対して Kam-LS と呼ぶ。成分は以下で構成されており、集光量や純化の容易さ、経年劣化等を考慮して配合割合を決めている。

- ドデカン ($C_{12}H_{26}$) 80% (溶媒)
- プソイドクメン (1,2,4-トリメチルベンゼン) 20%
- PPO (2,4-ジフェニルオキサゾール) 1.36g/l (発光剤)

表 3.1 KamLAND 内部検出器で使用されている PMT

口径	ダイノード構造	本数
17-inch	ラインフォーカス	1325 本
20-inch	ベネチアンブラインド	554 本

光電子増倍管

KamLAND の内部検出器で使用されている光電子増倍管 (PMT) は口径の異なる二種類がある (3.1)。二種類の PMT はダイノード構造にも違いがあり、17-inch PMT は時間分解能や線型性に優れるラインフォーカス型を使用しており、20-inch PMT は大口径に適したベネチアンブラインド型を採用している。このダイノード構造の違いにより 17-inch PMT の方が時間分解能に優れる。4.1 節で述べるようにこれは電荷の計算に不定性をもたらし、電荷分解能も 17-inch PMT が優れる。光電面被覆率 (検出器球面の面積に対する PMT の光電面の占める割合) は 17-inch で 22%、20-inch で 12%、合計で 34% である。

3.3.3

Xe 含有液体シンチレータ (Xe-LS)

2019 年 1 月から観測を開始した KamLAND-Zen の Xe 750kg フェーズ (KamLAND-Zen 800) では、約 380kg の Xe を使用した前フェーズ (KamLAND-Zen 400) から増量された Xe を溶かし込むために溶媒となる液体シンチレータの体積も増えた。

インナーバルーン

Xe-LS を KamLAND 中心部分に保持する役割をもつのがインナーバルーンである。インナーバルーンは $25\mu\text{m}$ 厚のナイロンフィルムでできている。KamLAND-Zen 400 から増量された Xe-LS を保持するために大型化されたインナーバルーンが製作された。背景事象を発生させる放射性不純物 (^{238}U や ^{232}Th) の混入量を抑えた (10^{-12} g/g) フィルムを特注し、クラス 1 のクリーンルームを使用して製作された。

3.3.4 データ収集システム

KamLAND では KamFEE 異なる二系統のデータ収集システムが存在するが、ここでは本研究に関わる系統についてのみ説明する。

フロントエンドエレクトロニクス

波形取得命令

KamLAND では、独自に開発した電子回路 KamFEE (KamLAND Front-End Electronics) を用いて PMT からの信号の波形取得・デジタル化を行なっている。PMT で 5×10^6 倍に増幅された信号は KamFEE に送られ、二つに分岐される。ひとつはトリガー発行に、もうひとつは信号のデジタル化に用いられる。

トリガー回路

トリガー回路では 200 枚の FEE から伝達された hit-sum 情報を 125ns 幅で積分した、全 PMT のヒット数の値を基に様々なトリガーを発行する。FPGA に下す波形取得コマンドにはヒットしたチャンネルに対して波形を取得する「global acquisition」とヒットの有無に関係なく全チャンネルで波形を取得する「force acquisition」の 2 種類がある。

ID トリガーには信号の種類に応じて以下の主要なトリガーが存在する。

- ID prompt、ID delayed

反ニュートリノ信号や $^{214}\text{Bi-Po}$ の連続崩壊などを遅延同時計測で検出する際に使われる先発・後発信号のタグ付けに使用されるトリガー。KamLAND-Zen にとっては背景事象となるこれらの事象を除去するために不可欠である。

- ID Single

単一信号を取得するためのトリガーで、二重ベータ崩壊信号はこのトリガーで捉える。

その他、OD で検出した宇宙線ミューオンと ID での事象をタグ付けする ODtoID や、時間・エネルギーの較正に使用されるトリガーなど、全部で 20 種類以上のトリガーが存在する。

トリガー回路は神岡鉱山の坑口に設置された GPS 受信機と接続して時刻情報を取得している。この 40MHz クロックが KamFEE にも送られ、タイムスタンプの作成、ランごとの時間較正が行われる。

3.4 エネルギー分解能の低下と本研究の動機

KamLAND は建設から 15 年以上が経過し、一部の PMT において信号増幅率（ゲイン）が通常の半分以下にまで低下する問題が生じている。また、現時点で健全な状態にある PMT が完全に故障してしまうのを防ぐことを目的として段階的に印加電圧を下げる操作（High Voltage Reduction）を 2017 年以来断続的に行なっている。結果として解析に利用する基準を満たさない PMT（バッドチャンネル、4.4 節を参照）の本数は図 3.5 に示すように年々増加している。

ゲインの低下した PMT（低ゲイン PMT）はダイノード段での処理速度が低下するため（電圧低下によって電子の加速が鈍るためであると考えられる）、時間分解能が悪化する。4 章で述べる通り、時間分解能の悪化は事象位置の再構成精度に影響を及ぼす他、電荷分解能も悪化する。これらはデータ解析における系統誤差の要因となるバイアス（位置依存性）を生じさせるため、低ゲイン PMT は解析から除外されている。

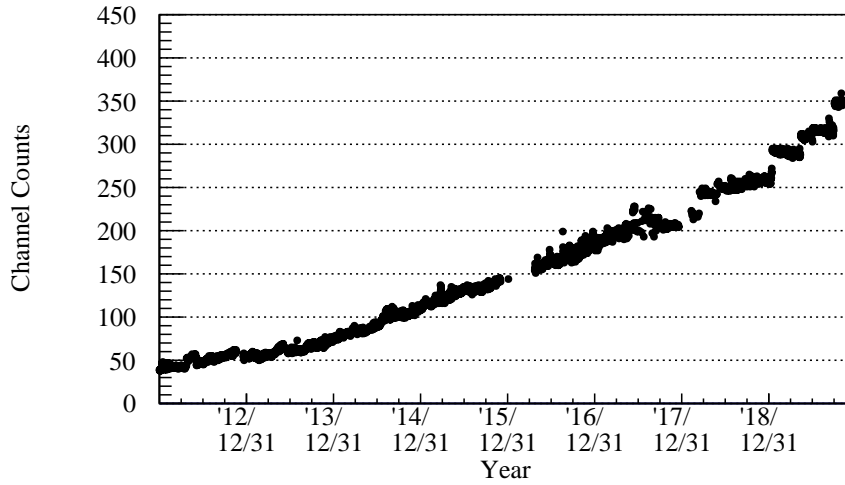


図 3.5 17-inch PMT のバッドチャンネル数の推移。少なくとも一つのバッドチャンネル判定基準 (4.4 節参照) に抵触した PMT の本数で、判定される原因のほとんどがゲインの低下である。2019 年以降では 17-inch PMT 1325 本中バッドチャンネル数が 300 本を超えてしまっている。このうち 60 本程度は完全に故障してしまったもので、残りの 240 本程度を再活用することを目標としている。2017 年以降、推移が階段状になっているのはゲインの自然低下より印加電圧を下げる操作の方がより支配的な原因となっているためである。

エネルギー分解能は検出器の集光量に対して正の相関があり、同一エネルギーの事象であっても集光量が k 倍になれば分解能は $1/\sqrt{k}$ 倍に改善する。特に、KamLAND-Zen の観測対象となっている、 ^{136}Xe の二重ベータ崩壊 Q 値 ($Q_{\beta\beta} \simeq 2.5 \text{ MeV}$) 付近に限ると、KamLAND の 17-inch PMT1325 本のうち、ヒットを記録するのは 400 本弱であり、集光量は PMT のヒット数にほぼ比例する。すなわち、このエネルギー領域での重要な情報はヒットしたのか否かである。したがって低ゲイン PMT であっても (つまり多少電荷分解能の悪い PMT であっても)、解析に使用することがより高いエネルギー分解能は改善するはずである。

そこで、本研究では低ゲイン PMT をエネルギー再構成に組み込むことで、エネルギー分解能の向上を目指す。

第 4 章

事象再構成

KamLAND では 1879 本の PMT から得られるヒット時刻と光量の情報から事象の反応位置・時刻とエネルギーを再構成している。取得される生のデータはトリガー情報とデジタル化された出力波形であり、データサイズは 120GB/day とかなり大きいため、物理解析に必要なデータを整形・抽出する前処理が行われる。本章では KamLAND において従来から行われている事象再構成の過程と計算アルゴリズムをまとめる。本研究では波形解析手法とエネルギー再構成について開発を行ったが、それらについては 5 章で説明する。

4.1 波形解析

事象再構成の第一段階が波形解析であり、波形情報を時間・電荷情報へ変換する。これによりデータ容量は 6.5GB/day 程度まで削減される。

各 PMT から得られる波形は約 1.5ns 間隔の 128 サンプル点でデジタル化されており、全体で $1.5 \times 128 \sim 190$ ns の時間幅の波形になる。この波形から以下の手順で時間・電荷情報を取得する。本節の内容は [5] にアルゴリズムも含めて詳しく説明されている。

1. ベDESTALの差し引き

ベDESTALは電子回路由来のノイズやダークヒットによって生じる波高のオフセットである。ベDESTALの大きさは各ランの始めにチャンネルごとに 50 個のベDESTAL波形を取得し、平均化することで見積もられている。

2. 波形のスミージング

波形に含まれる高周波ノイズは光子計数の統計的なフラツキの原因となるため一次微分を利用して取り除かれる。

3. ベースラインの調整

波形のベースラインが 0 に来ていることは立ち上がり時刻や電荷の正確な評価に欠かせない。ミューオンイベント直後などのイベントが集中する期間では前の波形の影響でベDESTALを差し引いた後の波形であってもベースラインが 0 からずれることがあり、128 のサンプル点でのスミージング前の値とスミージング後の値の平均値からベースラインが決定される。

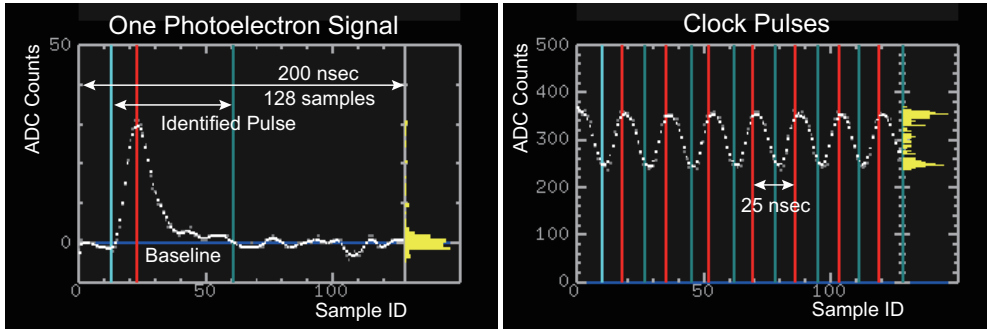


図 4.1 PMT からの信号波形。(左) 1 p.e. 相当信号の波形 (右) クロックパルステストの波形。

4. 時刻と電荷の取得

パルスの立ち上がり時刻はサンプルされた 128 のデータ点の最初の立ち上がりビンの時刻により定義される。また、ピーク位置は波形の微分を用いて検出している。パルスの終了時刻は平滑化された波形が負の値をとる直前のビンの時刻により定義される。電荷はパルスの開始時刻から終了時刻までの面積として定義され、これを 1 光電子の単位で表す。

サンプリング時間間隔の較正

電荷を算出する積分計算は 1.5 ns 間隔でサンプリングされた電圧値を足し上げて行われるため、時間幅の精度が重要となる。KamLAND ではクロックパルステストと呼ばれる時間較正を各ランの始めに行っている。サンプル時間間隔は 40 MHz (25 ns 間隔) のテストパルス 1 周期の中に含まれるサンプル点の個数を数えることで計算される。

$$(\text{時間幅}) = 25[\text{ns}] / (\text{サンプル点の個数}) \quad (4.1)$$

パルス間のサンプル点の個数はわずかに揺らぎがあり、17 周期分の測定結果から平均して算出している。

4.2 電荷から光量への変換

17-inch PMT

波形解析により算出された電荷量はその値を 210 で割ることで、光電子数 (photoelectron, p.e.) の単位に変換される。ここで、210 という倍率は 1 光電子の事象が 1 p.e. として観測されるように決定されている値である。

しかし、電荷の増幅率 (ゲイン) には揺らぎがあると同時に系統的な長期変動も確認されており、期待値が 1 p.e. の事象を集めても、そのピークが必ずしも 1 p.e. にならない。そのため、チャンネル毎・ラン毎に以下のような較正が行われている。図 4.2 は 1 p.e. 期待事象の観測光量 (p.e.) の分布である。

較正のための 1 p.e. 期待事象のイベントセレクションを以下にまとめる。統計数を稼ぐために 10 時

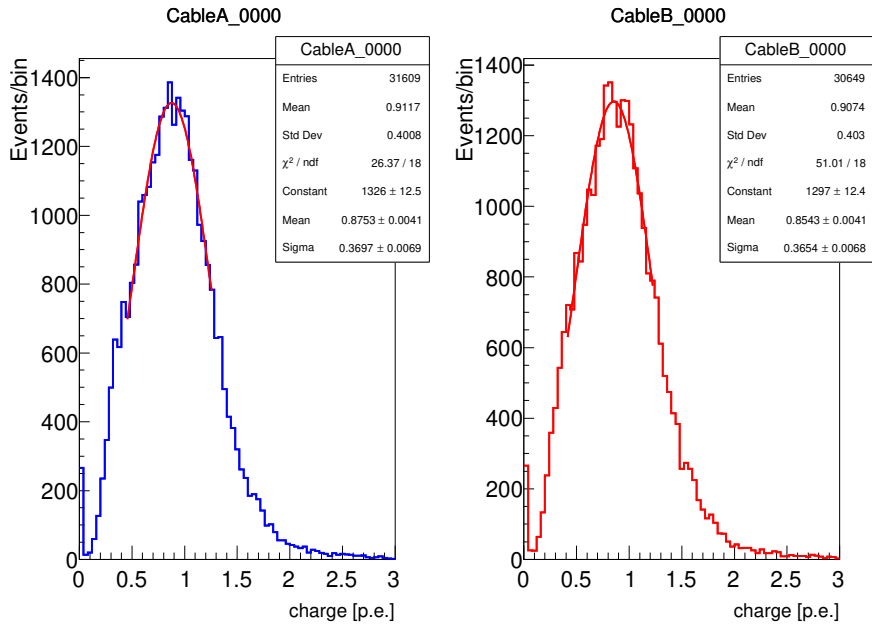


図 4.2 1 p.e. ピーク位置の補正。ピーク位置は 1 p.e. からずれるため、ガウス関数でフィットしてピーク位置を取得し、較正している。フィットの結果得られるガウス関数の平均 (mean) 値を 1 p.e. ゲインと呼んでいる。

間以上のランのデータを使って行われ、短時間ランについては近接の長時間ランを参照することで代用している。

1. 波形のなかに検出されたピークが 1 つだけ
2. ミューオン事象とその直後 2 ms 以内の事象は除外
3. 任意の事象の直後 100 μ s 以内の事象は除外
4. 120 \leq 17-inch PMT のヒット数 \leq 230
5. PMT と事象位置の距離 > 5.6m

20-inch PMT

20-inch PMT の電荷分布は 17-inch PMT のようなガウス関数的なピークを作らないため、宇宙線ミューオン事象での 17-inch PMT と 20-inch PMT の電荷の比を用いて較正している。電荷の比 R_i は次のように定義される。

$$R_i = \frac{Q_i^{(20)}}{Q_{\text{ave}}^{(17)}} \times \left(\frac{17}{20}\right)^2 \quad (4.2)$$

ここで $Q_i^{(20)}$ は i 番目の 20-inch PMT の電荷であり、 $Q_{\text{ave}}^{(17)}$ はその 20-inch PMT の周囲に配置されている 17-inch PMT の平均電荷である。

$$Q_{\text{ave}}^{(17)} = \frac{1}{N_{\text{ref}}} \sum_{i=1}^{N_{\text{ref}}} q_i^{(17)} \quad (4.3)$$

計算に使用する 17-inch PMT は通常 5~8 本で、低ゲイン PMT は除外される。

4.3 伝達時間の補正

反応点が検出器の中心からずれると、光の伝播時間の違いによって PMT ごとの観測時刻が変わってくる。反応位置の再構成はこの時間のずれを元に行っているため、光の観測時刻は極めて重要な情報となる。しかし、観測時刻は以下に掲げる要因によっても変化するため、その補正を行っている。

PMT 内部の信号処理速度の違い

PMT の内部回路での信号増幅速度は、印可電圧の変化の影響を強く受ける。電圧値が大きいとダイノード間を走る電子の速度が上がり、信号増幅に要する時間は短くなる。

ケーブル長の影響

PMT と電子回路を繋ぐケーブルの長さはチャンネル毎に異なり、1m あたり 5 ns の遅延が生じる。

観測光量依存性

低光量事象は波形の立ち上がりが遅くなるため、遅延時間には光量依存性が見られる。これは色素レーザーによる時間較正が行われている。

4.4 バッドチャンネルの除去

PMT と電子回路からなる測定系に何らかの不具合が生じ、応答に異常が生じている場合はそのチャンネルをバッドチャンネルとする。バッドチャンネルのリストはランごとに作成され、当該ランの解析から除外される。バッドチャンネルの判定基準は以下の 7 項目である。

1. 10,000 イベント中のヒット数が 600 以下
2. 高エネルギーミュオン 100 事象のうちヒット回数が 80 以下
3. ミュオン事象を除いた 10,000 事象のうちヒット回数が 480 以下
4. 電荷が 0 となる事象*1が 10,000 事象のうち 1,000 事象以上
5. ATWD の A チャンネル、B チャンネルのヒット数のさが 18% より大きい
6. エネルギーが高い事象では近接する PMT で同程度の電荷が観測されることが期待されが、その差が大きすぎる

*1 波形解析に失敗しているという意味で missing waveform と呼ばれる

7. 1 p.e. ゲイン

17inch PMT : gain ≤ 0.4 または gain ≥ 4.0 20inch PMT : gain ≤ 0.4 または gain ≥ 6.0

4.5 位置再構成

KamLAND で使用されている位置再構成プログラムには荒い推定をおこなう「LT Vertex」と、LT Vertex の出力を初期値として最尤法によるアルゴリズムで精度をあげる「V2 Fitter」のふたつがある。

4.5.1 LT Vertex

LT Vertex は PMT 位置の幾何学的な情報と PMT ごとの観測時刻のずれから反応位置を計算するプログラムである。反応位置の座標を $\vec{r} = (x, y, z)$ とおくと、光子が放出されたであろう時刻 t_i は次のように表される。

$$t_i(\vec{r}) = T_i - ToF_i(\vec{r}) \quad (4.4)$$

ここで T_i は i 番目の PMT のヒット時刻であり、観測光量に依存性をもつため 4.3 節で導入された補正がなされる。 $ToF_i(\vec{r})$ は反応点から i 番目の PMT までの光子の飛行時間 (Time of Flight) である。これは i 番目の PMT の位置座標 (x_i, y_i, z_i) を用いて、

$$ToF_i(x, y, z) = \frac{\sqrt{(x - x_i)^2 + (y - y_i)^2 + (z - z_i)^2}}{c/n_{\text{eff}}} \quad (4.5)$$

と表される。 n_{eff} は液体シンチレータの有効屈折率であり、 c/n_{eff} で液体シンチレータ中の光速になる。この値は線源による較正から $c/n_{\text{eff}} = 16.95\text{cm/ns}$ と求められている。式 (4.4) による計算結果は PMT 毎に異なる値を返すことになるが、その広がり最小になるような \vec{r} を反応位置の推定値とする。ただし、液体シンチレータの吸収・再発光の影響によってヒット時刻の広がりが大きくなるため、収束性をよくするために以下の方法をとっている。

反応の位置と時刻は原理的に無相関であるから以下に定義する共分散は 0 になるべきである。

$$\text{Cov}(t_i, dt_i/dx) = \frac{1}{\sum_i w_i} \sum_i w_i (t_i - \langle t_i \rangle) \left(\frac{dt_i}{dx} - \left\langle \frac{dt_i}{dx} \right\rangle \right) \quad (4.6)$$

ここで、

$$\frac{dt_i}{dx} = - \frac{n_{\text{eff}}(x - x_i)}{c\sqrt{(x - x_i)^2 + (y - y_i)^2 + (z - z_i)^2}} \quad (4.7)$$

は式 (4.4) の x による微分であり、反応位置を僅かにずらした時の反応時刻の変化と解釈される。 $\langle t_i \rangle$ と $\langle dt_i/dx \rangle$ はそれぞれ t_i と dt_i/dx の期待値である。 y, z についても同様の計算を行う。また、 w_i は ToF_i にもとづく重み因子で、PMT と反応位置 \vec{r} が近いほど重みをつける。式 (4.6) が 0 に収束するまで逐次計算が行われる。

4.5.2 V2 Fitter

V2 Fitter は最尤法による反応位置再構成プログラムであり、最大化アルゴリズムの初期値として LT Vertex による計算結果を利用している。

尤度関数を以下に示す。

$$L(t, \vec{r}) = \prod_{i \in \text{hit}}^N \phi(\tau_i(t, \vec{r})) \quad (4.8)$$

ここで

$$\tau_i(t, \vec{r}) = T_i - t - \text{ToF}_i(\vec{r}) \quad (4.9)$$

は反応時刻 t と i 番目の PMT のヒット時刻 T_i の差からさらに ToF を差し引いた量であり理想的には 0 になるが、吸収・再発光や多重ヒットの影響を受けて 0 の周りに特有の広がりをもつ関数となる。数値計算の便宜上、対数尤度 $\log L$ の最大化を行う。すなわち、以下の (四元) 連立方程式の解として最尤な時刻と位置が与えられる。

$$\frac{\partial}{\partial \mathbf{x}} \log L(t, \vec{r}) = 0, \quad (\mathbf{x} = t, x, y, z) \quad (4.10)$$

ただし、

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial \mathbf{x}} \log L(t, \vec{r}) &= \sum_{i \in \text{hit}} \frac{\partial \tau_i}{\partial \mathbf{x}} \frac{d}{d\tau_i} \log \phi(\tau_i) \\ &= \sum_{i \in \text{hit}} \frac{1}{\phi(\tau_i)} \frac{d\phi(\tau_i)}{d\tau_i} \frac{\partial \tau_i}{\partial \mathbf{x}} \end{aligned} \quad (4.11)$$

である。

4.6 エネルギー再構成

エネルギー再構成についてもアルゴリズムの異なるふたつのプログラムが存在し、それぞれ「KatEnergy」「EnergyA2」という名前がついている。本節では両者に共通して考慮されている非線形パラメータに触れた上でそれぞれのエネルギー再構成アルゴリズムを説明する。

4.6.1 エネルギーの非線形的な効果

文献値等から知られるエネルギー (real Energy) と検出器で実際に観測されるエネルギー (visible Energy) の対応は必ずしも線形にならない。KamLAND においてそのような非線形的な効果に寄与している主要な要素を以下に挙げる。これらの効果は後述する「期待光量」と呼ばれるパラメータの中に組み込まれている。期待光量は「KatEnergy」「EnergyA2」の双方で観測エネルギーの値そのものに直結する重要なパラメータである。

チェレンコフチェレンコフ光の寄与

数 MeV 程度の事象については荷電粒子により発せられるチェレンコフ光の直接光は観測そのものが難しく、したがって総光量への寄与は小さい。これはチェレンコフ光の典型的な波長が液体シンチレータの吸収波長よりも小さいからである。しかし、液体シンチレータの再発光によって観測にかかることがあり、この寄与はシンチレーション光とチェレンコフ光の光量比を見積もることで考慮されている。

クエンチング効果

液体シンチレータの中では発生した粒子がクエンチング（消光）効果を受けてエネルギーを失う。クエンチングの大きさは各粒子のイオン化密度によって決まり、エネルギー損失がもっとも大きい粒子から α , γ , e^- となる。 α 粒子が失うエネルギーは特に大きく、発生時は数 MeV でもその 1/10 程度のエネルギーで観測される。単位長さあたりに放出される光の強度 dL/dx とエネルギー損失 dE/dx の関係は次のバークスの公式 [6] で表される。

$$\frac{dL}{dx} = L_0 \frac{dE/dx}{1 + k_B(dE/dx)} \quad (4.12)$$

4.6.2 KatEnergy

KatEnergy は反応位置と観測光量の情報からエネルギーを計算するプログラムで、液体シンチレータの発光量と観測エネルギーの間に線形な関係がある。本研究ではアルゴリズムを変化させることによって生じる観測エネルギーの非線形性の変化を KatEnergy からのずれによって評価したため、ここで簡単にそのアルゴリズムを確認しておく。KatEnergy における観測エネルギーは以下で表される。

$$E = E_0 \times \frac{\sum_i q_i - \sum_i d_i}{\sum_i \mu_i} \quad (4.13)$$

ここで、

- q_i : i 番目の PMT の観測光量
- d_i : i 番目の PMT へのダークヒットの寄与
- μ_i : i 番目の PMT の期待光量

である。また、比例定数 E_0 は中性子捕獲事象の 2.2 MeV が再現されるように決められている。観測光量とダークヒットの寄与はデータから決まってしまうため^{*2}、期待光量 μ_i の見積もり精度が観測エネルギーの精度に直結することがわかる。KatEnergy では期待光量について複数のモデルが実装され

^{*2} 観測光量は観測データそのものであり、ダークヒットの寄与は観測データから PMT ごとに見積もられた値を使用している。

ており、解析の対象^{*3}によって使い分けられている。中でも [7] で紹介されているモデルを示す。

$$\mu_i = \frac{e^{-L_i/\lambda}}{4\pi L_i^2} \eta_i \xi_i \cos \theta_i \quad (4.14)$$

ここで、 L_i は反応点と i 番目の PMT との距離、 λ は液体シンチレータの減衰長、 η_i はアウターバルーンを保持する紐による影の効果、 ξ_i は電子回路でのトリガー発行閾値による光量損失効果、 θ_i は PMT への入射角である。

4.6.3 EnergyA2

5.2 章で EnergyA2 の改良を行うが、ここでは従来から採用されている手法を説明する。EnergyA2 は最尤法でエネルギーの推定を行う。はじめに尤度関数を以下に提示し、それぞれの因子について説明をする。

$$L = \prod_{i \in \text{hit}} P_i^{(\text{hit})} \rho_i \tau_i \times \prod_{j \in \text{no-hit}} P_j^{(\text{no-hit})}. \quad (4.15)$$

ここで、 $P_i^{(\text{hit})}$ はヒットを記録した PMT に対するヒット確率、 $P_j^{(\text{no-hit})}$ はヒットを記録しなかった PMT に対するヒットしない確率、 ρ_i, τ_i はそれぞれ i 番目の PMT の光量（電荷）応答および時間応答の確率分布関数である。式 (4.15) の根幹となるパラメータはヒット確率 ($P_i^{(\text{hit})}$ と $P_j^{(\text{no-hit})}$) で、特に低エネルギー領域 (0.5 MeV 付近) ではヒット確率だけから構成された尤度関数でも高い分解能を発揮することがわかっている。しかし、 ^{136}Xe の $Q_{\beta\beta}$ 付近 (2.5 MeV) では時間と光量の情報を組み込むことでより高い分解能を実現できる。

4.6.4 PMT ごとの期待光量のモデル化

エネルギー再構成において最も重要なパラメータが PMT ごとの期待光量で、最尤推定によるエネルギー再構成とは観測値から期待光量 $\{\mu_i\}_{(i=1,2,\dots,1879)}$ の分布を決定することに他ならない。

期待光量 μ_i と観測エネルギー E を結びつけるの関係として以下の性質が期待される。

- 反応位置と PMT との距離の関数になる（近距離ほど大光量が期待される）。
- 反応位置を固定すればエネルギーの 1 次関数になる。
- 各 PMT に固有のダークチャージの寄与によるオフセットをもつ。

以上を踏まえ、次のモデルを採用している。

$$\mu_i = b_i(\vec{r})E + d_i \quad (4.16)$$

ここで \vec{r} は事象の反応位置、 d_i はダークチャージの期待値である。 $b_i(\vec{r})$ は 1 MeV あたりの期待光量で本研究では式 (4.14) に少し修正を加えた、

$$b_i(\vec{r}) = C \times \frac{e^{-L_i/\lambda}}{4\pi L_i^2} \eta_i (1 + a_i) \cos \theta_i \quad (4.17)$$

^{*3} データ取得時期によって液体シンチレータの発光量が変わるため、期待光量のモデルを修正することによって対処している。

というモデルを使用している。ここで、 a_i は PMT への入射角による量子効率の変化を補正する因子、 C は較正によって決める比例定数で、EnergyA2 の出力値のスケールを決定づける。ただし、ここでの較正は大まかなもので、2.2 MeV の中性子捕獲事象を再現するように再構成された後に微調整を行っている。

4.6.5 ヒット確率のモデル化

ここで導入するヒット確率のモデルは低ゲイン PMT を活用するために次章で部分的に新しいモデルに置き換える。ここでは従来から使用しているモデルについて説明する。また、ヒットするか・しないかという二値の確率変数を考えているからどちらか一方の確率がモデル化できれば十分である。以下ではヒットしない確率を P_i で表し、ヒットする確率は $1 - P_i$ により計算する。

各 PMT の観測光電子数がポアソン分布に従うことを仮定する。すなわち、 i 番目の PMT が期待光量 μ_i の事象において n 個の光電子を観測する確率が以下で表されるものとする。

$$\kappa(n; \mu_i) = \frac{(\mu_i)^n e^{-\mu_i}}{n!}. \quad (4.18)$$

この仮定のみを考慮すると、ヒットしない確率は 0 p.e. を観測する確率として理解される。

$$P_i = \kappa(0; \mu_i) = e^{-\mu_i} \quad (4.19)$$

しかし実際には電子回路由来のノイズやダークヒットを低減するためにハードウェアに閾値を設けており、また波形解析 (4.1 節) により検出できる電荷は概ね 0.3 p.e. 以上である。これにより低光量の観測効率は僅かに悪化し、ヒットしない確率は次のように書き直される。

$$P_i(\mu_i) = \kappa(0; \mu_i) + \epsilon \kappa(1; \mu_i) \quad (4.20)$$

$$= (1 + \epsilon \mu_i) e^{-\mu_i} = \nu_i e^{-\mu_i} \quad (4.21)$$

後の便宜のため、

$$\nu_i = 1 + \epsilon \mu_i \quad (4.22)$$

とおいた。ここで、 ϵ は非観測効率 (Photon Detection Inefficiency) で、式 (4.20) の第二項は 1 p.e. 事象を取り逃がす確率を表している。また、 $\epsilon = 0.036$ の固定値を使用している*4。

4.6.6 電荷応答のモデル

PMT の電荷応答の確率モデルとしては [8] に初等関数で表現できるモデルが提案されている。以下に表式のみを提示し導出は付録 B に譲る。

$$\rho(q_i; \mu_i) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(\mu_i)^n e^{-\mu_i}}{n!} \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi n}} \exp\left(-\frac{(q - nQ)^2}{2n\sigma^2}\right) \quad (4.23)$$

*4 これにより PMT の個性は反映されない。PMT の個性を反映したモデル化については 5 章を参照

ここで、 σ は 1 p.e. 分布の標準偏差、 Q は 1p.e. 信号の中心値に対応する。4.2 で行った 1 p.e. ゲインの補正により、単一光電子信号の電荷応答は 1 p.e. を中心に分布するように構成されているため、 $Q = 1$ で固定している。また、 $\sigma = 0.38^{*5}$ は全ての PMT で共通の値を使用している。

実装に当たっては式 (4.23) の和は $n = 100$ まで計算している。ただし、ひとつの事象に対して $100 \times [\text{PMT の本数 (1879 本)}] \times [\text{逐次計算の回数}] \sim 75,000$ 回 という計算コストを避けるためにあらかじめ式 (4.23) の n についての和を計算しておき、その出力データを配列に保持する方法をとっている。

4.6.7 時間応答のモデル化

時間情報は物理事象らしいのか、ダークヒットなどのノイズらしいのかを評価するために使われている。ヒットタイミング分布からウィンドウ関数を作成し、ヒットしたという情報に対して重みづけを行う。時間応答の分布関数は初等関数で表現できるモデルが提案されておらず、データから直接確率分布関数を作成している。ここではその関数を ψ とおき、次のような μ_i に依存する時間応答の確率モデルを使用している。

$$\tau(t_i; \mu_i) = \frac{\psi(t_i) b_i(\vec{r}) E + d_i}{\mu_i} \quad (4.24)$$

4.6.8 エネルギー推定

尤度関数の極大値を与える E がエネルギーの推定値^{*6}である。したがって具体的には $dL/dE = 0$ を解くことになるが、計算の便宜上次の対数尤度を考える。

$$\log L = \sum_{i \in \text{hit}} \left\{ \log(1 - P_i(\mu_i)) + \log \rho(\mu_i) + \log \tau(\mu_i) \right\} + \sum_{i \in \text{no-hit}} \log P_i(\mu_i) \quad (4.25)$$

解くべき方程式は

$$\frac{d}{dE} \log L = 0 \quad (4.26)$$

である。これは非線形方程式になるが、ニュートン法により数値的に解くことができる。解は次の反復列の極限として与えられる。

$$E_{n+1} = E_n - \frac{(\log L)'(E_n)}{(\log L)''(E_n)} \quad (4.27)$$

ここで $(\log L)'(E_n)$ は $\frac{d}{dE} \log L$ に第 n 反復点 E_n を代入したもので、 $(\log L)''(E_n)$ についても同様である。 $E_{n+1} - E_n = -\frac{(\log L)'(E_n)}{(\log L)''(E_n)}$ として辺々の $n = 1, 2, \dots$ についての和をとると、

$$E_{n+1} - E_1 = -\sum_{k=1}^n \frac{(\log L)'(E_k)}{(\log L)''(E_k)} \quad (4.28)$$

^{*5} 正確には $\sigma = 0.385861$ という値でプログラムに実装されている (KatEnergyA2.cc)

^{*6} 最大確率を与える事象が生起しているとの立場をとるのが最尤推定である。

となり、右辺の和を計算することによって解 E_n が求まる。ニュートン法を使う際は必要な有効桁数に応じた収束条件を設定し、収束条件を満たすか反復回数の上限に達した場合に逐次計算から抜けるように実装することが多いが、EnergyA2 では次の初期値*7を与え、反復回数は5回と決めている*8。

$$E_1 = \log \left(\frac{1326}{1326 - N_{\text{hit}17}} \right) \quad (4.29)$$

ここで $N_{\text{hit}17}$ は 17-inch PMT のヒット数である。例えば検出器中心の 2.5 MeV 程度の事象では $N_{\text{hit}17} = 400$ 程度だから、この場合は $E_1 \sim 1.43$ である。

エネルギーの推定値 (EnergyA2 の出力値) E_{vis} は

$$E_{\text{vis}} = E_1 - \sum_{k=0}^4 \frac{(\log L)'(E_k)}{(\log L)''(E_k)} \quad (4.30)$$

で与えられる。

エネルギーによる微分は式 (4.16) により、

$$\frac{d}{dE} = \sum_j b_j(\vec{r}) \frac{\partial}{\partial \mu_j} \quad (4.31)$$

と変換されることに注意し、以下で各項を微分していく。

光量応答 (式 (4.23)) と時間応答については解析的な微分が困難なため、数値的に微分を計算している。ここでは $f(x_i; \mu_i)$ を $\log \rho(q_i; \mu_i)$ または $\log \tau(t_i; \mu_i)$ として、形式的に書き下しておく。

$$\frac{d}{dE} \left(\sum_{i \in \text{hit}} \log f(x_i; \mu_i) \right) = \sum_j b_j(\vec{r}) \frac{\partial}{\partial \mu_j} \left(\sum_{i \in \text{hit}} \log f(x_i; \mu_i) \right) \quad (4.32)$$

ここで括弧の中は μ_i のみの関数となっており、微分は $j = i$ のときのみ値をもち、それ以外では 0 となる。したがって、

$$(4.32) = \sum_{i \in \text{hit}} b_i(\vec{r}) \frac{\partial}{\partial \mu_i} \log f(x_i; \mu_i) \quad (4.33)$$

となる。二次微分も同様に、

$$\frac{d^2}{dE^2} \left(\sum_{i \in \text{hit}} \log f(x_i; \mu_i) \right) = \sum_{i \in \text{hit}} b_i^2(\vec{r}) \frac{\partial^2}{\partial \mu_i^2} \log f(x_i; \mu_i) \quad (4.34)$$

となる。

ヒット確率はあらかじめ解析的に (つまり手計算で) 微分をした結果をプログラムに実装している。ただし、以下では $\partial \nu_i / \partial \mu_i = \nu'_i$, $\partial^2 \nu_i / \partial \mu_i^2 = \nu''_i$ と表す。また本節では $\nu_i = 1 + \epsilon \mu_i$ と定義する。5章ではこの部分に修正を加え、定義を変更する。

*7 式 (4.29) に現れる 1326 という値は 17-inch PMT の本数 1325 本からの値である。オフセットは 1325 本全てがヒットした際に発散するのを防ぐためである。

*8 収束条件を評価しない実装になっている理由はわからない。現時点ではエネルギー分解能には寄与しないため、本研究では手を付けなかったが、今後のチューニング作業の中で収束条件も考慮した実装が必要となる可能性もある。

no-hit 確率

$$\frac{d}{dE} \left(\sum_{i \in \text{no-hit}} \log P_i(\mu_i) \right) = \sum_j b_j(\vec{r}) \frac{\partial}{\partial \mu_j} \left(\sum_{i \in \text{no-hit}} \log(\nu_i e^{-\mu_i}) \right) \quad (4.35)$$

$$= \sum_{i \in \text{no-hit}} b_i(\vec{r}) \frac{\partial}{\partial \mu_i} (\log \nu_i - \mu_i) \quad (4.36)$$

$$= \sum_{i \in \text{no-hit}} b_i(\vec{r}) \left(\frac{\nu'_i}{\nu_i} - 1 \right) \quad (4.37)$$

$$\frac{d^2}{dE^2} \left(\sum_{i \in \text{no-hit}} \log P_i(\mu_i) \right) = \sum_j b_j(\vec{r}) \frac{\partial}{\partial \mu_j} \left(\sum_{i \in \text{no-hit}} b_i(\vec{r}) \left(\frac{\nu'_i}{\nu_i} - 1 \right) \right) \quad (4.38)$$

$$= \sum_{i \in \text{no-hit}} b_i^2(\vec{r}) \left(\frac{\nu''_i}{\nu_i^2} - \left(\frac{\nu'_i}{\nu_i} \right)^2 \right) \quad (4.39)$$

hit 確率

$$\frac{d}{dE} \left(\sum_{i \in \text{hit}} \log(1 - P_i(\mu_i)) \right) = \sum_j b_j(\vec{r}) \frac{\partial}{\partial \mu_j} \left(\sum_{i \in \text{hit}} \log(1 - \nu_i e^{-\mu_i}) \right) \quad (4.40)$$

$$= \sum_{i \in \text{hit}} b_i(\vec{r}) \frac{\partial}{\partial \mu_i} \log(1 - \nu_i e^{-\mu_i}) \quad (4.41)$$

$$= \sum_{i \in \text{hit}} b_i(\vec{r}) \frac{-\nu'_i + \nu_i}{e^{\mu_i} - \nu_i} \quad (4.42)$$

$$\frac{d^2}{dE^2} \left(\sum_{i \in \text{hit}} \log(1 - P_i(\mu_i)) \right) = \sum_j b_j(\vec{r}) \frac{\partial}{\partial \mu_j} \left(\sum_{i \in \text{hit}} b_i(\vec{r}) \frac{-\nu'_i + \nu_i}{e^{\mu_i} - \nu_i} \right) \quad (4.43)$$

$$= \sum_{i \in \text{hit}} b_j^2(\vec{r}) \left\{ \frac{-\nu''_i + \nu'}{e^{\mu_i} - \nu_i} - \frac{(-\nu'_i + \nu_i)(e^{\mu_i} - \nu'_i)}{(e^{\mu_i} - \nu_i)^2} \right\} \quad (4.44)$$

4.7 エネルギー較正

エネルギー分解能の評価は主として線源によるエネルギー較正のデータにより同時に行われる。しかし再構成されたエネルギースケールはランごとにわずかに揺らぐ。特に近年はPMTに印可する高電圧を段階的に下げている(3.4節)ため、その操作の前後では観測光量のスケールが変化し、結果としてエネルギーも変化する。また反応位置に依存した本節ではKamLANDで行われている様々なデータ解析(0νββ崩壊探索、太陽ニュートリノ、地球ニュートリノなど)に共通して行われているエネルギー較正について概観する。

線源による較正

密封線源を使用したエネルギー較正が行われている。最新の線源によるエネルギー較正は2018年1月のもので、5章ではこのデータを使用している。線源によるエネルギー較正は検出器内部に放射性不純物を混入させるリスクをとともなうため、必要最小限の回数しか行われない。そこで、エネルギースケールの時間変動を較正するために以下の事象を集めてエネルギー較正に使用している。

中性子捕獲事象および⁴⁰K事象による較正

- 中性子捕獲事象

高エネルギーをもつ宇宙線ミュオンは液体シンチレータの構成原子核を破砕して大量の中性子を生じさせる。中性子が陽子に捕獲される際に放出される2.2 MeVガンマ線事象は同定が容易で統計数も稼げることから、KamLANDの観測エネルギーの定義にもなっている。中性子捕獲事象は検出器全体でほぼ一様に観測でき、検出器中心から半径で区切ることで位置依存性も調べることができる。

- ⁴⁰K事象

KamLANDのアウトバールン上では⁴⁰Kの電子捕獲による1.5 MeVガンマ線事象のピークが検出できるため、エネルギーの較正に使われる。観測エネルギーは位置依存性があるため、特にKamLANDの全体積を使った解析をする場合にしようされる。

²¹⁴Bi-²¹⁴Po崩壊事象

KamLAND-Zen実験ではXe-LSを作成する際に液体シンチレータを循環させながら徐々にXe濃度を高めていった。液体シンチレータを循環させると²²²Rn(半減期3.82日)の混入がおこるため、循環の終了直後は²²²Rn濃度の高い期間が生じる。この期間は背景事象が多いため $0\nu\beta\beta$ 崩壊探索には不向きであるが、崩壊系列下流の²¹⁴Bi-²¹⁴Po連続崩壊は遅延同時計測によって同定することが可能で、有用なエネルギー較正データとして活用できる。

第 5 章

低ゲイン PMT の活用のための解析手法の開発

本研究で行った開発は波形解析の改善（5.1 節）と PMT 毎のヒット確率モデルの改善（5.2.1）である。前者は各 PMT から取得できる物理事象の光量（電荷）の下限をノイズを拾うことなく下げることで低ゲイン PMT からのデータ取得効率を向上させ、可能な限り通常の PMT の性能に近づけることを狙ったものである。後者は通常の PMT と低ゲイン PMT の応答の違いを考慮した上でエネルギー再構成に活用することを目指す。本章でそれらの手法について説明し、線源によるエネルギー較正用データを使ってエネルギー分解能の評価までを行う。

5.1 波形解析

4.1 で説明した波形解析の手法は波形の 3 次微分までの情報を使い、ピークの発見・多重ヒット（ひとつの波形の中に複数個のヒットが含まれる）の検出を行っている。この方法は電子回路由来のノイズやダークヒットなどの非物理事象（以下、まとめてノイズと呼ぶ）を減らすために、おおよそ 0.3 p.e. 以下の波形は検出しない。健全な PMT（ゲイン低下の生じていない PMT）であればほとんどの物理事象はこの閾値を上回るため、問題は生じない。しかし、ゲインが低下すると光量分布全体が低光量側にシフトするため（具体的には図 5.5 を参照）、特に低ゲイン PMT では今まではノイズと判断していた小さな波形もノイズを拾うことなく、検出できるような波形解析手法が必要となる。従来の手法と大きく異なるのはあらかじめ PMT ごとの基準波形を作成しておき、基準波形への当てはまり度合いを評価して光量を決定していく点である。

5.1.1 基準波形の作成

基準波形はレーザー光による時間較正用データを用いて 1 p.e. と 10 p.e. の波形が PMT ごとに作成された。

1. サンプル波形の重ね合わせ

波形の立ち上がりを揃えて多数の波形を重ね合わせる。立ち上がりの基準は 1 p.e. 波形に対し

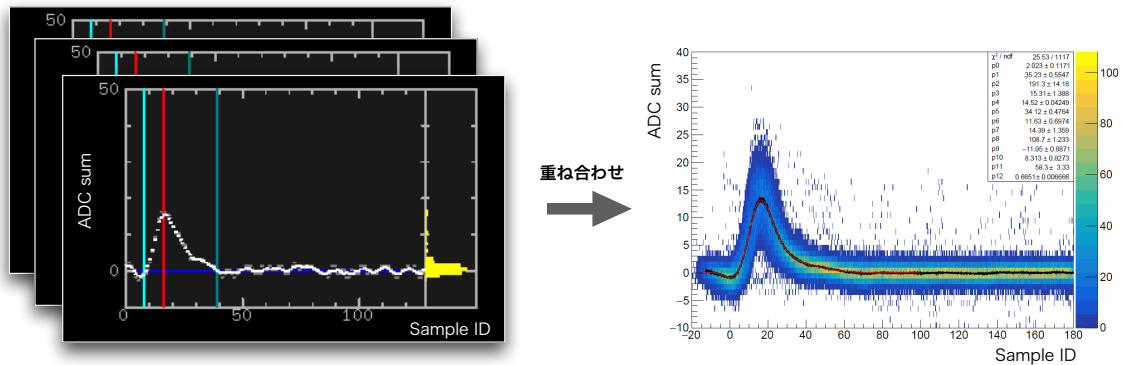


図 5.1 基準波形の作成の様子。レーザーキャリブレーションによる波形を多数重ね合わせることで各 PMT にとって尤もらしい波形を決定する。図は 1 p.e. 波形を作成する様子で、元の波形の立ち上がり時刻（太い水色の線）を基準に位置合わせをしている。

ては従来の手法で決めた（4.1 節参照）立ち上がり時刻で揃え、10 p.e. 信号については積分値が波形面積の 10% になる位置を基準として合わせている。

2. 波形のフィット

重ね合わせた波形をフィットし、基準波形を作成する。フィットにより決定するのは 4 から 6 個のガウス関数*1（個数はチャンネルにより異なる）、スケール因子（縦軸方向）、立ち上がり時刻の移動（横軸方向）の各パラメータである

図 5.1 に実際のフィットの様子を示す。

5.1.2 波形フィット

作成した基準波形を用いてスムージング後（4.1 節参照）の波形を評価する。アルゴリズムの概略は以下の通りである。

1. 基準波形を時間（横軸）方向へ移動させると同時に縦軸方向へスケールしながらサンプル波形と基準波形の当てはまり度合いを評価し、最適となる点（時刻）を探す。
2. サンプル波形から基準波形を差し引き、残差に対して 1. と同じ計算を行う。
3. 以上を逐次的に繰り返し、残差の面積（電荷）が閾値を下回った時点で終了する。

単純な例として、理想的な 1 p.e. 波形であれば 1 回目の計算で終了することになる。波形をフィットする様子を図 5.2 に示す。

また、電荷の検出閾値は表 5.1 のように決めた。これはベースラインに含まれる小さなスパイク状の波形を誤検出しない範囲で、可能な限り低い値に設定したものである。

*1 ガウス関数のパラメータは平均と標準偏差のふたつである。

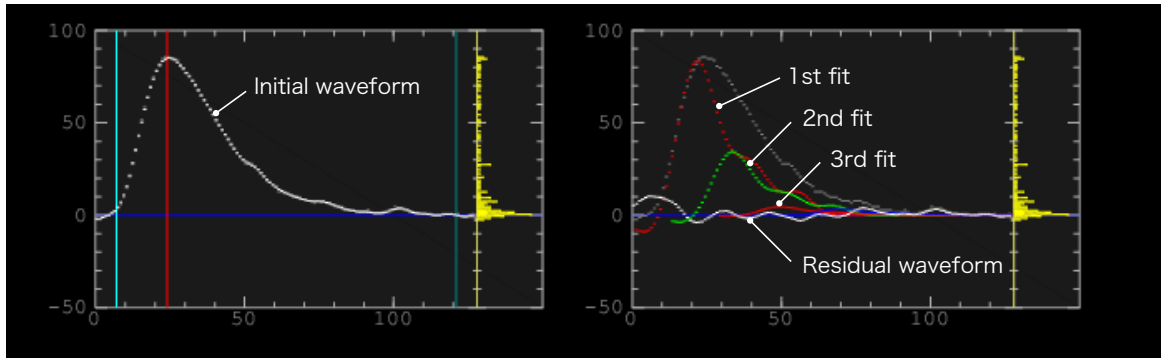


図 5.2 波形フィットの様子。(左) フィットする前の波形。立ち上がり、ピーク位置、終点は従来の手法で検出した位置である。(右) 新手法によるフィットの様子。基準波形を縦軸方向にスケールしながら面積を逐次的に差し引いていき、閾値を下回った時点でフィット終了とする。

表 5.1 ヒット検出の電荷閾値

PMT の種類	電荷 (p.e.) 閾値
17-inch	0.10 p.e.
20-inch(ID)	0.15 p.e.
20-inch(OD)	0.25 p.e.

波形フィットについての今後の課題

本節で導入した波形フィットの方法は宇宙線ミュオンのような大光量事象をうまくフィットできないという問題が残っている。これは電子回路で行われる信号増幅が3段階 ($\times 20$:通常のイベント用、 $\times 4$:中光量用、 $\times 0.5$:大光量用) になっており、どの倍率で増幅されるかによって波形が変わってしまうためである。本研究では物理事象の大半を占める 20 倍増幅に特化した開発しかできなかった。そのため宇宙線ミュオン事象などには現段階ではまだ適用できない。このことは後述の 20-inch PMT の 1 p.e. ゲイン較正に関わってくる。また、大光量事象への対応は今後の課題となる。

5.1.3 1 p.e. ゲインの較正

17-inch PMT

新旧の波形解析の手法は 1 p.e. の定義が異なる。旧手法 (4.1) は測定系からの出力波形を積分した値 (電荷) を 210 で割ることで概ね 1 に近い値になり、これを 1 光電子の単位としている。一方、新手法ではあらかじめ作成された 1 p.e. 基準波形の面積が 1 光電子の単位となる。これらの値は必ずしも一致しないため、そのままでは正しいエネルギーを出力しない。

1 p.e. ゲイン評価の方法は従来と同じ方法をとった (4.2 節を参照)。また、光量のスケールの確認には線源による較正データをしようしている。図 5.3 は同じチャンネルの同じデータを使って波形解析手法の違いによる光量 (電荷) 分布の変化を示したものである。新手法による分布の方が光量の値

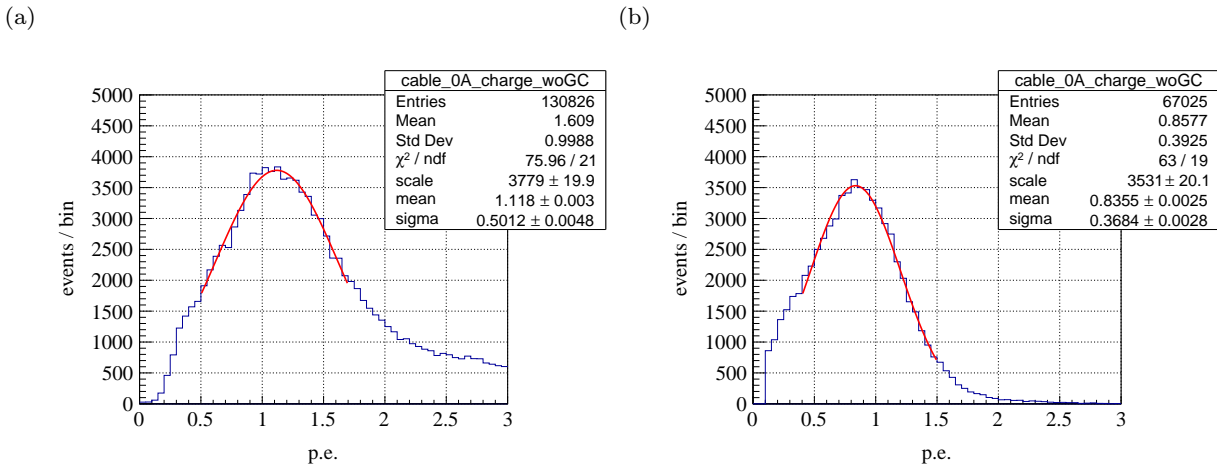


図 5.3 観測光量の分布。(a) 従来の波形解析手法による分布。(b) 新しい波形解析手法による分布。波形解析手法の違いによってピーク位置がずれていることがわかる。

が小さくなっていること新手法ではヒット判定の閾値として光量そのもの (0.1 p.e. 以上) を用いているため、図 5.3(b) には 0.1 p.e. に明確な崖が見られる。

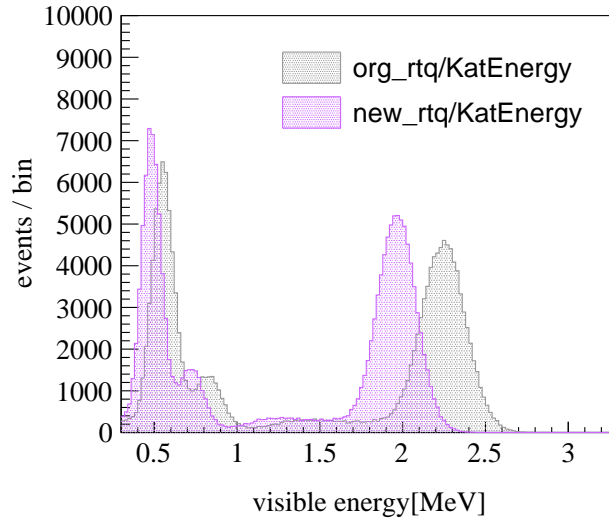
図 5.4(a) は KatEnergy (電荷を元にエネルギー値を計算するプログラム) によるエネルギースペクトルである。1 p.e. の定義の違い (新手法の方が値が小さい値を返す) によりエネルギーの出力値がかなり小さくなっていることがわかる。1 p.e. ゲイン校正のあとは図 5.4(a) の紫点線と灰色のスペクトルのように新旧の波形解析によるスペクトルは「ほぼ」重なる。検出器の状態が日々変化するためスペクトルのスケールをこの段階で厳密に合わせることはあまり意味がないため、再構成された後の出力値をスケールする。

重要なのは分布の線型性である。5.4(b) の紫色の網掛けと灰色のスペクトルのピーク位置は重なっており、エネルギーの非線形的な効果 (4.6.1 節参照) は波形解析手法の変更の影響を受けないことがわかった。

20-inch PMT

前節で述べた通り、本研究で開発した波形解析手法は 20-inch PMT の 1 p.e. ゲイン校正に必要な宇宙線ミューオン事象に対応できていない。そこでここでは応急的な措置として 20-inch PMT 単独で再構成されたエネルギーのピークが 17-inch PMT のそれと重なるように式 (4.2) の倍率を決めた。結果は図 (5.10) にも見られるようにエネルギースケールおよび非線形性ともに 17-inch と 20-inch で良い一致が確認できた。

(a)



(b)

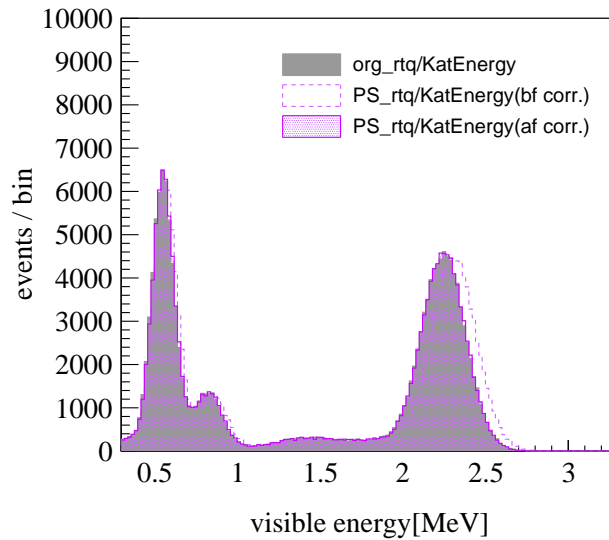


図 5.4 再構成されたエネルギースペクトルの変化。線源によるデータを使用しており、ピークは低エネルギーから順に ^{137}Cs (γ)、 ^{68}Ge (2γ)、 ^{60}Co (2γ) によるもの。「rtq」は「Raw-Time-Q(Charge)」の略で、波形解析を終えた直後のデータ rtq と呼んでいる。ここでのエネルギー再構成には電荷（光量）情報を元に計算を行う「KatEnergy」を使用した。(a) 波形解析手法の違いによって出力されるエネルギー値が小さくなったのがわかる。(b) 1 p.e. ゲインの較正をしたあとの分布。点線が生みの出力で、較正後の分布は元の波形解析手法（灰色）より少しだけ大きい値を返している。紫の網掛と灰色のスペクトルのピーク位置が重なっていることから、観測エネルギーの非線形性に変化はなかったことが確認できた。

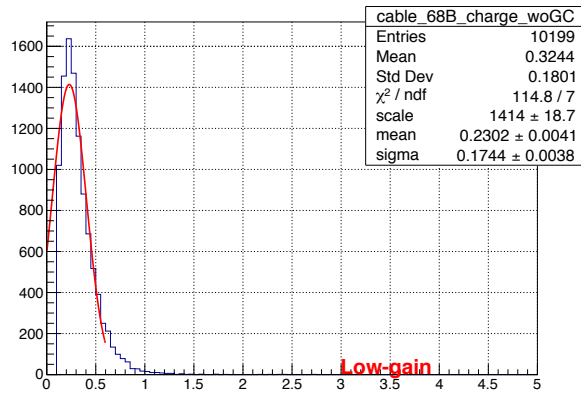


図 5.5 低ゲイン PMT の光量分布。ピーク的位置がかなり低くなっているため、2 p.e. 以上の信号も取り逃がしている可能性が高い。

5.2 エネルギー再構成プログラムの改良

5.2.1 PMT のヒット確率のモデル化

従来モデルの問題点

4.6.5 節で導入された各 PMT に対するヒット確率は以下のようなモデルであった。

$$P_i(\mu_i) = \kappa(0; \mu_i) + \epsilon \kappa(1; \mu_i) \quad (5.1)$$

この式では光電子の非検出効率は 1 p.e. までが考慮され 2 p.e. 以上の信号を取り逃がすことは想定されていない。ゲイン（増幅率）が低下すると PMT から出力される電荷の値が全体的に低下するため、この可能性を考慮する必要が出てくる。実際、図 5.5 のように低ゲイン PMT の光量（電荷）応答分布はかなり低光量にシフトする。このため、健全な PMT であれば確実に捕捉できる様な 2 p.e. 以上の事象も取り逃がしている可能性がある。さらに、ひと口に低ゲイン PMT と言ってもその性能は様々で、KamLAND の建設当初と比較すると PMT ごとの個性の違いが際立ってしまっている。式 (5.1) によるヒット確率のモデルはゲイン低下に起因する PMT ごとの個性の違いを尤度関数に反映できないため、本節で新たなモデルを構築する。

PMT ごとの光量応答性を考慮したモデルの構築

各 PMT の観測光電子数は今までと同様にポアソン分布に従うものと仮定する。表式を以下に再掲する。

$$\kappa(n; \mu_i) = \frac{(\mu_i)^n e^{-\mu_i}}{n!}. \quad (5.2)$$

閾値効果による低光量事象の取り逃しは低ゲイン PMT ほど大きくなることを踏まえ、ここでは 2 p.e. より大きな信号でさえ取り逃がしている可能性も考慮する。そこで、 n p.e. の観測非効率 ϵ_n として式

(4.20) のヒットしない確率 P_i を n の高次まで拡張する。

$$P_i(\mu_i) = \kappa(0; \mu_i) + \sum_{n=1}^{\infty} \epsilon_n \kappa(n; \mu_i), \quad (5.3)$$

このモデルについて注意すべき点がふたつある。まず、式 (5.3) では 0 p.e. 事象をヒットとして検出してしまふ確率を無視している。すなわち、 $\epsilon_0 = 1$ を仮定している。次に、 ϵ_n は各 n について異なる値を取り得る。低光量事象ほど閾値効果の影響を受けやすく（これは PMT の性能とは無関係に言える）、大光量ではほぼ全ての事象を取得できるはずである。したがって、十分大きな n では ϵ_n は 0 に収束すべきであり、理想的には $\epsilon_1 > \epsilon_2 > \epsilon_3 > \dots$ の様な関係が期待される。

式 (5.3) を式 (4.18) を使って明示的に書き下すと、

$$P_i(\mu_i) = \left(1 + \epsilon_1 \mu_i + \epsilon_2 \frac{(\mu_i)^2}{2!} + \epsilon_3 \frac{(\mu_i)^3}{3!} + \dots \right) e^{-\mu_i} \quad (5.4)$$

となる。全ての n に対して $\epsilon_n = 1$ とすると式 (5.4) の括弧の中身が e^{μ_i} となることより $P_i = 1$ が得られ、この式は信号の全く入らない PMT（いわゆる死に球）の応答まで包含したものとなっている。

非検出効率 ϵ_n はデータから決定する。ただし、実装に当たって無限和を適当な次数で打ち切らねばならない。また、個性の異なる 1879 本の PMT の応答を共通の関数でフィットすることが望ましい。以上を踏まえた様々の試行錯誤の結果、以下のモデルの当てはまりが良かった。

$$P_i(\mu_i) = \left(1 + \epsilon_1 \mu_i + \epsilon_2 \frac{(\mu_i)^2}{2!} + \epsilon_3 \frac{(\mu_i)^3}{3!} \right) e^{-\lambda \mu_i} \quad (5.5)$$

これは式 (5.4) 中の括弧の中身が特定の条件の下で指数関数に漸近することからの類推で、 n についての高次項を指数関数の「崩壊定数」 λ に押し付けたものである。この操作は数学的には以下のように非検出効率 ϵ_k が期待光量 μ_i の関数になる仮定を導入したことに相当する。まず $k = 0, 1, 2, \dots$ に対して

$$\epsilon_k = \nu_i(\mu_i) \times (1 - \lambda)^k \quad (5.6)$$

とおく。ただし、

$$\nu_i(\mu_i) = 1 + \tilde{\epsilon}_1 \mu_i + \tilde{\epsilon}_2 \frac{(\mu_i)^2}{2!} + \tilde{\epsilon}_3 \frac{(\mu_i)^3}{3!} \quad (5.7)$$

とする。すなわち、非検出効率 ϵ_k は期待光量 μ_i の関数として式 (5.6) のように表される。このとき式 (5.4) を次のように変形していく。ただし、PMT のインデックス i を省略する。

$$P(\mu) = \sum_{k=0}^{\infty} \left[\nu(\mu) (1 - \lambda)^k \frac{\mu^k}{k!} \right] e^{-\mu} \quad (5.8)$$

$$= \nu(\mu) \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(1 - \lambda)^k \mu^k}{k!} e^{-\mu} \quad (5.9)$$

$$= \nu(\mu) e^{(1-\lambda)\mu} e^{-\mu} \quad (5.10)$$

$$= \left(1 + \tilde{\epsilon}_1 \mu + \tilde{\epsilon}_2 \frac{\mu^2}{2!} + \tilde{\epsilon}_3 \frac{\mu^3}{3!} \right) e^{-\lambda \mu} \quad (5.11)$$

$\tilde{\epsilon}_k$ を改めて ϵ_k と置き直すと、これは式 (5.5) に他ならない。当然、 $\tilde{\epsilon}_k$ と ϵ_k は全く別のパラメータであり、 $\tilde{\epsilon}_k$ には光電子の非検出効率としての意味は失われている。

これによってパラメータの数が減り、フィットに失敗する様な事例をかなり減らすことができた。図 5.6(a) から 5.6(d) は各 PMT のヒットしない確率と期待光量の関係と、それを式 (5.5) によってフィットする様子である。各点はデータから計算されたもので、事象の期待光量があらかじめわかっていないとこの図は作成できない。一方で期待光量は観測エネルギーがわかっていると計算できない*2。この段階では「EnergyA2」によるエネルギーは得られていないため、「KatEnergy」によって計算したエネルギー値を用いて式 (4.16) から PMT ごとの期待光量を計算した*3。

使用したデータは KamLAND の通常のデータ取得ラン (Physics run) のもので、イベントセレクションは以下の通りである。

- 検出器中心から半径 6 m 以内
- ミューオン事象は除去
- ミューオン事象の直後 2 ms 以内は除去
- 信号波形中のピーク 1 つのみ
- 17-inch PMT のヒット数が 120 以上

フィット方法の改善可能性について

上述のフィットは $\lambda > 0$, $0 < \epsilon_i < 1 (i = 1, 2, 3)$ という条件しか掛けなかったため、健全な PMT にも関わらず λ が 1 から大きく離れる、パラメータの誤差が大きいといった現象が起きている。ここでの最大の目的は各 PMT の確率応答を返す関数を見出すことであり、その表現が初等関数である必要さえない。すなわち、 λ が 1 から離れても実用上の問題はない。ただし、従来から使用しているモデル $P(\mu_i) = (1 + \epsilon\mu_i)e^{-\mu_i}$ からの距離を定量化する意味で以下の改善は有用である可能性が高い。

1. まず、 λ だけをプレフィットとして決める。ここで関数全体の形を大まかに決定する。
2. 次に λ を固定して、 ϵ_i を決める。ここで、0 p.e. 1 p.e の歪み (特に図 5.6(d) では 1 p.e. 近傍で上に凸になっていて顕著である。) を評価する。

この手順で取得した λ は関数の形についての多くの情報を多く持っており、健全な PMT ほど 1 に近く、低ゲイン PMT では 0 に近く。したがって、この場合の λ は PMT の健康状態を評価する一つのパラメータとなりうる。また、あらかじめ λ を決めて固定してしまうことで、 ϵ_i の誤差も十分小さく収束することが期待される。

*2 これは 4.6.4 節で述べたとおり 1879 個の期待光量の分布を決定することでその事象のエネルギーが求まるからである。期待光量の分布がわかっていることと、エネルギーがわかっていることは同値である。

*3 この手法を KamLAND グループでは「Auto correlation method」と呼んでおり、三井唯夫准教授が開発した手法である。

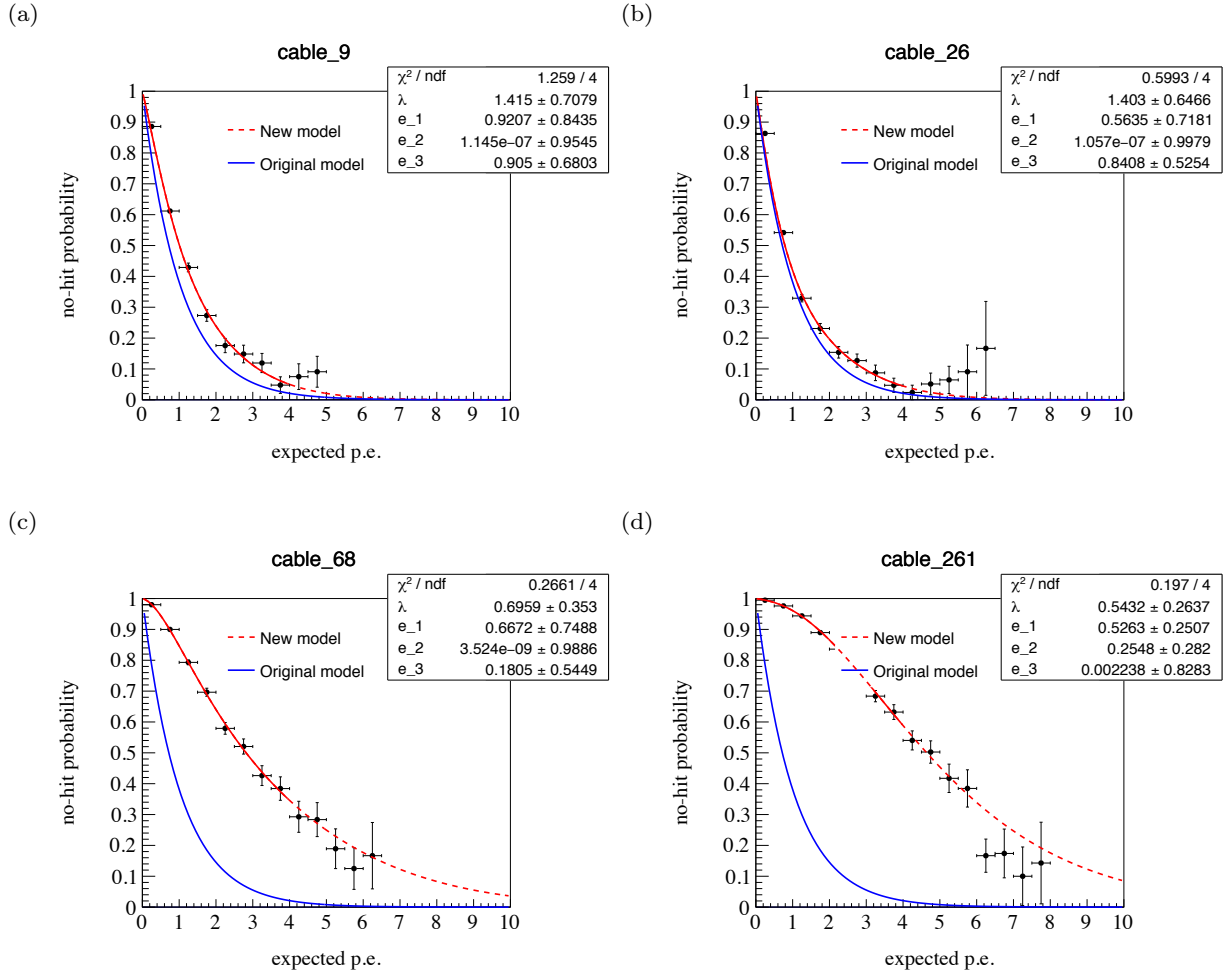


図 5.6 PMT のヒットしない確率の期待光量依存性。赤線は式 (5.5) によるベストフィット、青線は従来から使用している式 (4.20) をプロットしたものである。(a),(b) は健全な PMT のデータであり、式 (4.20) の当てはまりの良さが確認できると同時に新旧のモデルによる大きな違いは生じないこともわかる。(b),(c) は低ゲイン PMT のデータで、ヒット確率が低下する（あるいはヒットしない確率が上昇する）ため比較的期待光量の大きい領域でも赤線と青線が重ならない。PMT ごとの個体差も大きく、それを包含できる確率モデルの必要性が見て取れる。

5.3 尤度関数への組み込み

尤度関数そのものは式 (4.15) と同じものを使用し、前節で構築したヒット確率のモデル $P(\mu_i)$ を代入する。また、光量と時間の確率分布については従来と同じものを使う。

$$L = \prod_{i \in \text{hit}} \left\{ \underbrace{\left(1 - P_i(\mu_i)\right)}_{\text{新しいモデルを使用}} \underbrace{\left(\rho(\mu_i)\tau(\mu_i)\right)}_{\text{従来と同じモデルを使用}} \right\} \prod_{i \in \text{no-hit}} \underbrace{P_i(\mu_i)}_{\text{新しいモデルを使用}} \quad (5.12)$$

ただし、従来の確率モデルを使用する場合は低ゲイン PMT を使用できなくなる。すなわち、式 (5.12) では項ごとに使用する PMT 基準が異なり、したがって使用できる本数も変わってくる。以下にその基準をまとめる。

- ヒット確率 ($P(\mu_i)$) : 低ゲイン PMT も含めた信号入力のある全ての PMT を使用
ただしプログラムの安定性を考慮して、健全な PMT には従来のモデル (式 5.1) を、低ゲイン PMT には新しいモデル (式 5.5) を使用した。
- 光量 ($\rho(\mu_i)$) : 健全な PMT のみを使用
- 時間 ($\tau(\mu_i)$) : 健全な PMT のみを使用

図 3.5 によると、2019 年 1 月の時点では低ゲイン PMT を含むバッドチャンネルは 300 本前後で、信号入力のない PMT が 50 本程度あるため、低ゲイン PMT を活用する場合は使用する PMT の本数が 250 本程度増える。ただし、光量と時間についてはヒットを記録しない限り式 (5.12) には効かないため、低ゲイン PMT を活用した場合であってもその寄与は 50 本程度に限られる。

微分の計算はわずかな変更を受けるだけであるから、計算結果だけを以下に示す。

ただし、 ν_i の定義が変わったため以下に示しておく。

$$\nu_i = 1 + \epsilon_1 \mu_i + \epsilon_2 \frac{(\mu_i)^2}{2!} + \epsilon_3 \frac{(\mu_i)^3}{3!} \quad (5.13)$$

$$\nu'_i = \frac{d\nu_i}{d\mu_i} = \epsilon_1 + \epsilon_2 \mu_i + \epsilon_3 \frac{(\mu_i)^2}{2!} \quad (5.14)$$

$$\nu''_i = \frac{d^2\nu_i}{d\mu_i^2} = \epsilon_2 + \epsilon_3 \mu_i \quad (5.15)$$

no-hit 確率

$$\frac{d}{dE} \left(\sum_{i \in \text{no-hit}} \log P_i(\mu_i) \right) = \sum_{i \in \text{no-hit}} b_i(\vec{r}) \left(\frac{\nu'_i}{\nu_i} - \lambda \right) \quad (5.16)$$

$$\frac{d^2}{dE^2} \left(\sum_{i \in \text{no-hit}} \log P_i(\mu_i) \right) = \sum_{i \in \text{no-hit}} b_i^2(\vec{r}) \left(\frac{\nu''_i}{\nu_i^2} - \left(\frac{\nu'_i}{\nu_i} \right)^2 \right) \quad (5.17)$$

hit 確率

$$\frac{d}{dE} \left(\sum_{i \in \text{hit}} \log(1 - P_i(\mu_i)) \right) = \sum_{i \in \text{hit}} b_i(\vec{r}) \frac{-\nu'_i + \lambda \nu_i}{e^{\lambda \mu_i} - \nu_i} \quad (5.18)$$

$$\frac{d^2}{dE^2} \left(\sum_{i \in \text{hit}} \log(1 - P_i(\mu_i)) \right) = \sum_{i \in \text{hit}} b_j^2(\vec{r}) \left\{ \frac{-\nu''_i + \lambda \nu'_i}{e^{\lambda \mu_i} - \nu_i} - \frac{(-\nu'_i + \lambda \nu_i)(\lambda e^{\lambda \mu_i} - \nu'_i)}{(e^{\lambda \mu_i} - \nu_i)^2} \right\} \quad (5.19)$$

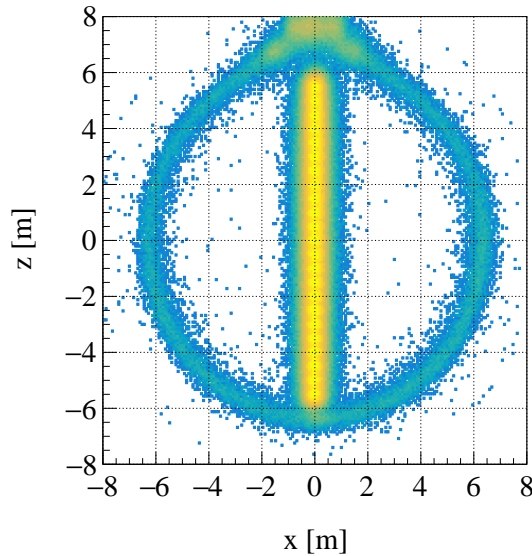


図 5.7 線源の導入位置。 z 軸上の黄色の明点が線源を配置した位置である。検出器の中心軸上を -5.5m から $+5.5\text{m}$ まで 50cm ずつ移動させながら合計 23 点で測定したものを重ねて描画した。 y 軸方向は $\pm 1\text{m}$ でカットしている。円環状に見えるのはアウターバルーン上で発生した事象である。

表 5.2 線源に含まれる同位体についてのまとめ。データは [9] に基づく。

同位体	観測粒子	半減期	エネルギー [keV]
^{137}Cs	1γ	30.07 年	661.7
^{68}Ge	2γ	270.8 日	511.0 + 511.0
^{60}Co	2γ	5.271 年	1173.2 + 1332.5

5.4 性能評価

本節では線源による較正データを用いてエネルギー分解能とエネルギーの絶対値の場所依存性を評価する。線源は複数の同位体をひとつの筐体にまとめたもの (composite source) を使用している。これは KamLAND への放射性不純物の混入を最小限に抑えるために、複数のエネルギーの較正データを一度に収集するためである。線源の情報を表 5.2 にまとめておく。今回使用したデータは 2018 年 1 月 17 日に測定されたもので、図 5.7 に見られるように線源を -550cm から $+550\text{cm}$ まで、 50cm 刻みで、一点あたり 22 分間のデータ取得を行っている。

また、データ取得時の PMT の状態を表 5.3 にまとめた。ただし、表中の表記で「dead」は信号の入ってこない PMT、「bad」はバッドチャンネル判定基準 (4.4 参照) の少なくともひとつに抵触した PMT、「good」は健全な PMT を指している。低ゲイン PMT の活用により、従来は使用できなかった

表 5.3 2018 年 1 月の線源による較正データ取得時の PMT の状態

	17-inch	20-inch
dead	51 本	22 本
bad	164 本	2 本
good	1110 本	530 本

た「bad」に分類されている PMT の再活用を見込んでいる。改善の効果は bad PMT の本数が多い 17-inch PMT に顕著に現れることが予想される。

5.4.1 17-inch PMT のみでの評価

本研究によるエネルギー分解能の改善効果は 17-inch PMT に顕著に現れることが期待される。したがって、検証は 17-inch PMT 単独で行った方が見通しが良い。ここでは検出器中心での ~ 2.5 MeV 事象 (^{60}Co の γ によるピーク) のヒット数分布の変化から予想されるエネルギー分解能の改善と、実際に達成されたエネルギー分解能の改善が合理的であるかを検証する。

ヒット数分布の変化

波形解析手法の改善と低ゲイン PMT の活用により PMT のヒット数の分布が変化することが期待される。ヒット数 N の相対的な誤差は $1/\sqrt{N}$ 程度^{*4}になり、ヒット数が k 倍に増えると、誤差は $1/\sqrt{k}$ 倍に減少する。したがって同一の位置とエネルギーの事象に対して、ヒットする PMT の本数 k 倍に増えると、エネルギー分解能も $1/\sqrt{k}$ に比例して改善することが期待される。

図 5.8 にヒット数分布の変化を示す。波形解析と低ゲイン PMT 活用のそれぞれの改善が意図した通りに機能していることがわかる。新しい波形解析手法では取得できる事象の電荷閾値が下がったことにより、今までは取り逃がしていたヒット情報も取得できるようになった。特に低ゲイン PMT は電荷の値が小さくなるため新しい波形解析手法の効果が顕著に現れる。

実際、表 5.4 によると低ゲイン PMT 活用によるヒット数の増加率は新波形解析を導入した場合 (3、4 行目を比較すると 108% に増加) の方がしなかった場合 (1、2 行目を比較すると 106% に増加) に比べて大きいことがわかる。

17-inch PMT 単独での分解能評価

17-inch PMT 単独でのエネルギー分解能を評価した。 ^{136}Xe の $Q_{\beta\beta}$ に近い ^{60}Co ガンマ線が作るピークをガウス関数でフィットすることにより、平均値 (m) と標準偏差 (σ) を取得し、分解能を評価した。ただし、分解能は $\sigma/\sqrt{m} \times 100[\%]$ で計算をしている

図 5.9(a) は波形解析のみによる改善効果を、図 5.9(b) は低ゲイン PMT 活用のみによる改善効果を、図 5.9(c) は両方による改善効果を検証したものである。

*4 ポアソン分布を仮定し、その 1σ を誤差とすると、相対的な誤差はヒット数を N として $\sqrt{N}/N = 1/\sqrt{N}$ となる。

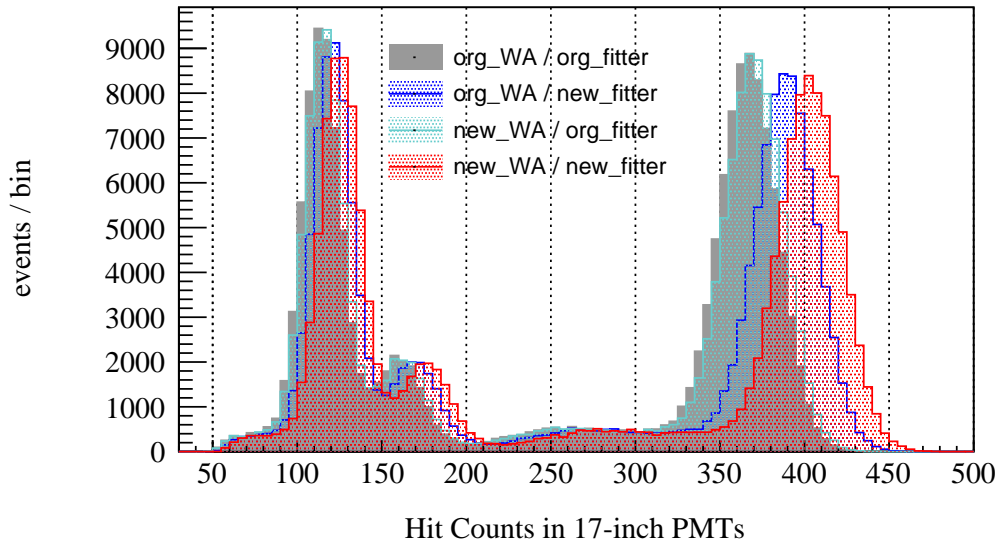


図 5.8 ヒット数分布の変化。横軸は 1325 本の 17-inch PMT の内のヒット数の分布である。KamLAND で取得された線源による較正用データを使用し、3 つのピークはそれぞれ、120 hit 近傍のものが ^{137}Cs (0.66 MeV)、170 hit 近傍が ^{68}Ge (1.02 MeV)、380 hit 近傍が ^{60}Co (2.5MeV) によるものである。凡例の「WA」は波形解析手法、「fitter」はエネルギーフィッターで低ゲイン PMT の活用を指す。また、「org (original の略)」は従来からの手法、「new」は本研究で導入された新手法によるものであることを意味する。

表 5.4 ヒット数分布の変化とそこから期待されるエネルギー分解能の改善率、実際の改善率

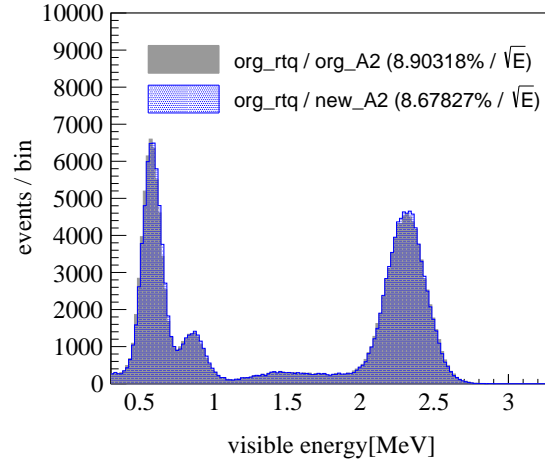
波形解析	低ゲイン PMT の活用	2.5 MeV での平均ヒット数	期待されるエネルギー分解能の改善率	分解能 ($\%/\sqrt{E[\text{MeV}]}$)	実現された改善率
旧	なし	367	-	8.90	-
旧	あり	389	0.97 倍	8.67	0.97 倍
新	なし	370	0.99 倍	8.83	0.99 倍
新	あり	403	0.95 倍	8.58	0.96 倍

表 5.4 ではヒット数分布の変化から期待されるエネルギー分解能の改善率と、実現された改善率の対比を示した。確かにヒット数の増加分に相当するエネルギー分解能の改善が実現できていることがわかる。

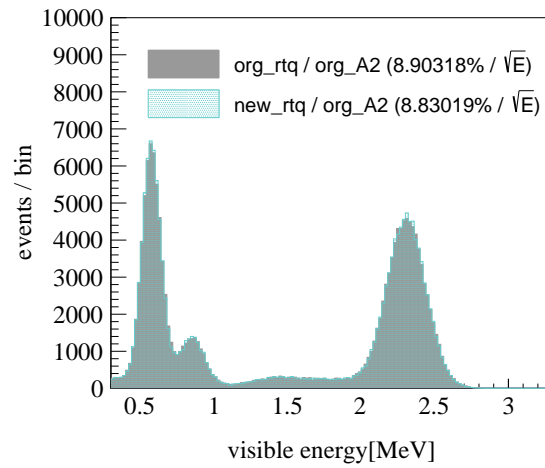
5.4.2 17-inch PMT と 20-inch PMT の結合

図 5.10 に見られるように 17-inch PMT と 20-inch PMT を結合することでより良いエネルギー分解能が得られる。17-inch PMT (1325 本) と 20-inch PMT (554 本) のそれぞれで独立に計算を行

(a)



(b)



(c)

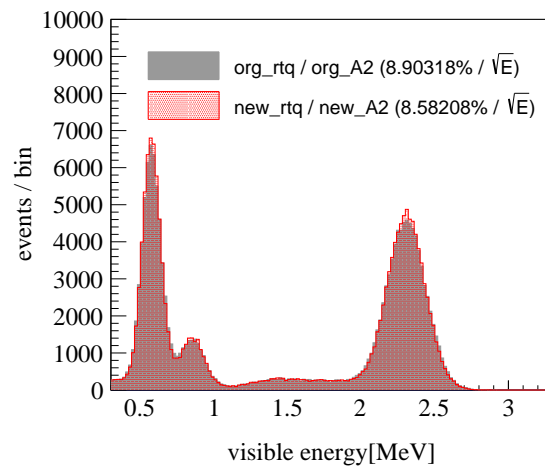


図 5.9 17-inch PMT 単独でのスペクトルの変化。ピークは低エネルギーから順に ^{137}Cs (γ)、 ^{68}Ge (2γ)、 ^{60}Co (2γ) によるものである。

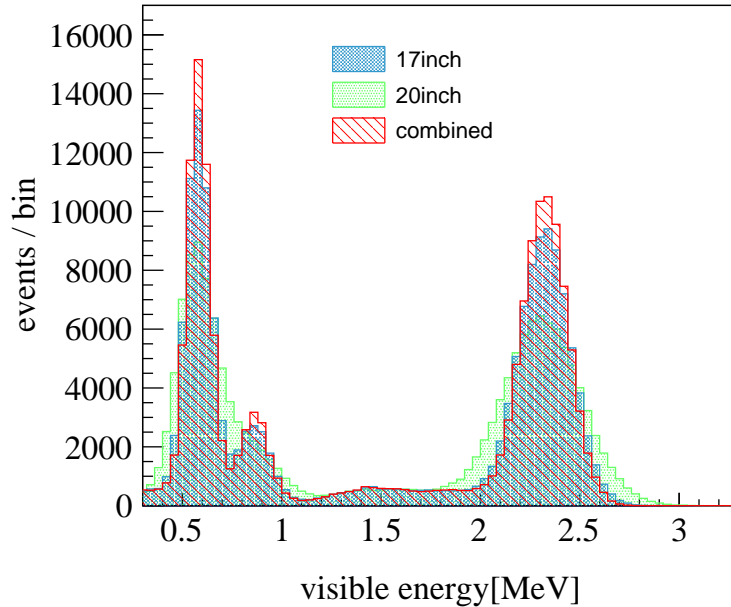


図 5.10 17-inch PMT と 20-inch のスペクトルの比較。20-inch PMT のエネルギー分解能は 17-inch のそれと比較するとかなり悪く見えるが、結合後の分解能は 17-inch PMT 単体よりもよくなるのがわかる。ここでは $\alpha = 0.3$ として作図している。ピークは低エネルギーから順に ^{137}Cs (γ)、 ^{68}Ge (2γ)、 ^{60}Co (2γ) によるもの。

い、以下のように重み付けをした上で結合している。

$$E_{\text{combined}} = (1 - \alpha)E_{17\text{inch}} + \alpha E_{20\text{inch}} \quad (5.20)$$

従来は $\alpha = 0.3$ という値が使われており、これはエネルギー分解能が最適化する値として決められたものである。本研究で行った改善に対応して α の最適値は変化している可能性もあり、ここで再評価を行った。

図 5.11 は α を変化させながら エネルギー分解能がどう変化するかを見たものである。データは検出器中心に配置されたガンマ線源からの ^{60}Co の (2.5 MeV) ピークをガウス関数でフィットすることで取得した。結果は $\alpha \simeq 0.28$ で、17-inch 低ゲイン PMT の活用 (20-inch PMT はもともと低ゲイン PMT が少ない) により、比重をわずかに 17-inch PMT に傾けた方が分解能がよくなることを示している。この結果より、以下では $\alpha = 0.28$ として解析を行った。

5.4.3 観測エネルギーの位置依存性

再構成されるエネルギー値と反応位置の間に相関がある場合はその分の補正が必要となる。図 5.12 は線源の位置を z 軸 (鉛直) 方向にずらしながら測定を行った較正データから観測エネルギーの位置依存性 (バイアス) を評価したものである。評価は $z = 0$ での値を基準とし、そこからの差を % 単位で表している。

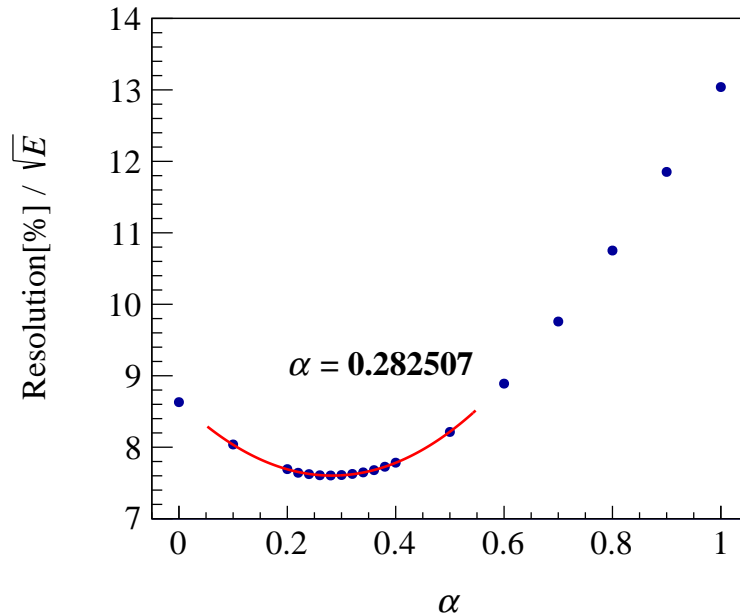


図 5.11 17-inch PMT と 20-inch PMT の結合。エネルギー分解能が最も良くなるのは $\alpha \simeq 0.28$ で従来 ($\alpha = 0.3$) よりもわずかに 17-inch PMT の比重が大きくなった。これは低ゲイン PMT の活用効果が 17-inch PMT の方により効果的に働いていることを示している。 α の評価は 2 次関数によるベストフィット結果からその頂点を取得する方法をとった。

KamLAND-Zen の観測に関わる ± 200 cm 以内については $\pm 1\%$ 以内に収まっていることが確認できた。しかし、 ± 200 cm より外側についてはやや大きなバイアスが生じており、今後チューニングが必要となる。

上端または下端に近くほどエネルギーが低く観測される（これは観測光量に対して期待光量が小さく推定されていることを意味する）傾向が見えることから、アウトバルーンの紐の影の効果を再評価することで改善される可能性がある。

5.4.4 エネルギー分解能と非線形性の確認

本節では 17-inch と 20-inch の全ての PMT を使用した分解能の評価を行った。波形解析と低ゲイン PMT の活用の両方の改善によるスペクトルの変化を図 5.13 に示す。 ^{137}Cs (0.6 MeV)、 ^{68}Ge (1.0 MeV)、 ^{60}Co (2.5 MeV) の各点でエネルギー分解能が改善していることがわかる。観測エネルギー値がそれぞれの γ 線のエネルギーよりも小さくなるのはクエンチングの影響によるものである。

改善の前後でのピーク位置が変化していないことから、本研究での改善で観測エネルギーの非線形性に変化はないことが確認できた。

図 5.14 にエネルギー分解能の z 依存性を示す。ここまで検出器中心での分解能評価をおこなってきたが、それ以外の点においても波形解析の改善と低ゲイン PMT の活用によって分解能が改善したこ

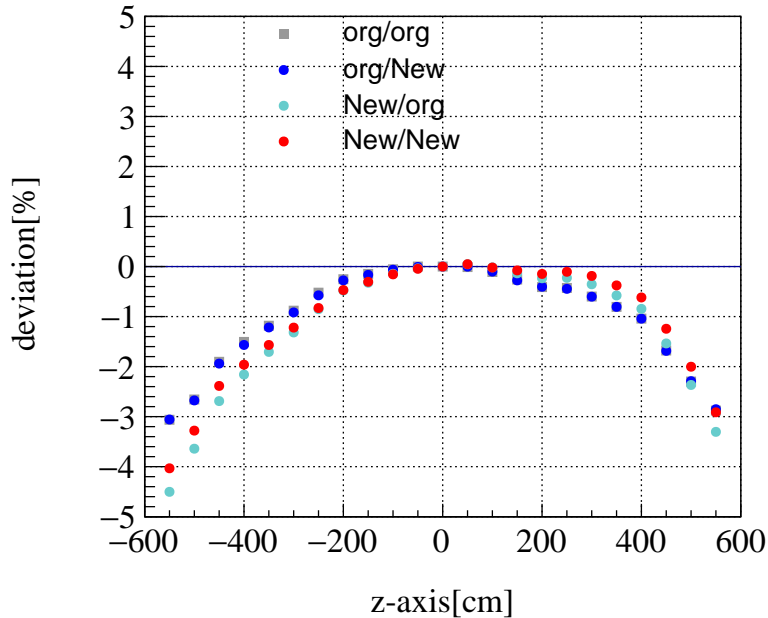


図 5.12 エネルギーバイアスの z 依存性。

とがわかる。

$-200 < z < 200$ [cm] での分解能を図 5.14 を定数関数でフィットすることによって評価した結果は改善の前後でそれぞれ以下ようになった。ただし、改善後には波形解析と低ゲイン PMT の活用のふたつの効果が入っている。

- 改善前 : $7.69 \pm 0.03\% / \sqrt{E[\text{MeV}]}$
- 改善後 : $7.51 \pm 0.02\% / \sqrt{E[\text{MeV}]}$

ここで誤差は $-200 < z < 200$ [cm] にある 9 個のデータ点の標準偏差とした。

観測エネルギーの較正

KamLAND における観測エネルギースケールは宇宙線ミューオンが液体シンチレータに含まれる様々な原子核 (^{12}C が多数を占めていると考えられている) を破碎した際に生成する中性子が陽子に捕獲される次の反応



の γ 事象のピークが 2.2 MeV として観測されるように較正される。再構成されたエネルギーはわずかにここからずれるため、スケールを合わせる較正をランごとに行なっている。

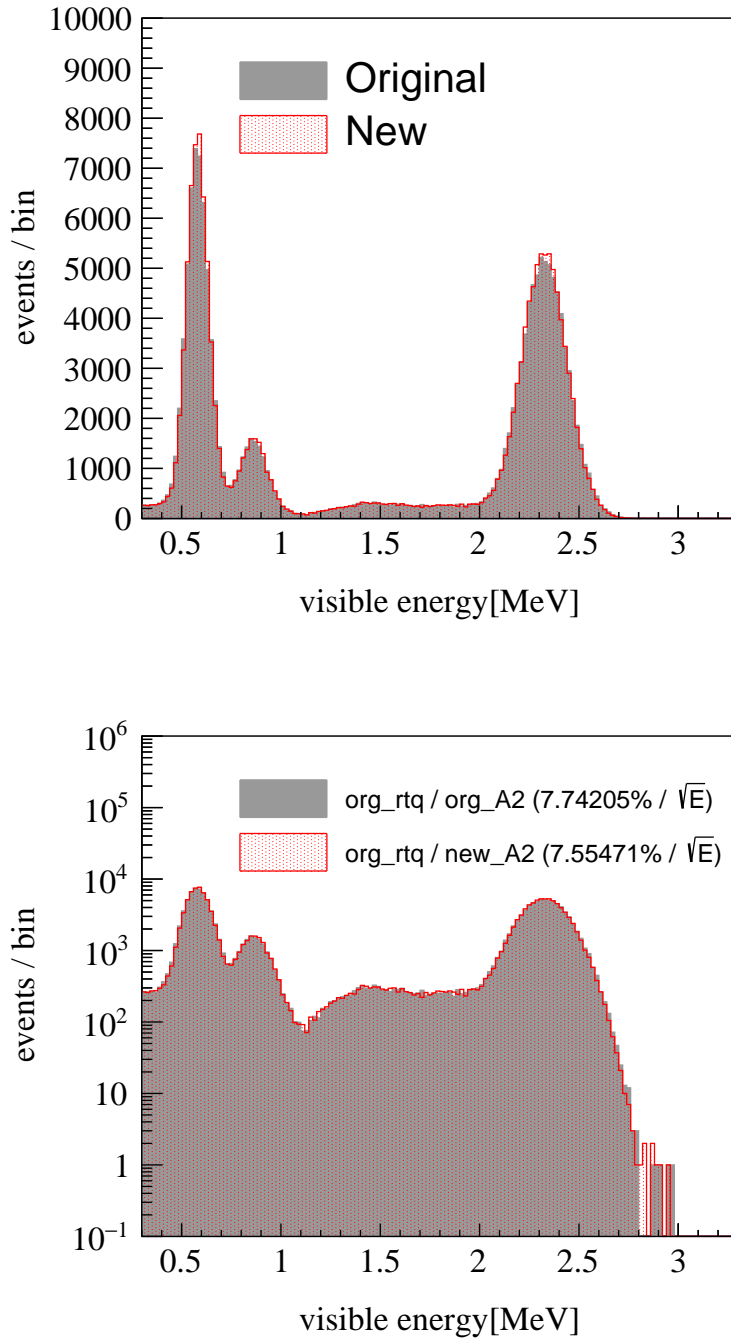


図 5.13 17-inch + 20-inch によるスペクトルの変化。(上) 線形スケール、(下) log スケール。ピークは低エネルギーから順に ^{137}Cs (γ)、 ^{68}Ge (2γ)、 ^{60}Co (2γ) によるもの。

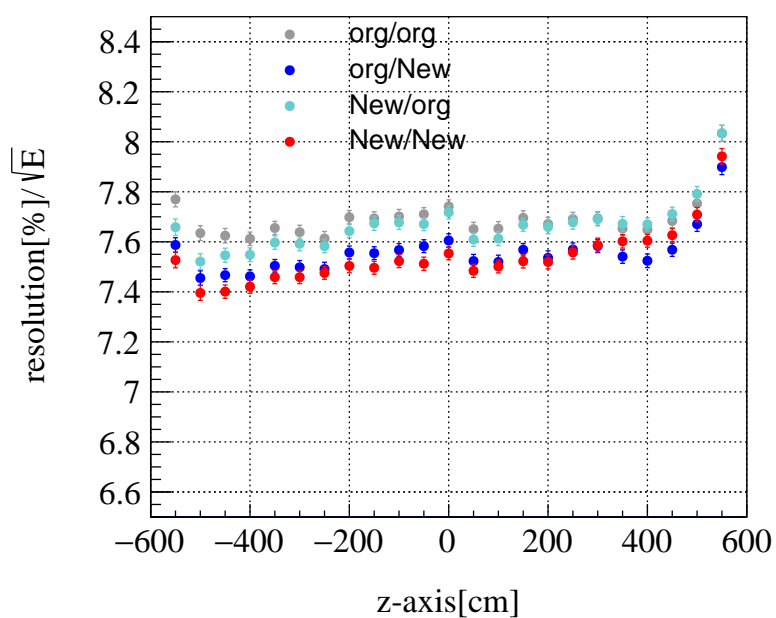
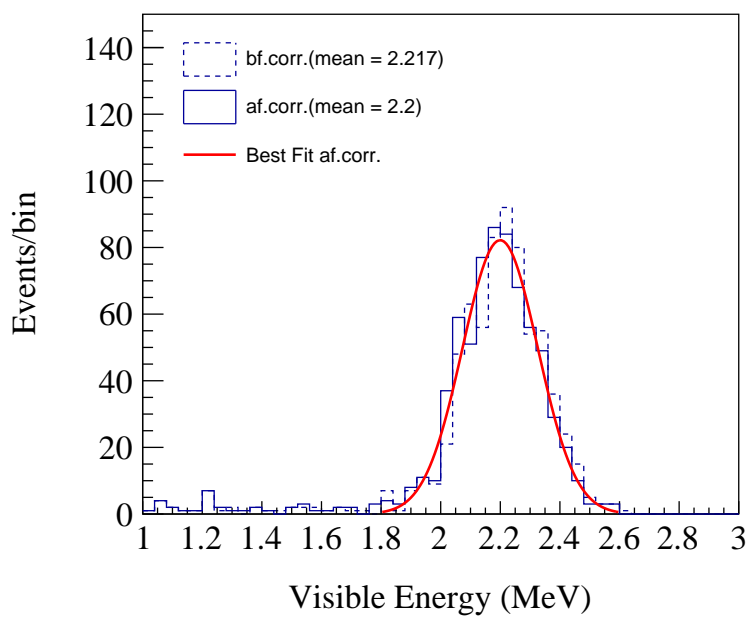
図 5.14 エネルギー分解能の z 依存性

図 5.15 中性子事象のピーク

5.4.5 まとめと今後の可能性

本章では波形解析とエネルギー再構成の2点で低ゲイン PMT を活用し、エネルギー分解能を改善するための開発について説明した。これによって約 160 本の低ゲイン PMT を活用することに成功し、エネルギー分解能は 3% 改善した。

エネルギー分解能の改善幅は低ゲイン PMT の再活用によるヒット数分布の変化とも矛盾のないものであった。これは見方を変えると「エネルギー分解能の改善は活用する PMT の本数を増やすだけでは 3% の改善が限界」ということになる。すなわち、本研究とは異なるアプローチが必要となる。現時点での可能性を以下に挙げる。

低ゲイン PMT の光量応答・時間応答も活用する

5.3 で述べた通り、本研究の開発では尤度関数の中の光量応答・時間応答の分布関数に対しては低ゲイン PMT を活用できていない。光量についても r 倍に増加すればエネルギー分解能は $1/\sqrt{r}$ 倍に改善するため、効果的であると考えている。ただし、図 5.8 や表 5.4 に示した通り、再活用できた 160 本の PMT のうち 2.5 MeV 近傍でヒットに寄与するのは 40 本程度である。光量応答・時間応答の尤度関数への寄与はヒットした場合に限られるため、効果は限定的である可能性もある。より効果が大きいと期待されるのは以下のように 20-inch PMT の分解能を改善することである。

20-inch PMT の分解能の改善

17-inch PMT 単独でのエネルギー分解能から光電面の面積比と本数を考慮して、20-inch PMT に期待される分解能は次の式で評価できる。

$$\Delta E_{20} = \Delta E_{17} \times \left(\sqrt{\frac{554}{1325}} \right)^{-1} \times \left(\sqrt{\frac{20^2}{17^2}} \right)^{-1} \quad (5.22)$$

$\Delta E_{17} = 8.6\%/\sqrt{E[\text{MeV}]}$ とすると、 $\Delta E_{20} = 11.3\%/\sqrt{E[\text{MeV}]}$ となる。一方、図 5.10 の 20-inch PMT 単独でのスペクトルから見積もられる分解能は $13.1\%/\sqrt{E[\text{MeV}]}$ となるから、20-inch PMT の時間分解能の悪さと、そこから起因する電荷分解能を考慮しても、まだ開発の余地があるように思われる。具体的には、20-inch PMT の電荷分布を再現できるような確率モデルを構築するというアイデアがある。現在は 17-inch PMT と 20-inch PMT で同じ確率モデルを用いているが、20-inch PMT の応答を必ずしもよく再現できていない。データをよく再現する確率モデルを作ることでエネルギー分解能が改善する可能性がある。

第 6 章

エネルギー分解能改善による $2\nu\beta\beta$ 背景事象の低減効果

本章では開発されたエネルギー再構成手法を使って、KamLAND-Zen の背景事象となる $2\nu\beta\beta$ 崩壊が $0\nu\beta\beta$ の観測エネルギー領域内でどの程度減少するかを評価する。エネルギー分解能が改善すると、 $2\nu\beta\beta$ 崩壊のテール小さくなる他、 $0\nu\beta\beta$ 観測のエネルギー領域 (Region of Interest, ROI) の幅も狭く取れるため、ROI 中の $2\nu\beta\beta$ 事象は減少する。5 章で得たエネルギー分解能の値を使用して予想される $2\nu\beta\beta$ 事象を見積もる。

6.0.1 $2\nu\beta\beta$ 背景事象数の見積もり

$2\nu\beta\beta$ スペクトルの数値計算

$2\nu\beta\beta$ 崩壊のスペクトルは数値計算によって見積もった。スペクトルを作成するにあたって、理論計算によって得られる実エネルギーを KamLAND での観測エネルギーに変換する必要がある。この計算には 4.6.1 節で説明したエネルギーの非線形的な効果を取り込まれている。計算の結果、図 6.1 のような実エネルギー E_{vis} に対する実エネルギーと観測エネルギーの比 $E_{\text{vis}}/E_{\text{real}}$ の対応が得られた。ただし、観測粒子は β であり、バークス定数 k_B とシンチレーション光とチェレンコフ光の寄与の比 R は、 $(k_B, R) = (0.31, 0.02)$ という値を使っている。

ROI の決定

ここでは $0\nu\beta\beta$ 崩壊で放出されるふたつの電子のエネルギーは共に $Q_{\beta\beta}/2$ であるものとする。この仮定の意味は以下のようなものである。 $0\nu\beta\beta$ 崩壊では放出されるふたつの電子のエネルギーの合計を観測するため、ふたつの電子にどのような割合でエネルギーが振り分けられても観測値は変化しないように思われる。しかし、液体シンチレータの発光特性からくる観測エネルギーの非線形性 (4.6.1 節参照) を考慮すると、エネルギーの振り分け方によって観測エネルギーは変わる可能性がある。ここでは簡単のため、この点を考慮していない。

数値計算による $0\nu\beta\beta$ 崩壊の中心値は 2.5339 MeV となった。ROI を $-\sigma < E < 2\sigma$ [MeV] とする

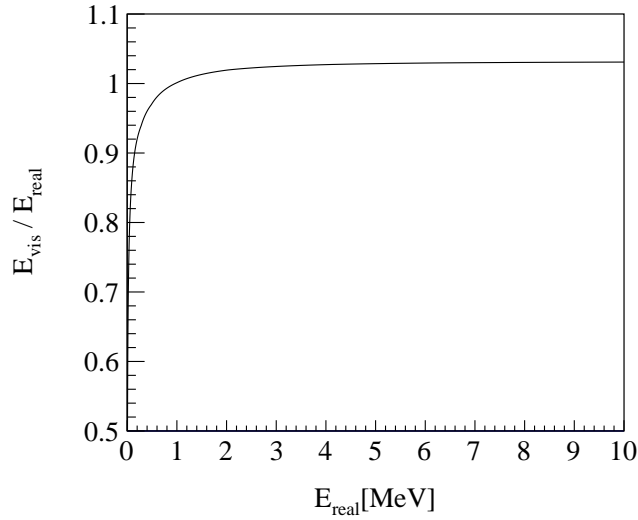


図 6.1 実エネルギーと観測エネルギーの変換

と、エネルギー分解能 $7.7\%/\sqrt{E[\text{MeV}]}$ で、

$$2.4113 < E < 2.7791 \text{ [MeV]}$$

エネルギー分解能 $7.5\%/\sqrt{E[\text{MeV}]}$ で、

$$2.4161 < E < 2.7695 \text{ [MeV]}$$

となる。

ROI 中の $2\nu\beta\beta$ 崩壊レートの見積もり

$2\nu\beta\beta$ スペクトルの面積のうち、上記の領域に入る部分の面積は以下ようになる。ただし面積は $2\nu\beta\beta$ スペクトル全体で 1 になるように規格化している。

$$7.7\%/\sqrt{E[\text{MeV}]} : 1.276 \times 10^{-5}$$

$$7.5\%/\sqrt{E[\text{MeV}]} : 1.042 \times 10^{-5}$$

したがって、ROI 中の $2\nu\beta\beta$ 事象レートはこれらの比をとって、81.7% に減少することがわかる。

ROI 中の $2\nu\beta\beta$ 事象レートを簡単に評価する方法として

$$N_{\beta\beta} \propto \left(\frac{\Delta E}{E} \right)^{5.8} \quad (6.1)$$

が知られている [10]。この式によると $(7.5/7.7)^{5.8} \simeq 0.86$ となって、ほぼ同じ値となっている。

6.1 $0\nu\beta\beta$ 探索感度改善の予測

エネルギー分解能の改善によって、KamLAND-Zen 実験の $0\nu\beta\beta$ 崩壊の半減期 $T_{1/2^{0\nu}}$ に対する探索感度がどれくらい改善するのかを簡単に見積もった。見積もりには $T_{1/2}^{0\nu} \propto 1/\sqrt{N_{\text{BG}}}$ の近似的な関係 [1] を使う。

前節で ROI 中の $2\nu\beta\beta$ 崩壊事象が 81.7% に減少するという見積もりを示した。その他の背景事象は ROI 中に一様に分布しているものと仮定して、エネルギー分解能の幅 3% 改善を考慮し、97% に減少すると仮定する。このとき ROI 中の背景事象数は

$$N_{\text{BG}}^{(\text{before})} = N_{2\nu} + N_{\text{others}} \quad (6.2)$$

$$N_{\text{BG}}^{(\text{after})} = 0.817 \times N_{2\nu} + 0.97 \times N_{\text{others}} \quad (6.3)$$

となる。 $N_{2\nu}$ と N_{others} の値として、それぞれ 8.54 事象、4.83 事象を使うと、

$$\frac{\sqrt{N_{\text{BG}}^{(\text{before})}}}{\sqrt{N_{\text{BG}}^{(\text{after})}}} \simeq 1.07 \text{ 倍} \quad (6.4)$$

まで改善する。

6.2 5 年の観測期間に本研究が与える影響

6.2.1 分解能

図 3.5 に示した通り、KamLAND の低ゲイン PMT の数は増加の一途であり、同じペースで増え続けた場合 KamLAND-Zen 800 の観測期間 5 年でどの程度エネルギー分解能が悪化し、本研究を活用することでどれくらい改善するのかを見積もった。

本研究では 2018 年 1 月のデータを使用して開発・評価を行なった。表 5.3 で示した通り、当時の健全な PMT の本数は 17-inch で 1110 本、再活用した低ゲイン PMT は 164 本であった。図 5.8 によると、検出器中心に配置された ^{60}Co 線源の 2.5 MeV ガンマ線事象での 17-inch PMT のヒット数は健全な PMT1110 本中 367 本であった。したがって、低ゲイン PMT を組み込み合計 1274 本となった PMT が全て健全な PMT である場合はヒット数は 421 本まで増えることが期待される。しかし、実際にはヒット数は 403 本までしか増えなかった。54 本増えるはずが、36 本しか増えなかったということから、低ゲイン PMT の 1 本あたりの貢献度は 66% と見積もることができる。

5 年後について、次の仮定をおく。すなわち現在 (2019 年 11 月時点) 約 60 本の死に球は 100 本に増え、現在約 250 本の低ゲイン PMT は 450 本まで増えるとする*1。このとき、健全な PMT は 775 本である。この仮定の下で、本研究を活用した場合の有効な 17-inch PMT の本数は $775 + 450 \times 0.66 = 1072$

*1 2019 年 10 月に 16 チャンネルが一度に故障する事象が発生したことを考慮し、今後は年間 10 本の死に球が増えるものとした。また、低ゲイン PMT の本数は図 3.5 に外挿して見積もった。

本となる。健全な PMT1110 本での分解能が $7.7\%/\sqrt{E[\text{MeV}]}$ であった (5.4.4 節) から、5 年後のエネルギー分解能は低ゲイン PMT を活用した上でこれと同程度と見積れる。

低ゲイン PMT を活用しない場合、17-inch PMT は 775 本まで減ってしまうため、20-inch PMT 約 540 本を考慮して、

$$7.7 \times \frac{1}{\sqrt{(775 + 540)/(1072 + 540)}} = 8.5\%/\sqrt{E[\text{MeV}]} \quad (6.5)$$

まで悪化する。すなわち、本研究の成果を適用しなかった場合、エネルギー分解能は約 13% 悪化してしまうが、本研究によってその悪化を約 2% に抑えることができる。

また本研究と並行して、電子回路に信号増幅回路を組み込むことで低ゲイン PMT の性能を改善させるための開発も行われている。最も楽観的な仮定として、全ての低ゲイン PMT が健全な PMT と遜色なく機能するとした場合は 17-inch PMT の本数は $775 + 450 = 1225$ 本になる。この場合は

$$7.7 \times \frac{1}{\sqrt{(1225 + 540)/(1072 + 540)}} = 7.3\%/\sqrt{E[\text{MeV}]} \quad (6.6)$$

という分解能になる。

6.2.2 探索感度

前節で見積もった 5 年後のエネルギー分解能の値を使って、低ゲイン PMT を活用する場合としない場合で探索感度がどう変化するかを見積もった。エネルギー分解能 $8.5\%/\sqrt{E[\text{MeV}]}$ の場合の $2\nu\beta\beta$ 事象レートを前節と同じ方法で見積もると 2.375×10^{-5} となる。

ここでは簡単のため、低ゲイン PMT を活用した場合は向こう 5 年間、エネルギー分解能を 7.5% で維持できるものとする。低ゲイン PMT を活用しなかった場合は、向こう 5 年間で分解能は $7.5\%/\sqrt{E[\text{MeV}]}$ から $8.5\%/\sqrt{E[\text{MeV}]}$ に一次関数で変化し、 $2\nu\beta\beta$ 事象レートもまた一次関数で 1.042×10^{-5} から 2.375×10^{-5} に増加するものとする。すなわち、分解能 Res は経過時間 t [年] の一次関数として、

$$Res(t) = \frac{8.5 - 7.5}{5}t + 7.5 \text{ (\%)} \quad (6.7)$$

$2\nu\beta\beta$ 事象レート $S_{2\nu}$ は

$$S_{2\nu}(t) = \frac{2.375 - 1.042}{5}t + 1.042 \text{ (}\times 10^{-5}\text{)} \quad (6.8)$$

と表せるものとする。このとき、 $2\nu\beta\beta$ 事象とその他の背景事象の増減率 (現在の事象レートを基準とする) は、

$$R_{2\nu}(t) = \frac{S_{2\nu}(t)}{1.276 \times 10^{-6}}, \quad R_{\text{others}}(t) = \frac{Res(t)}{7.7\%} \quad (6.9)$$

となり、それぞれの背景事象数を次のように見積もることができる。低ゲイン PMT を活用しなかった場合は、

$$N_{\text{BG}}^{(\text{before})} = \int_0^5 (R_{2\nu}(t)N_{2\nu} + R_{\text{others}}(t)N_{\text{others}}) dt \quad (6.10)$$

となる。活用した場合は分解能が変化しないと仮定したから、

$$N_{\text{BG}}^{(\text{after})} = 5 \times (0.817 \times N_{2\nu} + 0.97 \times N_{\text{others}}) \quad (6.11)$$

となる。再び $N_{2\nu} = 8.54$ 事象、 $N_{\text{others}} = 4.83$ 事象を使って、探索感度は

$$\frac{\sqrt{N_{\text{BG}}^{(\text{before})}}}{\sqrt{N_{\text{BG}}^{(\text{after})}}} \simeq 1.25 \text{ 倍} \quad (6.12)$$

に改善すると見積もることができる。

上記の改善は、 $0\nu\beta\beta$ 崩壊の半減期にして、 $T_{1/2}^{0\nu} > 1.72 \times 10^{26}$ から $T_{1/2}^{0\nu} > 2.15 \times 10^{26}$ への改善に相当し、有効質量（核行列要素の不定性を含む）にして、 $\langle m_{\beta\beta} \rangle < (41.3 - 129)$ meV から $\langle m_{\beta\beta} \rangle < (36.9 - 115)$ meV への改善となる。これによって逆階層構造のより深い領域に踏み込んだ探索が可能となる他、KamLAND-Zen 800 は世界最高感度を維持したまま $0\nu\beta\beta$ 崩壊観測を継続できる。

第 7 章

結論

本研究の成果と今後の課題についてまとめる。

7.1 本研究の成果

本研究では今まで活用することのできなかつた低ゲイン PMT をエネルギー再構成の手法を改善することによって再活用し、エネルギー分解能の改善を目指した。具体的には、

- PMT からの信号波形解析手法
- PMT ごとのヒット確率モデル

のふたつを変更した。

前者では PMT からの信号波形から取得される電荷情報の評価方法を改善し、低光量の波形もノイズを拾うことなく取得できるようになった。電荷の取得閾値は光量換算で従来 0.3 p.e. 程度であったものが 0.1 p.e. にまで下げることができた。

後者ではエネルギー推定の尤度関数に組み込むモデルを PMT ごとの個体差を反映するものに変更した。モデルに含まれるパラメータをデータから決定することで従来使用できなかった低ゲイン PMT を使用することが可能となった。

これらの改善によって期待されるのはヒットする PMT の本数が増加することである。結果は図 5.8 に示されており、期待通りヒット数分布の変化が見られた。PMT のヒット数が k 倍に増加すると、エネルギー分解能は $1/\sqrt{k}$ 倍に改善することが期待される。線源によるエネルギー較正のデータを使って検証を行なった結果、期待された通りのエネルギー分解能の改善が確認された (表 5.4)。

本研究によってエネルギー分解能は 3% 改善し、 $0\nu\beta\beta$ 崩壊探索領域内の $2\nu\beta\beta$ 背景事象は 81.7% に減少する。これにより、 $0\nu\beta\beta$ 崩壊の半減期に対する探索感度は 1.07 倍に改善する。

KamLAND-Zen 800 の観測期間は 5 年を予定しており、その間にも低ゲイン PMT は増え続けることが予想される。低ゲイン PMT を活用しないと、5 年のエネルギー分解能は 13% の悪化が予想されるが、本研究により低ゲイン PMT の活用が可能となり、エネルギー分解能としては向こう 5 年間は維持できる。これによって 5 年観測での探索感度は 1.25 倍に改善する。

7.2 今後の課題

低ゲイン PMT の活用によるエネルギー分解能改善については本研究ですでに限界が見えており、さらなるエネルギー分解能の改善には本研究とは異なるアプローチが必要となる。

本研究では低ゲイン PMT からの情報として、ヒットしたか否かの情報しか取り込んでおらず、ヒット時刻と光量の情報も合わせて活用できるようにすることでエネルギー分解能の改善が見込める。

また、効果が高いと思われるのは 20-inch PMT の分解能の改善である。5.4.5 節で示した通り、我々は 20-inch PMT の性能を最大限に引き出していない可能性が高い。改善点としては以下が考えられる。

- 大光量に対応した波形フィットの手法

5.1 節で示した波形解析手法はまだ大光量事象のフィットに対応できておらず、宇宙線ミュオン事象を評価できない。本来 20-inch PMT はミュオン事象を使ってチャンネルごとに電荷（光量）較正を行うが、上記の理由度それができず、本研究では応急処置として全てのチャンネルで共通のスケール因子を使用した。これをチャンネルごとに較正を行えるように開発を進める。

- 光量の確率分布モデルの再考

20-inch PMT の光量応答は 17-inch PMT のそれとはかなり異なるが、現在は同じ分布関数を使っている。20-inch PMT の応答をよく再現するようなモデルを構築することでエネルギー分解能が改善する可能性がある。

最後にハードウェア的な改善可能性に触れる。6.2 節で言及した通り、低ゲイン PMT の貢献度は 1 本あたり平均 66% にとどまっている。これはソフトウェア的には引き上げられないため、ハードウェア（電子回路）の改善が必要となる。具体的には増幅回路を挿入するための研究が進んでおり、低ゲイン PMT のヒット確率を引き上げることで分解能を効果的に引き上げられる可能性がある。

付録

A $0\nu\beta\beta$ 崩壊スペクトルの広がり

$0\nu\beta\beta$ 崩壊のスペクトルはモノクロであることを仮定することが多い。本節では古典力学による簡単な議論によって $0\nu\beta\beta$ スペクトルの広がりを考察し、一般的な検出器の分解能 ($\Delta E/E \sim 5\%$) であればモノクロスペクトルを仮定しても問題がないことを示す。

$0\nu\beta\beta$ 崩壊は電子ふたつと原子核ひとつの 3 体の反応として良い。反跳される原子核の運動エネルギーが最小になるのはふたつの電子が反対方向に放出される場合で、このとき原子核の運動量は 0 になってモノクロスペクトルの仮定と同じ状況となる。したがって電子の運動エネルギーの合計 K_e は、運動量を p_e 、質量を m_e 、二重ベータ崩壊の Q 値を $Q_{\beta\beta}$ として、

$$K_e = 2 \cdot \frac{p_e^2}{2m_e} = Q_{\beta\beta} \quad (\text{A.1})$$

と表される。原子核の運動エネルギーが最大になるのはふたつの電子が同一方向に放出される場合である。このとき、原子核の運動量を p_N 、質量を m_N として、

$$K'_e = 2 \cdot \frac{p_e^2}{2m_e} = Q_{\beta\beta} - \frac{p_N^2}{2m_N} \quad (\text{A.2})$$

と表される。ここで、

$$m_N \vec{p}_N + 2m_e \vec{p}_e = 0 \quad (\text{A.3})$$

より、

$$K'_e = Q_{\beta\beta} - \frac{2m_e^2}{m_N^3} p_e^2 \quad (\text{A.4})$$

したがって、スペクトルの広がり

$$\Delta K_e = K_e - K'_e = \frac{2m_e^2}{m_N^3} p_e^2 \quad (\text{A.5})$$

となる。さて、陽子・中性子の質量は電子のそれに対して $m_p \simeq m_n \simeq 1836 m_e$ であるとする、 ^{136}Xe の二重ベータ崩壊の場合、原子核の質量は $m_N = 136 \times 1836 m_e \sim 2.5 \times 10^5 m_e$ となり、

$$\frac{\Delta K_e}{K_e} = 8 \times 10^{-16} \quad (\text{A.6})$$

となる。この広がりエネルギー分解能で言うと $10^{-14}\%$ であり、 ^{136}Xe の場合 $Q_{\beta\beta} = 2.5\text{MeV}$ として、2 pico eV を検出できる測定器が必要となる。現在最も高いエネルギー分解能を達成しているのは

GERDA 実験 (イタリア・グランサッソ) で、 ^{76}Ge の二重ベータ崩壊エンドポイント $Q_{\beta\beta} = 2.0\text{MeV}$ に対して 0.12%(FWHM) のエネルギー分解能である ([11])。したがって $0\nu\beta\beta$ 崩壊のスペクトルはモノクロになることを仮定してかまわない。

B PMT の電荷応答のモデル化

本節で式 (4.23) の導出を行う。

B.1 光電子計数のモデル化

このモデルは [8] で提案されているもので、確率論の数学的な部分は [12] を参照した。ある PMT に対して、平均して m 個の光子の到来が期待される事象を考える。光電面に降り注ぐ光子の計数がポアソン分布に従うと仮定すると、 k 個の光子が PMT に届く確率は

$$\frac{m^k e^{-m}}{k!} \quad (\text{B.7})$$

と表される。さらに、光電面で光子が光電子に転換される確率を q とし、その結果として K 個中 n 個が光電子に転換されたとすると、その確率は

$${}_k C_n q^n (1-q)^{k-n} \quad (\text{B.8})$$

と表せる。したがって、 k 個の光子が入射し、 n 個の光電子に転換される確率は以下で表される。

$$\frac{m^k e^{-m}}{k!} \times {}_k C_n q^n (1-q)^{k-n} \quad (\text{B.9})$$

光電面で n 個の光電子が生成する確率は $k = 0, 1, 2, 3, \dots$ について上式の和を取れば良い。結果は再びポアソン分布になる。

$$\sum_{k=0}^{\infty} \frac{m^k e^{-m}}{k!} \times {}_k C_n q^n (1-q)^{k-n} = \frac{(mq)^n e^{-mq}}{n!} \quad (\text{B.10})$$

ここで、 m は飛来する光子数、 q は光電面の量子効率であるから、 $mq = \mu$ は光電子数の期待値を表している。量子効率 q を KamLAND のデータから評価するのは事実上困難であり、かつその意味もないから、以下では m と q は使わずに μ 個の光電子が期待される事象で、 n 個ヒットする確率として以下を得る。

$$\kappa_i(n; \mu_i) = \frac{(\mu_i)^n e^{-\mu_i}}{n!} \quad (\text{B.11})$$

これは式 (4.18) に他ならない。

B.2 信号増幅のモデル化

PMT のダイノードでの信号増幅率には確率的不定性がある。ここでは電荷分布がガウス分布するものと仮定する。つまり 1 光電子の信号が平均 Q 、標準偏差 σ で以下のように電荷情報に変換される

と仮定する。

$$G_{(1\text{p.e.})}(q) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \exp \left[- \left(\frac{q - Q}{\sqrt{2\sigma}} \right)^2 \right] \quad (\text{B.12})$$

複数個の光子が同時に入射する場合を考える。2 p.e. の場合、電荷分布はひとつめの光電子が作る電荷分布とふたつ目の光電子が作る電荷分布の和の分布となる。一般に、互いに独立なふたつの確率変数の和の分布はそれらの確率分布の畳み込みで表されることが知られている。

$$G_{(2\text{p.e.})}(q) = \int_{-\infty}^{\infty} G_1(q') G_1(q - q') dq' \quad (\text{B.13})$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2\pi(\sqrt{2}\sigma)^2}} \exp \left[- \left(\frac{q - 2Q}{\sqrt{2}(\sqrt{2}\sigma)} \right)^2 \right] \quad (\text{B.14})$$

また、一般に $np.e.$ の分布は畳み込み計算の n 回行うことにより、

$$G_n(q) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi n}} \exp \left[- \left(\frac{q - nQ}{\sqrt{2n\sigma}} \right)^2 \right] \quad (\text{B.15})$$

となる。これは $np.e.$ の電荷分布が平均 nQ 、標準偏差 $\sqrt{n}\sigma$ で分布することを示しており、1 p.e. の分布が決まれば全ての n に対して分布関数を決定できることがわかる。

B.3 電荷応答のモデル化

期待光量 μ の事象での電荷分布を考える。このとき、光電子計数 n は式 (B.11) に従い、かつ異なる n について排反な事象であるから、単に $n = 0, 1, 2, \dots$ の和を取れば良い。すなわち、

$$\rho(q; \mu) = \sum_{n=0}^{\infty} \kappa(n; \mu) G_n(q) \quad (\text{B.16})$$

$$= \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\mu^n e^{-\mu}}{n!} \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi n}} \exp \left[- \left(\frac{q - nQ}{\sqrt{2n\sigma}} \right)^2 \right] \quad (\text{B.17})$$

となる。

引用文献

- [1] M. J. Dolinski, A. W. Poon, W. Rodejohann, Neutrinoless double-beta decay: Status and prospects, *Annual Review of Nuclear and Particle Science* 69 (1) (2019) 219–251. arXiv:<https://doi.org/10.1146/annurev-nucl-101918-023407>, doi:10.1146/annurev-nucl-101918-023407.
- [2] A. Gando *et al.*, Search for majorana neutrinos near the inverted mass hierarchy region with kamland-zen, *Phys. Rev. Lett.* 117 (2016) 082503. doi:10.1103/PhysRevLett.117.082503.
- [3] A. Gando *et al.*, Limit on neutrinoless $\beta\beta$ decay of ^{136}Xe from the first phase of kamland-zen and comparison with the positive claim in ^{76}Ge , *Phys. Rev. Lett.* 110 (2013) 062502. doi:10.1103/PhysRevLett.110.062502.
- [4] S. R. Elliott, P. Vogel, Double beta decay, *Annual Review of Nuclear and Particle Science* 52 (1) (2002) 115–151. arXiv:<https://doi.org/10.1146/annurev.nucl.52.050102.090641>, doi:10.1146/annurev.nucl.52.050102.090641.
- [5] O. Tajima, Measurement of electron anti-neutrino oscillation parameters with large volume liquid scintillator detector, kamland, Ph.D. thesis, Department of Physics, Tohoku University (2003).
- [6] J. B. Birks, 874 scintillations from organic crystals: Specific fluorescence and relative response to different radiations (1951).
- [7] S. Enomoto, Neutrino geophysics and observation of geo-neutrinos at kamland, Ph.D. thesis, Department of Physics, Tohoku University (2005).
- [8] E. H. Bellamy, Absolute calibration and monitoring of a spectrometric channel using a photomultiplier, *Nucl. Inst. Meth.* A399 (1994) 468.
- [9] S. Matsuda, Search for neutrinoless double-beta decay in ^{136}Xe after intensive background reduction with kamland-zen, Ph.D. thesis, Department of Physics, Tohoku University (2016).
- [10] A. Piepke, Double Beta Decay Experiments, *Nuclear Physics A* 752 (2005) 42–52. doi:10.1016/j.nuclphysa.2005.02.115.
- [11] C. E. Aalseth *et al.*, Search for neutrinoless double- β decay in ^{76}Ge with the majorana demonstrator, *Phys. Rev. Lett.* 120 (2018) 132502. doi:10.1103/PhysRevLett.120.132502.
- [12] 硯. 小針, 確率・統計入門, 岩波書店, 1973.

謝辞

本研究の遂行にあたり東北大学ニュートリノ科学研究センターの多くの方にご指導、ご助言をいただいた。指導教員の清水格准教授には本研究に携わる機会を与えていただき、知識と技術のない筆者に本研究の全ての過程で丁寧なご指導をいただいた。特に筆者の考察の浅さを早い段階でご指摘いただいたおかげで、本稿での議論を深めることができた。この場を借りて深く感謝の意を表す。また、井上邦雄教授、岸本康宏教授、古賀真之准教授、三井唯夫准教授、中村健吾講師、玉江京子助教、丸藤祐仁助教、池田晴雄助教、石徹白晃治助教、上島孝太助教、渡辺寛子助教、白井淳平元教授、丸藤亜寿紗特任助教、細川佳志特任助教、家城斉特任助教、林田真悟研究員にはミーティング等の場で様々なご助言をいただいたことに深く感謝する。そして先輩、同期、後輩の方々との議論から多くのアイデアが生まれ、研究遂行の大きな力となった。また、本研究は留学生の Bauke Jisse Jung 君の研究を土台にしている。技術的な問題と時間的制約からその手法を本稿に取り入れることができなかったが、彼の研究成果を無くして本研究は成し得なかったであろう。この場を借りて感謝の意を表したい。なお、本研究は東北大学宇宙創成国際共同大学院プログラム (GP-PU) に参加して行われたものであり、GP-PU からの経済的援助に感謝する。